A Miskolci Egyetem Közleményei, A sorozat, Bányászat, 76. kötet (2009), p.91-128.

KŐZETEK KÉPLÉKENY- ÉS TÖNKREMENETELI HATÁRÁLLAPOTAINAK KRITÉRIUMAI

Dr. Somosvári Zsolt
egyetemi tanár
Miskolci Egyetem, Bányászati és Geotechnikai Intézet
bgtszs@uni-miskolc.hu

A tanulmány a kőzetek képlékeny- és tönkremeneteli határállapotai leírási módjainak bemutatása után csoportosítja a kritériumokat, Mohr-féle és általános kritériumokra. Mohr-féle kritérium alapján álló határgörbéket mutatunk be, mint pl. a Richter-parabolát és Richter-hiperbolát, majd egy általánosabb hiperbolát. Számos kritériummal ill. határgörbével foglalkozunk és ezeket mérési eredményekhez hasonlítjuk. Kimutatjuk, hogy a polyaxiális mérési eredményeket a különböző kritériumok milyen szorossággal képesek közelíteni. Bemutatjuk a kritériumok célszerű alkalmazási területeit.

Az alábbi jelöléseket alkalmazzuk:

σ, τ - normál és csúsztató feszültség

σ_1, σ_2, σ_3 – legnagyobb, középső, legkisebb főfeszültség

σ_c – egytengelyű nyomószilárdság

σ_{cb} – biaxiális nyomószilárdság

σ_t – húzószilárdság

$B = \sigma_c/\sigma_t$ – Brinke-féle szám

ϕ - belső súrlódási szög

c – kohézió

G – csúsztató rugalmassági modulus

υ – Poisson-tényező

p_w – lyuknyomás

1. Kőzetek képlékeny- és tönkremeneteli határállapotainak leírása

Kőzetek képlékeny- és tönkremeneteli határállapotait határgörbékkel írják le a τ-σ, vagy a σ_1-σ_3, ill. σ_1-σ_2 síkokon, határfelületekkel a σ_1-σ_2-σ_3 térben.

A képlékenységet és kőzettönkremenetelt elsősorban a legnagyobb és legkisebb főfeszültség különbsége (σ_1-σ_3) határozza meg, de nem elhanyagolható befolyásoló tényező kőzeteknél a középső (σ_2) főfeszültség, mint azt biaxiális- és polyaxiális terhelési kísérletek eredményei mutatják. Ezért a határállapotokat sokszor a feszültségtenzor, ill. a deviátor tenzor invariánsaival fejezik ki. Ezek az invariánsok függetlenek a koordinátarendszer állásától, ezért alkalmasak a jelenség (tönkremenetel) leírására.

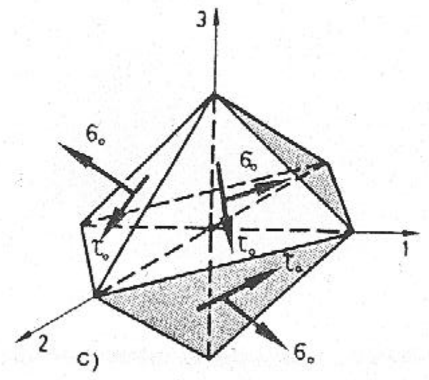
A feszültség-tenzor első invariánsa:

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$$

A deviátor-tenzor második invariánsa:

$$J_2 = \frac{1}{6}\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\right]$$

Az un. oktaéderes feszültségek (σ_{okt}, τ_{okt}) arányosak a fenti invariánsokkal, ezért sokszor ezekkel írják le a határállapotokat. Az oktaéderes feszültségek egy szabályos oktaéder lapjain ébrednek. Az oktaéder csúcsai az 1, 2, 3 főfeszültségek irányába mutató tengelyeken vannak rajta (1.1. ábra). Mindegyik oktaéder síkon ugyanaz a feszültségállapot.



1.1. ábra

Az oktaéderes normálfeszültség:

$$\sigma_{oct} = \frac{1}{3} I_1 = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$$

Az oktaéderes csúsztató feszültség:

$$\tau_{\mathrm{oct}} = \sqrt{\frac{2}{3}\mathrm{J}_2} = \frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$

A határállapotokat, kőzettönkremeneteli kritériumokat általában I_1, J_2 invariánsokkal, vagy σ_{oct}, τ_{oct} oktaéderes feszültségekkel fejezik ki.

A határállapotokat, tönkremeneteli kritériumokat a $\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3$ térben is szokás ábrázolni. Ilyen ábrázolásnál a $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ egyenes a térbeli felület tengelye. Erre a tengelyre merőleges síkot π-síknak nevezzük. Ebben a síkban megjelenik a tönkremeneteli felület meridián görbéje.

A nevezetes feszültségállapotok:

kompressziós (hagyományos) triaxiális feszültségállapot (σ_1, $\sigma_2 = \sigma_3$)

extenziós tiraxiális feszültságállapot ($\sigma_1 = \sigma_2$, σ_3)

biaxiális feszültségállapot $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 = 0)$

polyaxiális feszültségállapot (σ_1, σ_2, σ_3)

a $\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3$ térben egy-egy síkot jelentenek, amely síkok metszik a térbeli tönkremeneteli felületet. Ezeknek a síkmetszeteknek a görbéi jelennek meg a

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \sigma_3$$
$$\sigma_1 = \sigma_2 - \sigma_3$$
$$\sigma_1 - \sigma_2,\ \sigma_3 = 0$$
$$\sigma_1 - \sigma_2,\ \sigma_3$$

síkokon történő ábrázolásban.

A **Murrel** kritérium szerint a $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ térben a tönkremenetelt egy olyan paraboloid (1.2. ábra) ábrázolja, amelynek tengelye $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ egyenes és amely paraboloidot

$$\sigma_1 = -\sigma_t,\quad \sigma_2 = -\sigma_t,\quad \sigma_3 = -\sigma_t$$

egymásra merőleges síkok által képzett gúla határolja. A gúla $\sigma_2 = \sigma_3 = -\sigma_t$ élei érintik a paraboloidot. A paraboloid egyenlete, azaz a Murrel-féle tönkremeneteli feltétel:

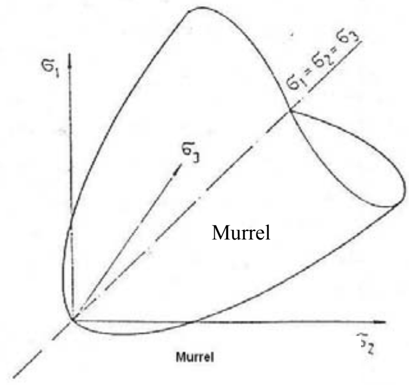
$$\tau_{oct}^2 = \frac{2}{3}\sigma_c\sigma_{oct}$$

$$(\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_2)^2 - 24\sigma_t(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = 0$$

ahol: σ_c - egytengelyű nyomószilárdság

σ_t – húzószilárdság.

A feltételnél σ_c=12σ_t.



1.2. ábra

Érdemes ezt a tönkremeneteli feltételt nevezetes feszültségállapotokban tanulmányozni. Hagyományos triaxiális vizsgálatoknál $\sigma_2 = \sigma_3$ helyettesítéssel a tönkremeneteli feltétel

$$(\sigma_1 - \sigma_3)^2 - 12\sigma_t(\sigma_1 + 2\sigma_3) = 0$$

parabola, amely érintőjének iránytangense σ_3=0-nál $d\sigma_1/d\sigma_3$=4, $\sigma_1=\sigma_c=12\sigma_t$.

Extenziós triaxiális vizsgálatoknál $\sigma_1=\sigma_2$ helyettesítésével a tönkremeneteli feltétel:

$$(\sigma_1 - \sigma_3)^2 - 12\sigma_t(2\sigma_1 + \sigma_3) = 0$$

parabola, amely érintőjének iránytangense σ_3=0-nál $d\sigma_1/d\sigma_3$=2,5; σ_1=24 $\sigma_t=2\sigma_c=\sigma_{cb}$.

Biaxiális feszültségállapotban σ_3=0 helyettesítéssel a tönkremeneteli feltétel:

$$(\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2) - 12\sigma_t(\sigma_1 + \sigma_2) = 0$$

ellipszis, amely érintőjének iránytangense σ_2=0-nál $d\sigma_1/d\sigma_2$=2.

Az ellipszis a $\sigma_1=\sigma_2$ egyenest a $\sigma_1=\sigma_2=24\sigma_t=2\sigma_c=\sigma_{cb}$ pontban metszi. Amikor σ_2=0,

$\sigma_1=\sigma_c=12\sigma_t$

Végül ha $\sigma_2=0{,}5(\sigma_1+\sigma_3)$, akkor a tönkremeneteli feltétel

$$(\sigma_1 - \sigma_3)^2 - 24\sigma_t(\sigma_1 + \sigma_3) = 0$$

parabola, amely σ_3=0-nál, azaz biaxiális feszültségállapotban $\sigma_1=24\sigma_t=2\sigma_c$ értéket ad, amely érték megegyezik a biaxiális nyomószilárdsággal (σ_{cb}).

A kritériumnál σ_c/σ_t=12, σ_{cb}/σ_c=2. Ez a kötöttség az egyetlen hátránya a kritériumnak. Ezeket a feltételeket kielégítő kőzeteknél igen jól írja le mind a kompressziós- és extenziós triaxiális kísérletek, mind a biaxiális- és polyaxiális kísérletek eredményeit.

A Murrel tönkremeneteli kritériumnak megfelelő határgörbéket az 1.3. ábrán látjuk.

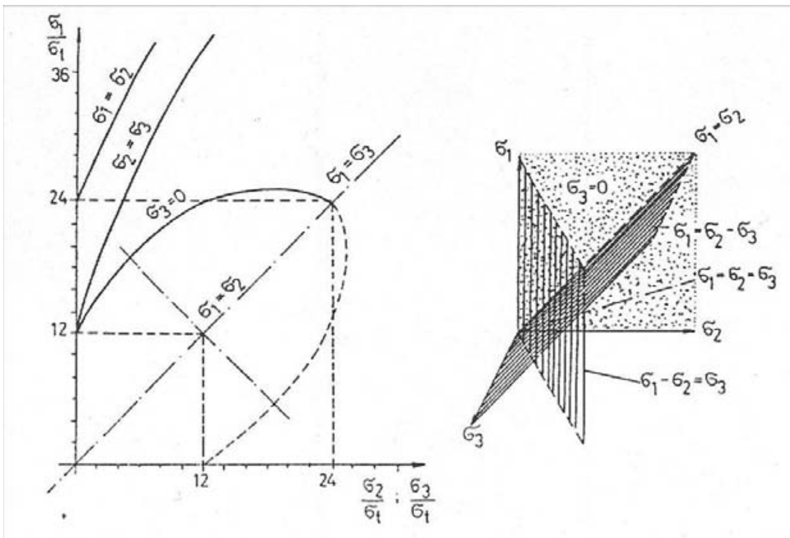
Huber-Mises szerint a második deviátor invariánssal a képlékenységi feltétel kifejezhető az alábbi alakban:

$$\Psi = J_2 - \tau_F^2 = 0$$

ahol: τ_F – a tiszta nyírásnál jelentkező folyási határ.

A feszültségi főirányokba eső koordinátarendszerben

$$\Psi = \frac{1}{6}\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2\right] - \tau_F^2 = 0.$$



1.3. ábra

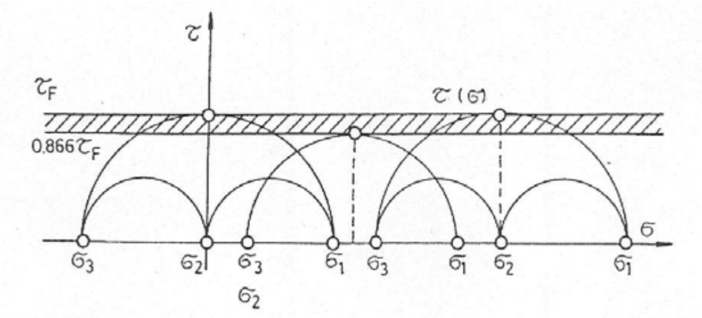
Huber-Mises szerint tehát egy általános feszültségi állapotban levő pontban akkor következik be a képlékeny állapot, ha a feszültségtenzor deviátortenzorának második invariánsa egy határértéket elér.

Hencky kimutatta, hogy egy általános feszültségi állapotban levő pontban a torzításra fordított munka fajlagos értéke

$$\frac{J_2}{2G}$$

értékkel egyenlő, ahol G - csúsztató rugalmassági modulus. Ezért a fenti képlékenységi feltétel úgy is értelmezhető, hogy akkor áll elő a képlékeny állapot, ha a testben felhalmozott fajlagos torzítási munka elér egy határértéket. A szóban forgó képlékenységi feltételt ezért **Huber-Mises-Hencky (HMH)** képlékenységi feltételnek is nevezik.

E képlékenységi feltételt alapvetően a σ_1-σ_3 különbség határozza meg, a középső főfeszültségnek (σ_2) alig van szerepe. A HMH képlékenységi feltételt a σ-τ síkon egy sáv determinálja, amelynek szélessége 0,13 τ_F (1.4. ábra). Az anyag akkor kerül képlékeny állapotba, ha a feszültségállapotot jellemző mértékadó Mohr-kör (σ_1-σ_3) érinti az említett sávba eső σ tengellyel párhuzamos egyenest. Az egyenes helyzetét σ_2 határozza meg.



1.4. ábra

Minden olyan határállapot kritériumnál, amely figyelembe veszi σ_2 befolyását a σ-τ síkon egy sávban elhelyezkedő görbe (egyenes) jelenti a képlékenységi- vagy tönkremeneteli határgörbét (határegyenest).

A HMH képlékenységi feltétel olyan anyagoknál (pl. acéloknál) jön számításba, amelyeknél egytengelyű nyomásnál és húzásnál a folyási határ ugyanaz. Kőzeteknél azért nem lehet alkalmazni a HMH feltételt, mert kőzeteknél $J_2 \neq$constans, hanem a nyomófeszültségek növekedésével növekvő értékű.

A HMH feltétel módosításával, továbbfejlesztésével aztán több, kőzetekre alkalmazható kritérium született.

Ma kőzetmechanikában számos tönkremeneteli kritériumról, határgörbéről beszélhetünk, ezért célszerű őket csoportosítani. Alapvetően két csoportot különböztethetünk meg:

Mohr-típusú kritériumnak, ill. határgörbék f(σ_1, σ_3)

Középső főfeszültséget is figyelembe vevő, általános kritériumok ill. határgörbék, f(σ_1, σ_2, σ_3).

2. Mohr-féle kritériumok és határgörbék

Mohr (1835-1918) törési elmélete szerint a határállapot akkor következik be, amikor adott pontban egy felületen az ott ébredő feszültségek (σ, τ) hatására az anyagrészecskék elcsúsznak. A törést előidéző állapotot a σ-τ-síkon egy Mohr-kör jellemzi, amelyet σ_1, σ_3 főfeszültségek határoznak meg. A határállapotokhoz tartozó Mohr-körök burkolója a tönkremeneteli határgörbe, amely különböző anyagoknál más-más. Az elmélet szerint a középső főfeszültségnek (σ_2) nincs, ill. elhanyagolható a hatása tönkremenetelre. Az elhanyagolás a biztonság javára történik, ezért olyan széleskörű a méréseknek egyébként jól megfelelő elmélet alkalmazása.

2.1. Mohr-Coulomb (MC) határegyenes

A σ-τ síkon:

$$\tau = \mathrm{c} + \sigma \mathrm{tg}\phi ,$$

a σ_1-σ_3 síkon:

$$\sigma_1 = \sigma_c + B_\phi \sigma_3$$

$$B_\phi = tg^2\left(45° + \frac{\phi}{2}\right) = \frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi} = \left[\sqrt{\mu^2+1}+\mu\right]^2 \qquad \mu = tg\phi$$

$$\sigma_c = 2\mathrm{c}\cdot \mathrm{tg}\left(45° + \frac{\phi}{2}\right) = 2\mathrm{c}\sqrt{B_\phi} = 2\mathrm{c}\cos\phi/(1-\sin\phi)$$

A kritérium vegyes kifejezése:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 2\mathrm{c}\cos\phi + (\sigma_1+\sigma_3)\sin\phi$$

$$\frac{\sigma_1-\sigma_3}{2} = \mathrm{c}\cos\phi + \frac{\sigma_1+\sigma_3}{2}\sin\phi$$

ahol: c – kohézió
ϕ - belső súrlódási szög
σ_c – egytengelyű nyomószilárdság

A Mohr-Coulomb kritériumnál a τ-σ, a σ_1-σ_3, a $(\sigma_1$-$\sigma_3)/2$-$(\sigma_1+\sigma_3)/2$ síkokon a kapcsolatok lineárisak.

A középső főfeszültség (σ_2) nem szerepel a kritériumban.

Kompressziós (konvencionális) triaxiális vizsgálatoknál amikoris σ_1, $\sigma_3=\sigma_2$ az egyenletek paraméterei c, ϕ, σ_c meghatározhatók.

Az egyenletek a nyomóigénybevételek tartományában érvényesek.

$$\tau_{max} = (\sigma_1 - \sigma_3)/2, \quad \sigma_{m,2} = (\sigma_1+\sigma_3)/2$$

jelölésekkel a kritérium:

$$\tau_{\max} = \mathrm{c}\cos\phi + \sigma_{\mathrm{m},2}\sin\phi$$

Az oktaéderes csúsztató feszültség kompressziós triaxiális (σ_1, σ_2=σ_3) feszültségállapotban

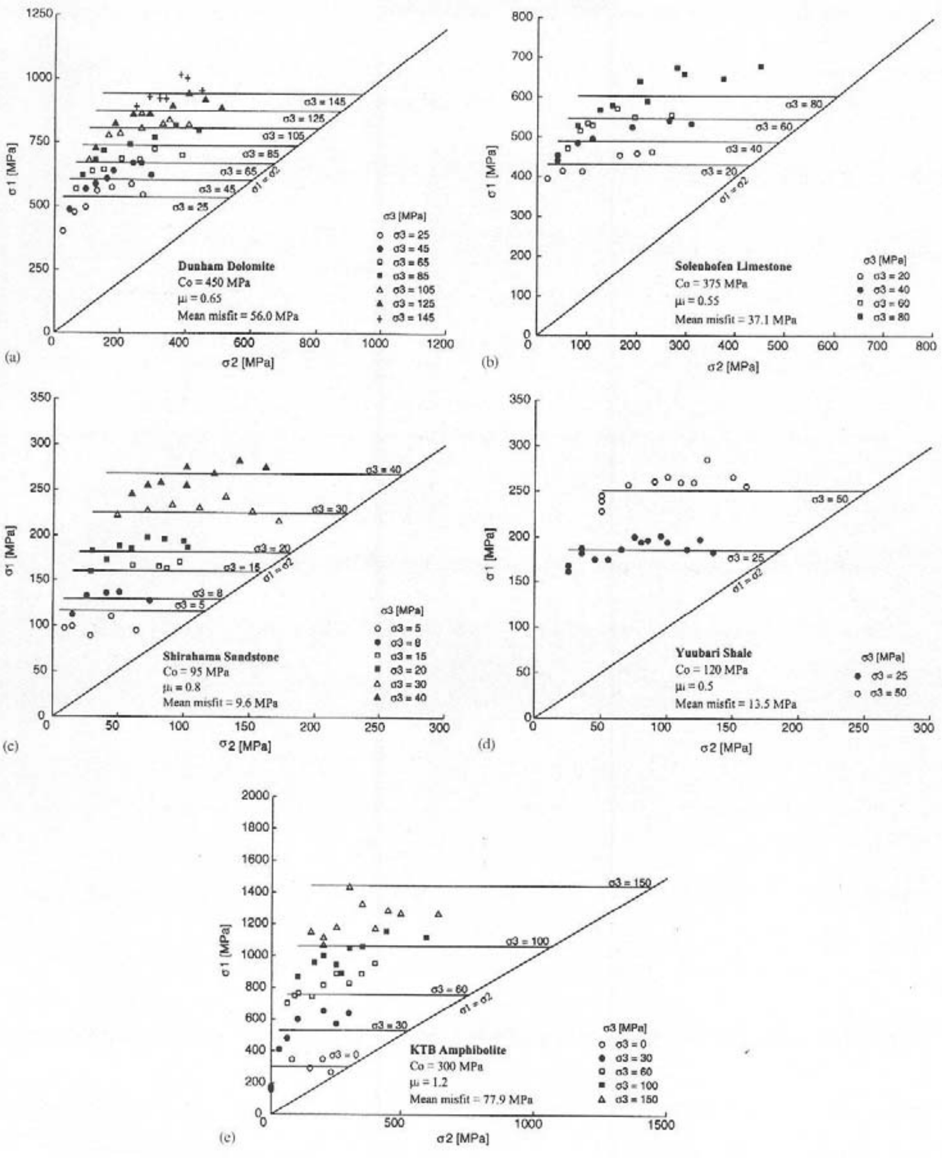
$$\tau_{\mathrm{oct}} = \frac{\sqrt{2}}{3}\left(\sigma_1 - \sigma_3\right) = \frac{2\sqrt{2}}{3}\tau_{\max}$$

így a kritérium $\boldsymbol{\sigma_2=\sigma_3}$ esetében:

$$\tau_{\mathrm{oct}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}\mathrm{c}\cos\phi + \frac{2\sqrt{2}}{3}\sigma_{\mathrm{m},2}\sin\phi$$

$$\tau_{oct} = \frac{2\sqrt{2}}{3}\frac{\sigma_c}{B_\phi + 1} + \frac{2\sqrt{2}}{3}\frac{B_\phi - 1}{B_\phi + 1}\sigma_{m,2}$$

A 2.1.1. ábrán a σ_1-σ_2 síkon látjuk a polyaxiális mérési eredményeket és a határgörbéket dolomit, mészkő, homokkő, agyagpala, amfibolit kőzeteknél. A polyaxiális mérési eredmények tendenciáit általában nem tudja követni a függvény, de egyes esetekben pl. agyagpalánál egész jó a közelítés.


Dunham Dolomite
Co = 450 MPa
μi = 0.65
Mean misfit = 56.0 MPa
Solenhofen Limestone
Co = 375 MPa
μi = 0.55
Mean misfit = 37.1 MPa
Shirahama Sandstone
Co = 95 MPa
μi = 0.8
Mean misfit = 9.6 MPa
Yuubari Shale
Co = 120 MPa
μi = 0.5
Mean misfit = 13.5 MPa
KTB Amphibolite
Co = 300 MPa
μi = 1.2
Mean misfit = 77.9 MPa
σ1 [MPa]
σ2 [MPa]
σ3 [MPa]
σ1 = σ2
(a)
(b)
(c)
(d)
(e)

2.1.1. ábra

2.2. Másodfokú határgörbék

A Mohr-Coulomb féle lineáris közelítés csak a nyomóigénybevételek tartományában érvényes. Ezért olyan feladatoknál, ahol húzófeszültségek is előfordulnak az MC-kritérium nem alkalmazható. Ilyen feladatok pedig a kőzetmechanikában, geomechanikában szép számmal előfordulnak. Ezért be kellett vezetni olyan határgörbéket, amelyek a húzóigénybevételek tartományában kezelhetővé teszik a szilárdságot.

A Griffith-féle tönkremeneteli elmélet ilyen, amelyből következően a σ-τ síkon a határgörbe parabola

$$\tau^2 = 4\sigma_t(\sigma_t + \sigma)$$

A Griffith-féle parabola azonban csak abban az esetben érvényes, ha Brinke-féle szám

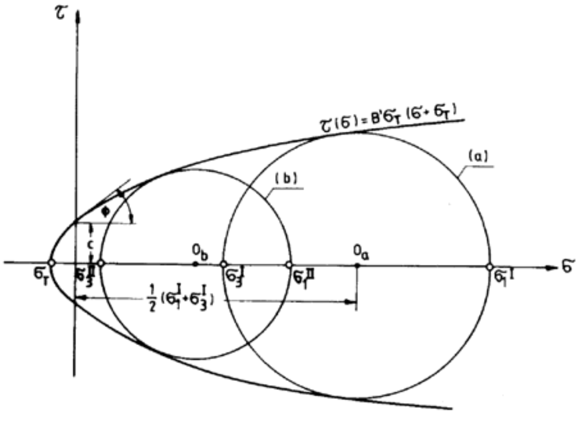
$$B = \frac{\sigma_c}{\sigma_t} = 8$$

Kőzetek Brinke-száma pedig 5-35, tág határok között változik, de gyakran 8-12 körüli érték.

Általánosabb parabolikus tönkremeneteli határgörbe a Richter-féle (1962):

$$\tau^2 = \sigma_t(\sqrt{B+1} - 1)^2(\sigma_t + \sigma) = \sigma_t B'(\sigma_t + \sigma)$$

amely B=8 esetén a Griffith parabolát adja. A határgörbét a 2.2.1. ábrán látjuk.

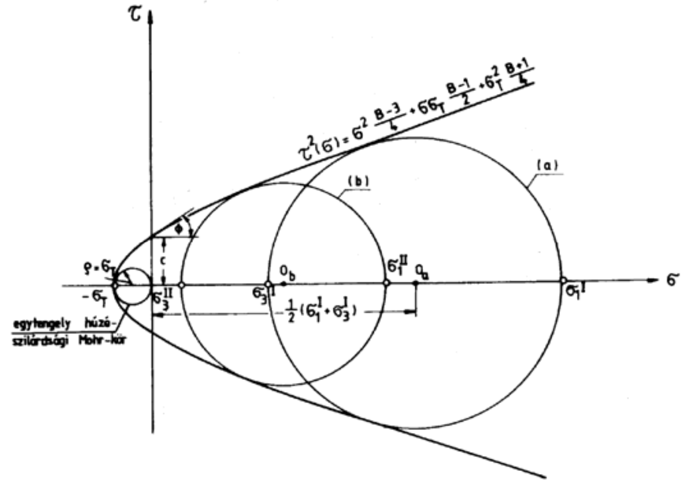


2.2.1. ábra

1970-ban született a Richter-féle hiperbolikus tönkremeneteli határgörbe:

$$\tau^2 = \frac{B-3}{4}\sigma^2 + \sigma_t\frac{B-1}{2}\sigma + \sigma_t^2\frac{B+1}{4}$$

A határgörbét a 2.2.2. ábrán látjuk.



2.2.2. ábra

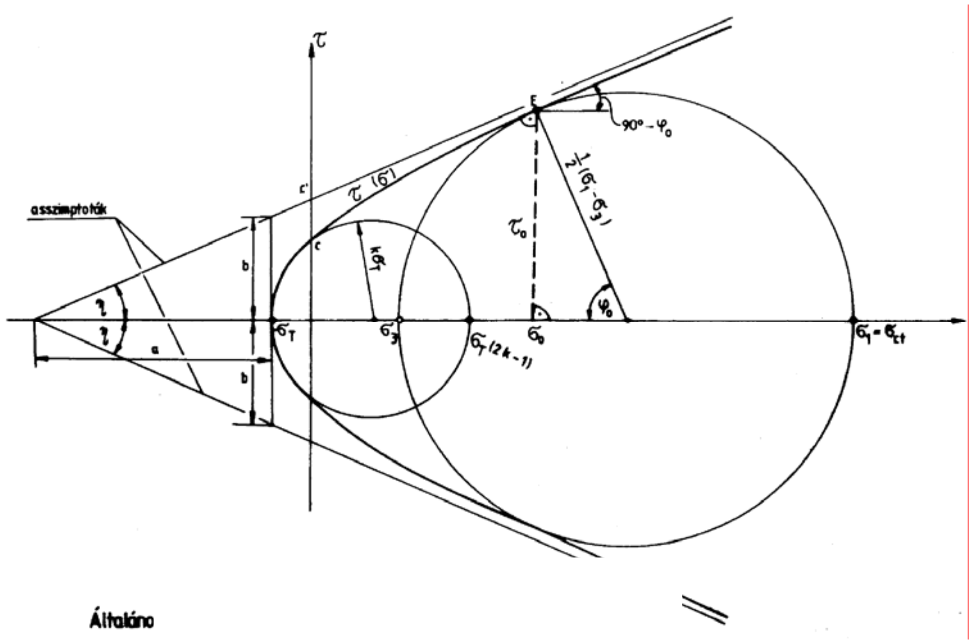
Ezek a határgörbék két paraméteresek, legegyszerűbben a húzószilárdság (σ_t) és az egytengelyű nyomószilárdság (σ_c=Bσ_t) alapján írhatók le a σ-τ síkon.

1986-ban a tanszéken Richter-hiperbolát továbbfejlesztettük. Az egyenlet:

$$\tau^2 = \mathrm{tg}^2\varphi \cdot \sigma^2 + 2\sigma_t(\mathrm{tg}^2\varphi + \mathrm{k})\sigma + \sigma_t^2(\mathrm{tg}^2\varphi + 2\mathrm{k})$$

ahol: φ - a hiperbola aszimptótájának irányszöge,
k – a τ=0 hely simulókörének sugarát (ρ) befolyásoló állandó
ρ=kσ_t

A határgörbét a 2.2.3. ábrán látjuk.



2.2.3. ábra

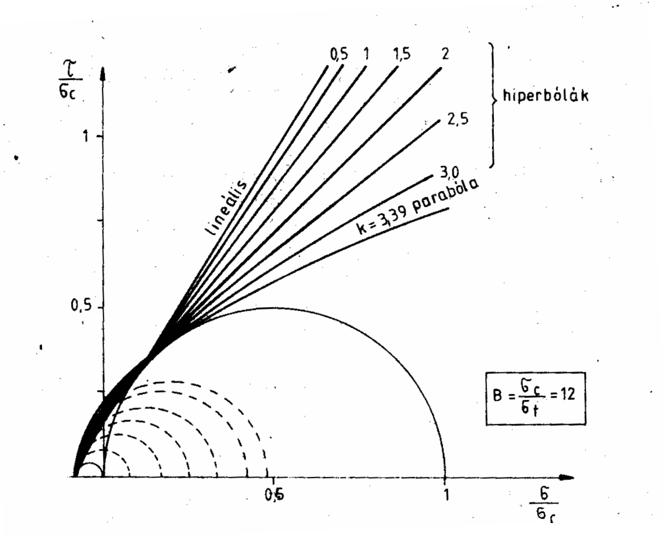
Az általánosított hiperbolikus határgörbénél

$$0{,}5 \le k \le \frac{(\sqrt{B+1}-1)^2}{2}$$

Ha k az alsó érték, akkor lineárissá válik a határgörbe, ha k a felső érték, akkor pedig parabolikussá válik a határgörbe. B=12 esetében a 2.2.4. ábrán látjuk különböző k-értékeknél a hiperbolikus tönkremeneteli határgörbéket, ill. a szélső eseteket (parabola, egyenes).

Az általánosított hiperbolikus határgörbe háromparaméteres, célszerűen a húzószilárdság (σ_t) egytengelyű nyomószilárdság (σ_c) és egy nagyobb köpenynyomás (pl. $\sigma_2=\sigma_3=30$ MPa) mellett megmért kompressziós triaxiális nyomószilárdság (σ_1) határozza meg a határgörbét, azaz egy széles terhelési tartomány mérési eredményei.

Ez a határgörbe minden igényt kielégít. A húzóigénybevételek tartományában jól közelíti a Griffith-féle tönkremeneteli elméletnek megfelelő viselkedést, eleget tesz a triaxiális húzókísérletek eredményeinek, a nagy nyomóigénybevételek tartományában pedig jól közelíti a nyírásos törést.



2.2.4. ábra

2.3. Hoek-Brown (HB) határgörbe

Mohr típusú határgörbe annyiban különbözik a Mohr-Coulomb kritériumtól, hogy a σ_1-σ_3 síkon nem egyenes, hanem σ_1=σ_3 tengelyű másodfokú parabola írja le a határgörbét

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_c \sqrt{m \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + s}$$

alakban, ahol m, s konstansok. Laboratóriumi vizsgálatoknál s=1, m=m_i, így

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_c \sqrt{m_i \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + 1}$$

Különböző kőzeteknél $m_i \cong 5$-33.

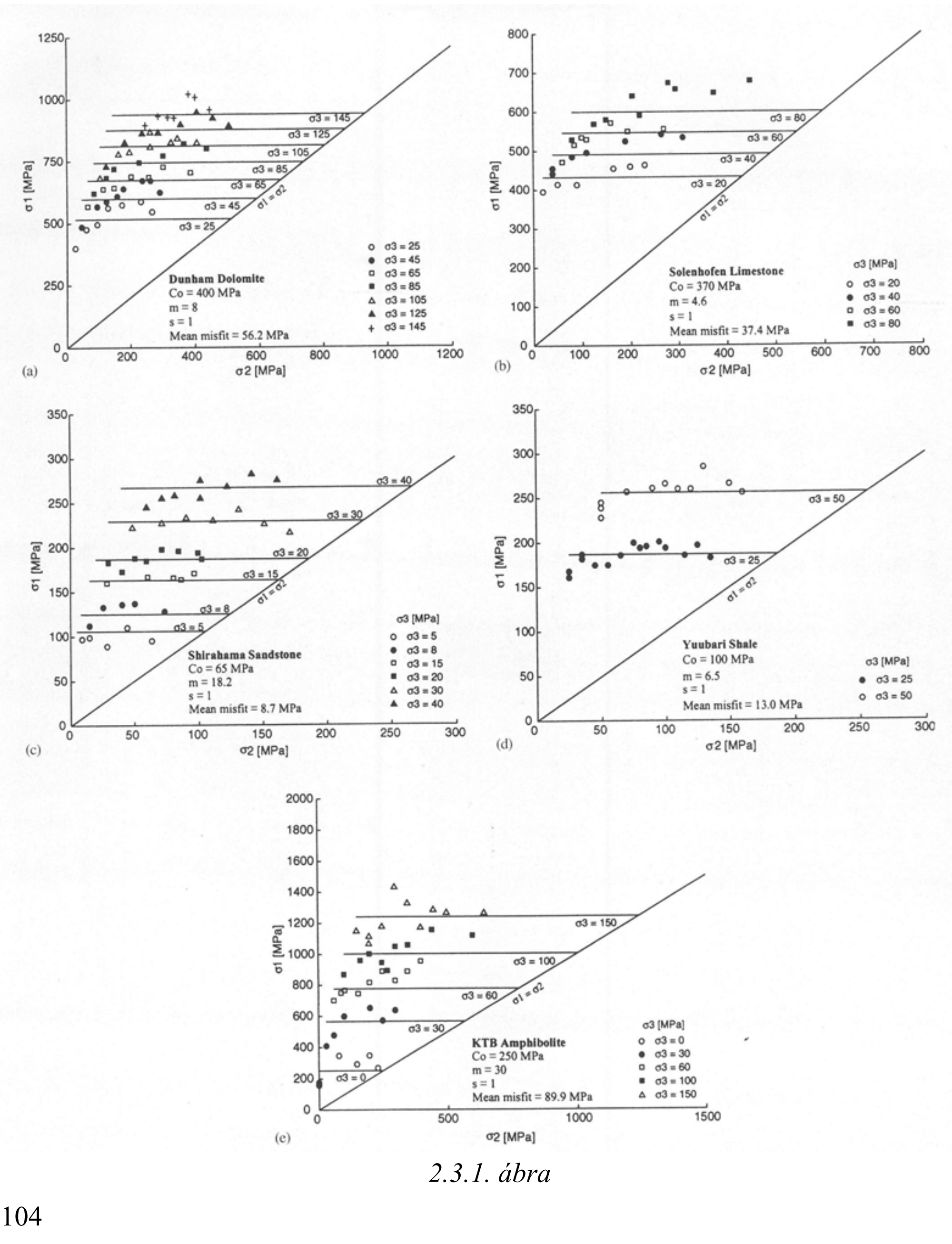
A 2.3.1. ábrán a σ_1-σ_2 síkon látjuk a polyaxiális mérési eredményeket és a határgörbéket dolomit, mészkő, homokkő, agyagpala, amfibolit kőzeteknél. A határgörbék általában nem tudják követni a mérési eredmények tendenciáit, palánál azonban jó a közelítés.

A kritérium alkalmas a repedezett kőzettest ("in situ" állapot) szilárdságának leírására is. Ilyenkor

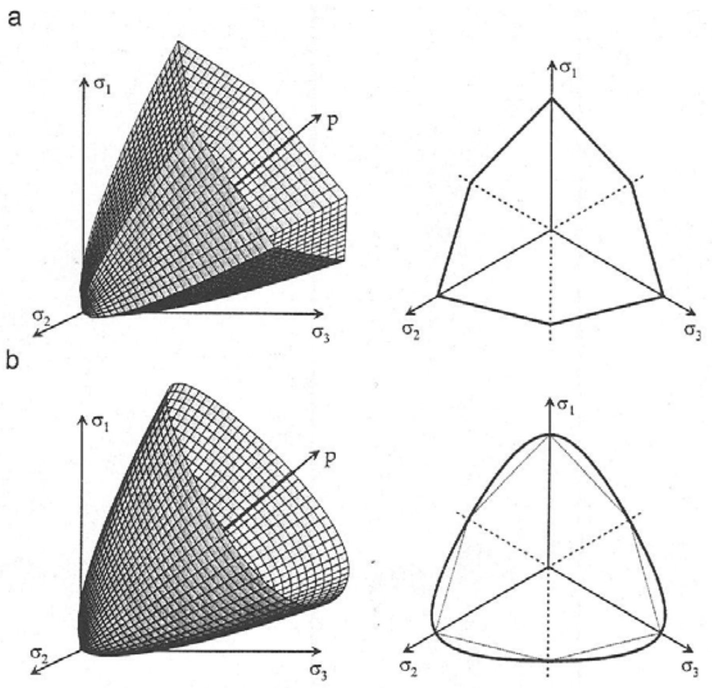
$$m = m_i f_1(GSI), \qquad s = f_2(GSI); \qquad f_1 < 1, \quad f_2 < 1$$

ahol: GSI - az un. geológiai szilárdsági index.

A σ_1-σ_2-σ_3 térben a HB, valamint továbbfejlesztett változatát a HBMN kritériumot a 2.3.2. ábrán látjuk.



2.3.1. ábra



2.3.2. ábra

3. Általános kritériumok és határgörbék

3.1. Mogi (M) kritériumok (1967, 1971)

1971-ben Mogi az MC-kritérium általánosításaként

$$\tau_{\mathrm{oct}} = \mathrm{f}\left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}\right) = \mathrm{f}(\sigma_{\mathrm{m},2})$$

alakban írta le tönkremeneteli kritériumát. Ennek lineáris alakja:

$$\tau_{\mathrm{oct}} = \mathrm{a} + \mathrm{b}\sigma_{\mathrm{m},2}$$

Ezt akár lineáris Mogi-Mohr-Coulomb kritériumnak is nevezhetjük, ahol

$$a = \frac{2\sqrt{2}}{3} c \cos\phi = \frac{2\sqrt{2}}{3} \frac{\sigma_c}{B_\phi + 1}, \quad b = \frac{2\sqrt{2}}{3} \sin\phi = \frac{2\sqrt{2}}{3} \frac{B_\phi - 1}{B_\phi + 1}$$

Konvenciális triaxiális feszültségállapotban (σ_1, σ_2=σ_3) tehát a lineáris Mogi kritérium megegyezik a Mohr-Coulomb kritériummal. Ilyen mérési eredményeket látunk a 3.1.1. ábrán. Az ábra τ_{oct}-$\sigma_{\mathrm{m},2}$ síkon mutatja a konvenciális triaxiális vizsgálatok eredményeit különböző kőzeteknél: dolomitnál, mészkőnél, trahytnál, homokkőnél, amfibolitnál, márgánál, gránitnál. Az ábra mutatja tönkremeneteli határegyenest és annak paramétereit (a, b) és a korrelációs együtthatót (r^2).

A lineáris Mogi kritérium polyaxiális kísérletek (σ_1, σ_2, σ_3) kiértékelésére is alkalmas. Ezt látjuk a 3.1.2. ábrán. Az ábra τ_{oct}-$\sigma_{m,2}$ síkon mutatja a poliaxiális mérések eredményeit különböző kőzeteknél: dolomitnál, mészkőnél, trachytnál, homokkőnél, ambifolitnál, márgánál, agyagpalánál, gránitnál. Az ábrán a teli pontok a triaxiális mérési eredményeket, az üres pontok a polyaxiális mérési eredményeket jelölik. Az ábra mutatja a tönkremeneteli határegyenest és annak paramétereit (a, b) valamint a korrelációs együtthatót (r^2).

A lineáris Mogi kritérium (1971) alkalmas tehát konvenciális triaxiális kísérletek (σ_1, σ_2=σ_3), extenziós triaxiális kísérletek (σ_2=σ_1, σ_3), biaxiális kísérletek (σ_1, σ_2, σ_3=0) kiértékelésére és általános polyaxiális kísérletek kiértékelésére.

Mogi 1967-ben általánosabb empirikus kritériumot javasolt

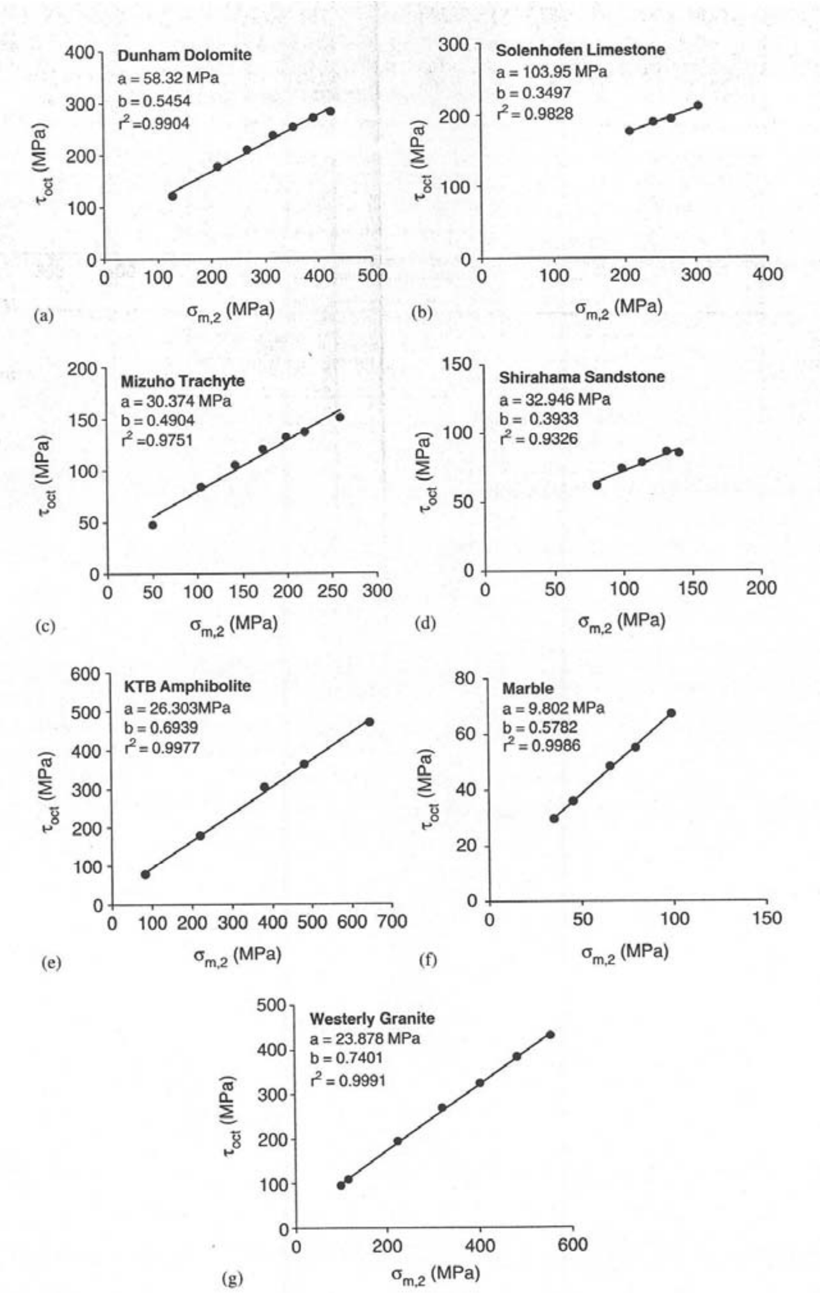
$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = f\left(\frac{\sigma_1 + \beta\sigma_2 + \sigma_3}{2}\right). \quad \beta < 1$$

alakban.

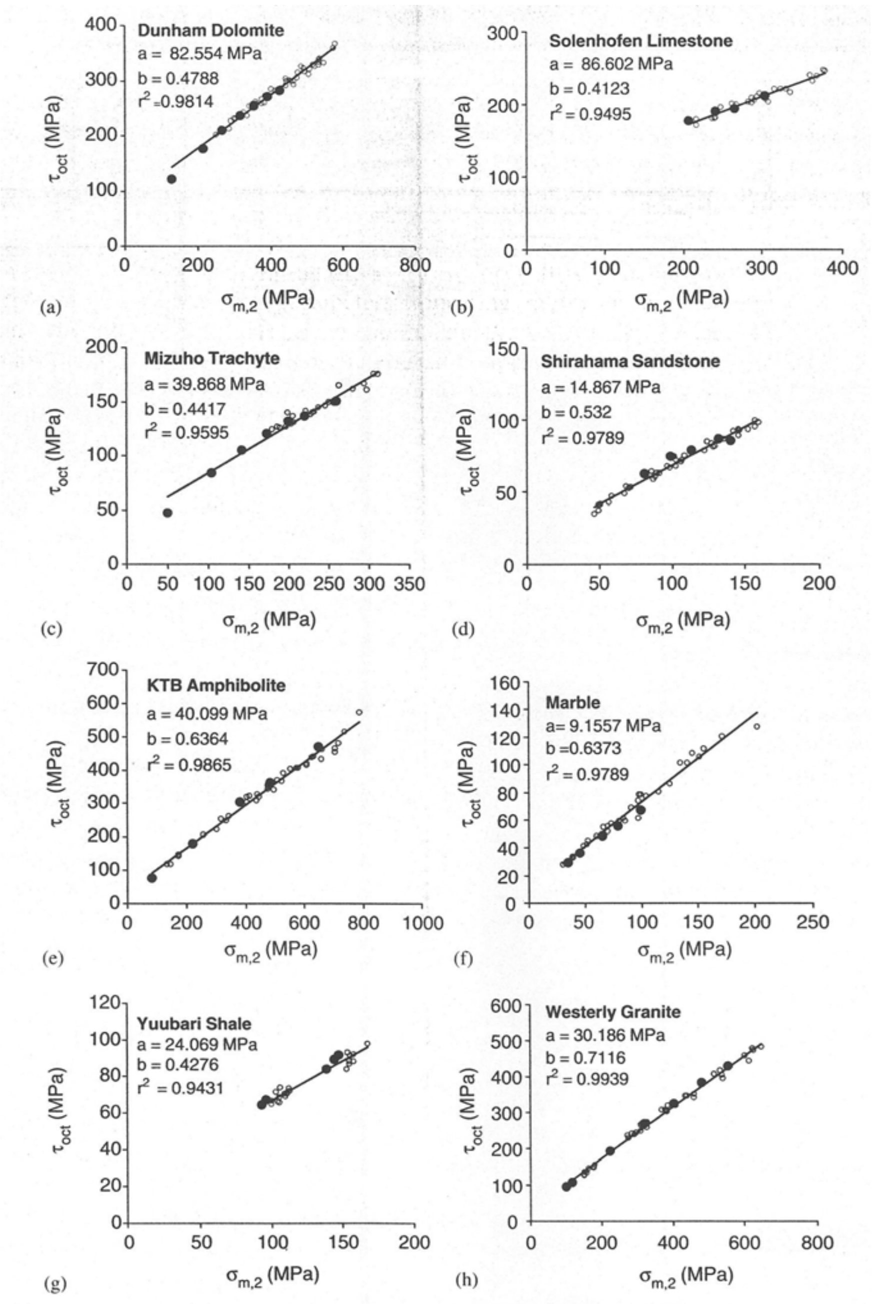
A 3.1.3. ábrán a σ_1-σ_2 síkon látjuk polyaxiális mérési eredményekkel az általános (1967) Mogi határgörbét dolomit, mészkő, homokkő, agyagpala, amfibolit kőzeteknél. Ebben az ábrázolásban általában nem adják vissza a határgörbék a mérési eredmények tendenciáját, a palánál azonban igen.

A 3.1.4. ábrán a τ_{oct}-$\sigma_{m,2}$ síkon látjuk a mérési eredményeket és az 1971-ben adott általános (nem lineáris) kritériumot dolomit, mészkő, homokkő, agyagpala, amfibolit kőzeteknél. A határgörbék közel lineárisak.

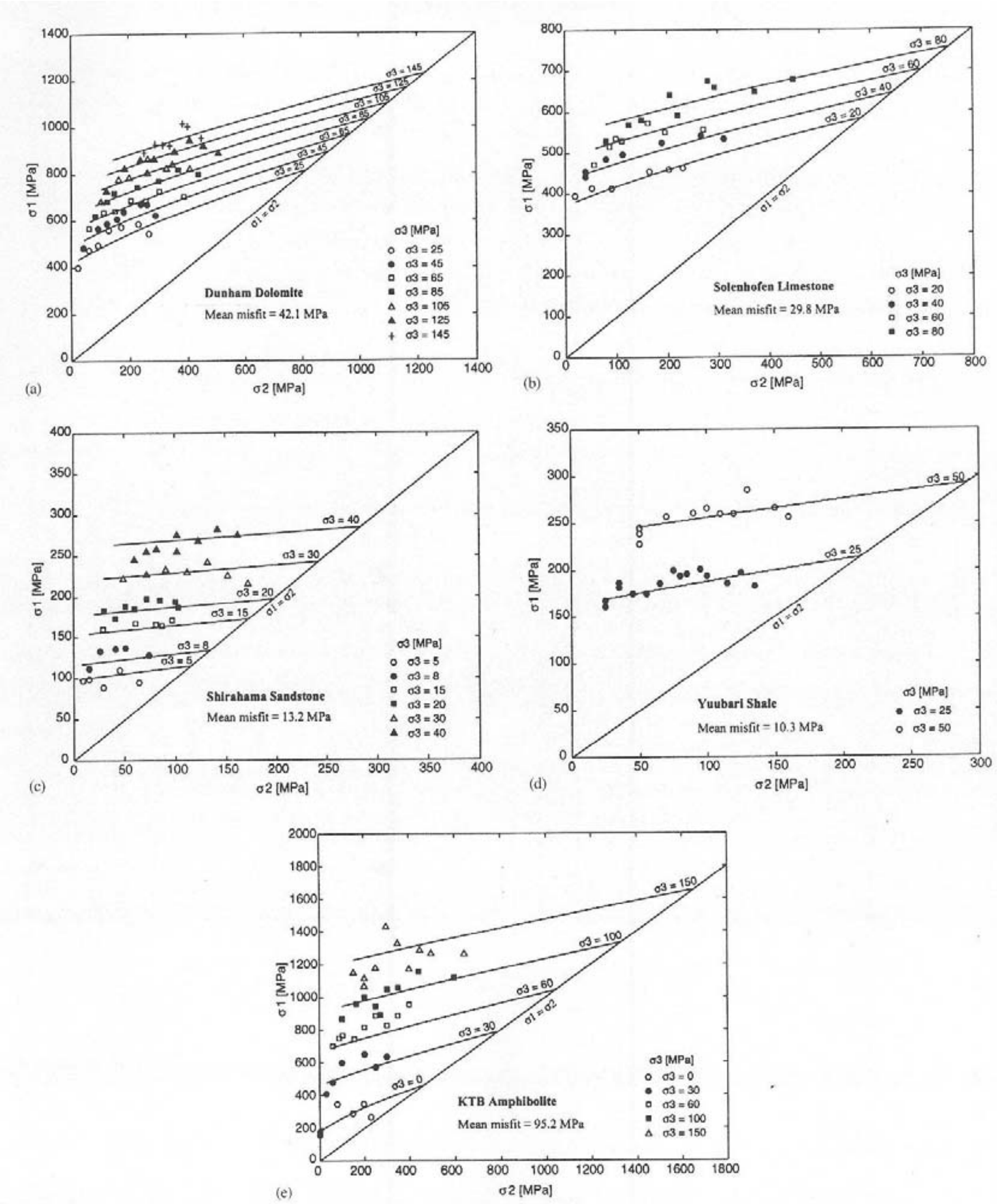
A 3.1.5. ábrán a σ_1-σ_2 síkon látjuk polyaxiális mérési eredményekkel az általános (1971) Mogi határgörbét dolomit, mészkő, homokkő, agyagpala, amfibolit kőzeteknél. Az ábrán jó közelítéseket látunk.


Dunham Dolomite
a = 58.32 MPa
b = 0.5454
r² =0.9904
τoct (MPa)
σm,2 (MPa)
(a)
Solenhofen Limestone
a = 103.95 MPa
b = 0.3497
r² = 0.9828
τoct (MPa)
σm,2 (MPa)
(b)
Mizuho Trachyte
a = 30.374 MPa
b = 0.4904
r² =0.9751
τoct (MPa)
σm,2 (MPa)
(c)
Shirahama Sandstone
a = 32.946 MPa
b = 0.3933
r² = 0.9326
τoct (MPa)
σm,2 (MPa)
(d)
KTB Amphibolite
a = 26.303MPa
b = 0.6939
r² = 0.9977
τoct (MPa)
σm,2 (MPa)
(e)
Marble
a = 9.802 MPa
b = 0.5782
r² = 0.9986
τoct (MPa)
σm,2 (MPa)
(f)
Westerly Granite
a = 23.878 MPa
b = 0.7401
r² = 0.9991
τoct (MPa)
σm,2 (MPa)
(g)

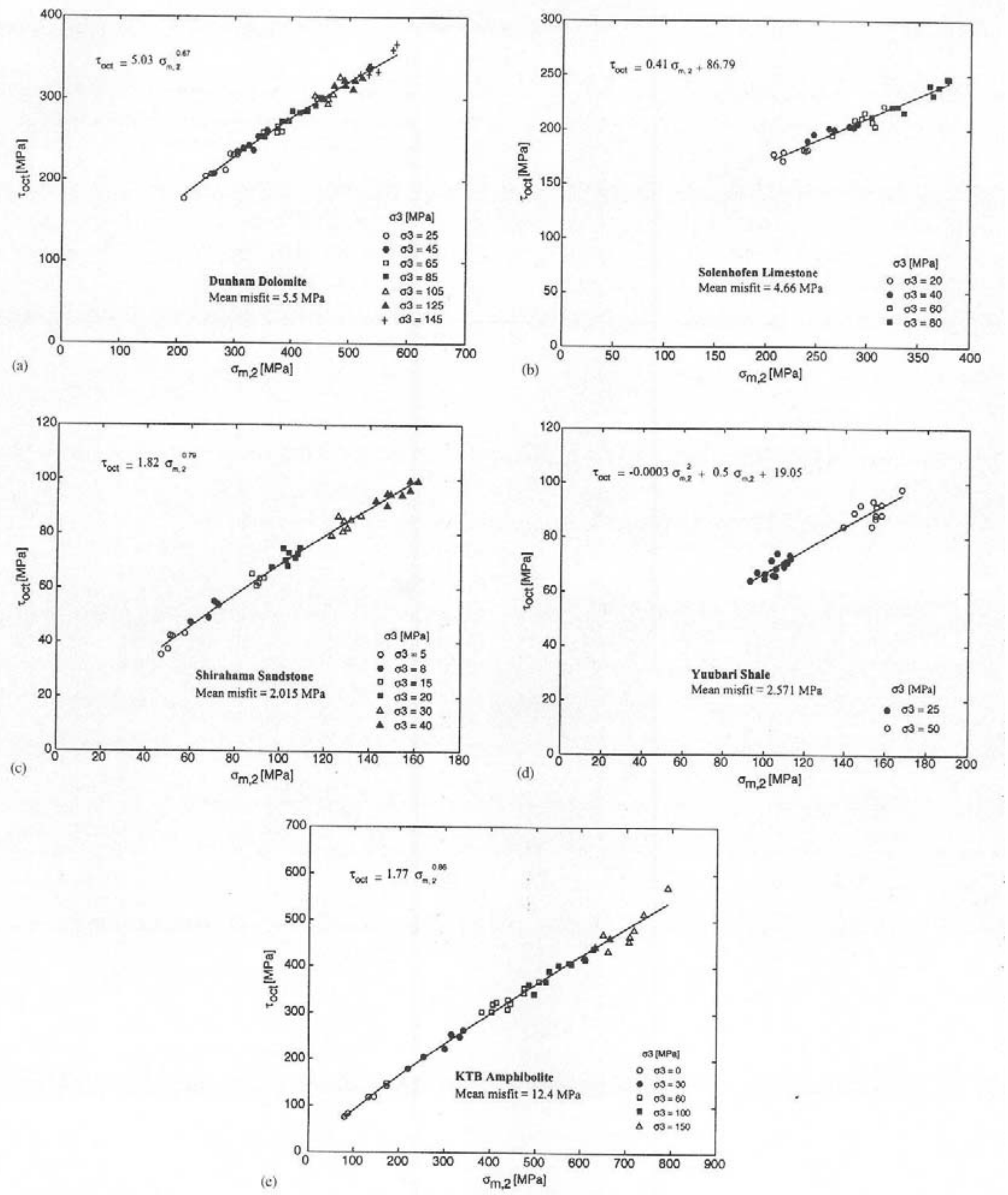
3.1.1. ábra


Dunham Dolomite
a = 82.554 MPa
b = 0.4788
r^2 = 0.9814
Solenhofen Limestone
a = 86.602 MPa
b = 0.4123
r^2 = 0.9495
Mizuho Trachyte
a = 39.868 MPa
b = 0.4417
r^2 = 0.9595
Shirahama Sandstone
a = 14.867 MPa
b = 0.532
r^2 = 0.9789
KTB Amphibolite
a = 40.099 MPa
b = 0.6364
r^2 = 0.9865
Marble
a = 9.1557 MPa
b = 0.6373
r^2 = 0.9789
Yuubari Shale
a = 24.069 MPa
b = 0.4276
r^2 = 0.9431
Westerly Granite
a = 30.186 MPa
b = 0.7116
r^2 = 0.9939
τ_{oct} (MPa)
$\sigma_{m,2}$ (MPa)
(a)
(b)
(c)
(d)
(e)
(f)
(g)
(h)

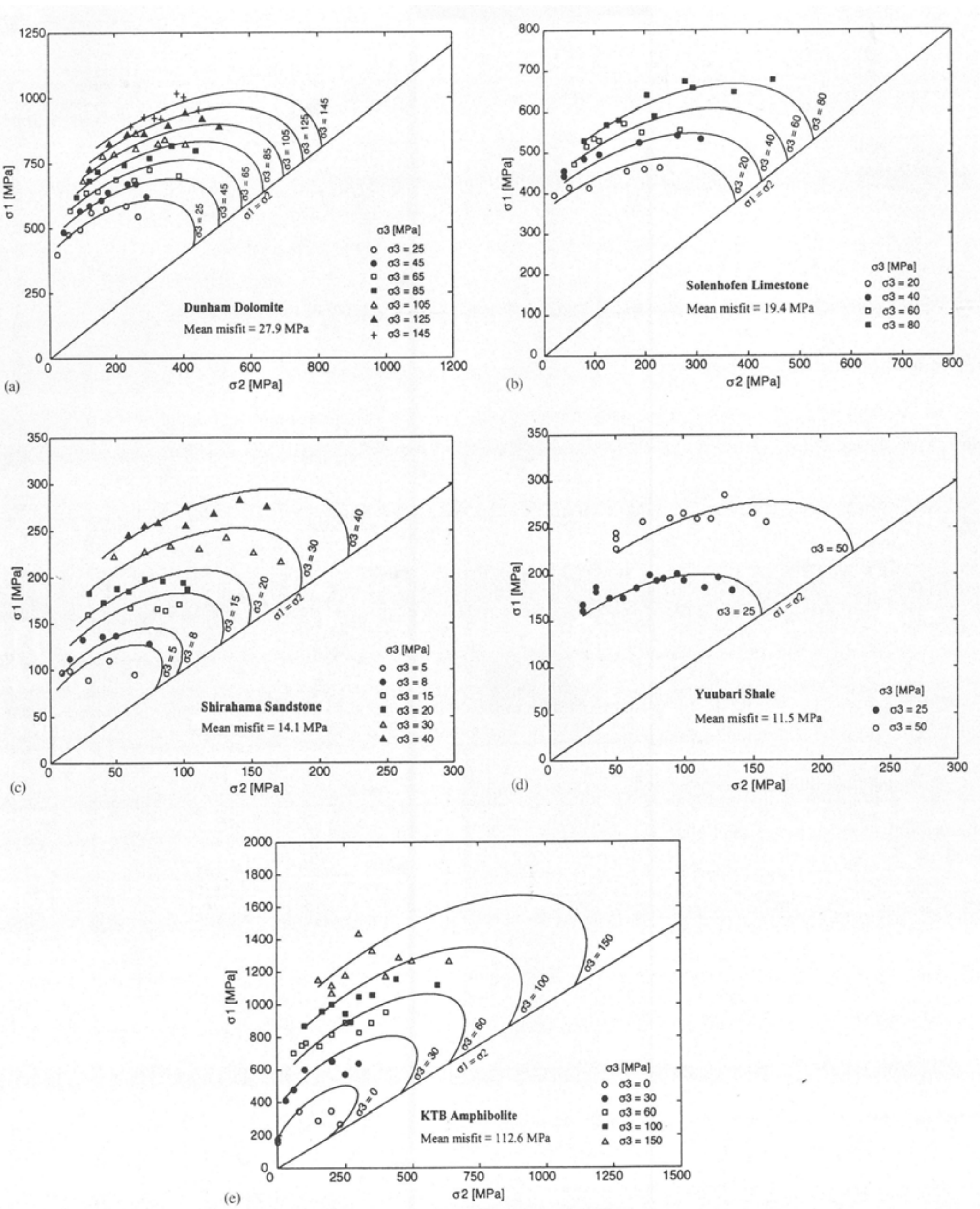
3.1.2. ábra


Dunham Dolomite
Mean misfit = 42.1 MPa
σ3 [MPa]
σ3 = 25
σ3 = 45
σ3 = 65
σ3 = 85
σ3 = 105
σ3 = 125
σ3 = 145
σ1 = σ2
σ1 [MPa]
σ2 [MPa]
(a)
Solenhofen Limestone
Mean misfit = 29.8 MPa
σ3 [MPa]
σ3 = 20
σ3 = 40
σ3 = 60
σ3 = 80
(b)
Shirahama Sandstone
Mean misfit = 13.2 MPa
σ3 [MPa]
σ3 = 5
σ3 = 8
σ3 = 15
σ3 = 20
σ3 = 30
σ3 = 40
(c)
Yuubari Shale
Mean misfit = 10.3 MPa
σ3 [MPa]
σ3 = 25
σ3 = 50
(d)
KTB Amphibolite
Mean misfit = 95.2 MPa
σ3 [MPa]
σ3 = 0
σ3 = 30
σ3 = 60
σ3 = 100
σ3 = 150
(e)

3.1.3. ábra


(a)
$\tau_{oct} = 5.03\ \sigma_{m,2}^{0.67}$
Dunham Dolomite
Mean misfit = 5.5 MPa
σ3 [MPa]
σ3 = 25
σ3 = 45
σ3 = 65
σ3 = 85
σ3 = 105
σ3 = 125
σ3 = 145
τ_{oct} [MPa]
$\sigma_{m,2}$ [MPa]
(b)
$\tau_{oct} = 0.41\ \sigma_{m,2} + 86.79$
Solenhofen Limestone
Mean misfit = 4.66 MPa
σ3 [MPa]
σ3 = 20
σ3 = 40
σ3 = 60
σ3 = 80
τ_{oct} [MPa]
$\sigma_{m,2}$ [MPa]
(c)
$\tau_{oct} = 1.82\ \sigma_{m,2}^{0.79}$
Shirahama Sandstone
Mean misfit = 2.015 MPa
σ3 [MPa]
σ3 = 5
σ3 = 8
σ3 = 15
σ3 = 20
σ3 = 30
σ3 = 40
τ_{oct} [MPa]
$\sigma_{m,2}$ [MPa]
(d)
$\tau_{oct} = -0.0003\ \sigma_{m,2}^{2} + 0.5\ \sigma_{m,2} + 19.05$
Yuubari Shale
Mean misfit = 2.571 MPa
σ3 [MPa]
σ3 = 25
σ3 = 50
τ_{oct} [MPa]
$\sigma_{m,2}$ [MPa]
(e)
$\tau_{oct} = 1.77\ \sigma_{m,2}^{0.86}$
KTB Amphibolite
Mean misfit = 12.4 MPa
σ3 [MPa]
σ3 = 0
σ3 = 30
σ3 = 60
σ3 = 100
σ3 = 150
τ_{oct} [MPa]
$\sigma_{m,2}$ [MPa]

3.1.4. ábra



(a)
Dunham Dolomite
Mean misfit = 27.9 MPa
σ3 [MPa]
σ3 = 25
σ3 = 45
σ3 = 65
σ3 = 85
σ3 = 105
σ3 = 125
σ3 = 145
σ1 = σ2
σ1 [MPa]
σ2 [MPa]
(b)
Solenhofen Limestone
Mean misfit = 19.4 MPa
σ3 [MPa]
σ3 = 20
σ3 = 40
σ3 = 60
σ3 = 80
σ1 = σ2
σ1 [MPa]
σ2 [MPa]
(c)
Shirahama Sandstone
Mean misfit = 14.1 MPa
σ3 [MPa]
σ3 = 5
σ3 = 8
σ3 = 15
σ3 = 20
σ3 = 30
σ3 = 40
σ1 = σ2
σ1 [MPa]
σ2 [MPa]
(d)
Yuubari Shale
Mean misfit = 11.5 MPa
σ3 [MPa]
σ3 = 25
σ3 = 50
σ1 = σ2
σ1 [MPa]
σ2 [MPa]
(e)
KTB Amphibolite
Mean misfit = 112.6 MPa
σ3 [MPa]
σ3 = 0
σ3 = 30
σ3 = 60
σ3 = 100
σ3 = 150
σ1 = σ2
σ1 [MPa]
σ2 [MPa]

3.1.5. ábra

3.2. Drucker-Prager (DP) kritérium

Elsősorban a talajmechanikában (laza kőzeteknél) alkalmazható kritérium, amely a Mises (HMH) kritériumtól származik:

$$\sqrt{\mathrm{J}_2} = \mathrm{k} + \alpha \mathrm{I}_1$$

ahol: I_1 – a feszültség tenzor első invariánsa
J_2 – a deviátor tenzor második invariánsa
τ_{oct} – csúsztató oktaéderes feszültség
k, α - anyagjellemzők

A k-paraméter a kohéziót, az α-paraméter a belső súrlódási szöget reprezentálja a kritériumban, ha Mohr-Coulomb kritériumhoz hasonlítjuk. α=0-nál a HMH kritériumot kapjuk vissza.

A 3.2.1. ábrán a σ_1-σ_2 síkon látjuk a polyaxiális mérési eredményeket és a határgörbét dolomit, mészkő, homokkő, agyagpala, amfibolit kőzeteknél. A határgörbék egyes esetekben alig követik a mérési eredmények tendenciáját, más esetekben egyáltalán nem követik a mérési eredmények tendenciáját.

1980-ban részletesen vizsgáltuk a Drucker-Prager kritériumot, ennek kapcsán a σ_2 középső főfeszültség hatását a tönkremenetelre.

A tönkremeneteli feltétel kifejtve:

$$-\alpha(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) +$$
$$+\left\{\frac{1}{6}\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\right]\right\}^{\frac{1}{2}} - k = 0$$

σ_2=σ_3 esetében

$$\sigma_1\left(-\alpha + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) - \sigma_3\left(\frac{1}{\sqrt{3}} + 2\alpha\right) = k.$$

Ha σ_3 =0, azaz σ_1=σ_c, akkor

$$k = \left(-\alpha + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)\sigma_c.$$

Ezzel a Drucker-Prager egyenlet

$$-\alpha I_1 + \sqrt{J_2} - \sigma_c\left(-\alpha + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 0.$$

Az egyenletet kifejtve

$$\sigma_1 - \frac{\sqrt{3} + 6\alpha}{\sqrt{3} - 6\alpha}\sigma_3 - \sigma_c = 0$$

eredményre jutunk. Ezt összehasonlítva a Mohr-Coulomb egyenlettel azt kapjuk, hogy

$$\frac{\sqrt{3}+6\alpha}{\sqrt{3}-6\alpha}=B_{\phi}.$$

Ebből

$$\alpha=\frac{\sqrt{3}\left(B_{\phi}-1\right)}{3\left(B_{\phi}+2\right)}=\frac{\left(B_{\phi}-1\right)}{\sqrt{3}\left(B_{\phi}+2\right)}.$$

Ezzel a Drucker-Prager egyenlet:

$$-\left(B_{\phi}-1\right)I_1+\sqrt{3}\left(B_{\phi}+2\right)\sqrt{J_2}-3\sigma_c=0,$$

ill.

$$-\left(B_{\phi}-1\right)\left(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3\right)+$$

$$+\left(B_{\phi}+2\right)\frac{1}{\sqrt{2}}\left[\left(\sigma_1-\sigma_2\right)^2+\left(\sigma_2-\sigma_3\right)^2+\left(\sigma_3-\sigma_1\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}-3\sigma_c=0$$

$\sigma_2=\sigma_1$, azaz extenziós triaxiális feszültségállapotban a tönkremeneteli feltétel:

$$-\left(B_{\phi}-1\right)\left(2\sigma_1+\sigma_3\right)+\left(B_{\phi}+2\right)\left(\sigma_1-\sigma_3\right)-3\sigma_c=0$$

ill.

$$\sigma_1=\frac{3}{4-B_{\phi}}\sigma_c+\frac{2B_{\phi}+1}{4-B_{\phi}}\sigma_3.$$

ha $B_{\phi}=1,\ (\phi=0°)$ $\quad \sigma_1=\sigma_c+\sigma_3=\sigma_{cb}+\sigma_3$

ha $B_{\phi}=2,\ (\phi=19{,}5°)$ $\quad \sigma_1=1{,}5\sigma_c+2{,}5\sigma_3=\sigma_{cb}+2{,}5\sigma_3$

ha $B_{\phi}=3,\ (\phi=30°)$ $\quad \sigma_1=3\sigma_c+7\sigma_3=\sigma_{cb}+7\sigma_3$

$\sigma_3=0$ esetén $\sigma_1=\sigma_{cb}$, a biaxiális nyomószilárdság

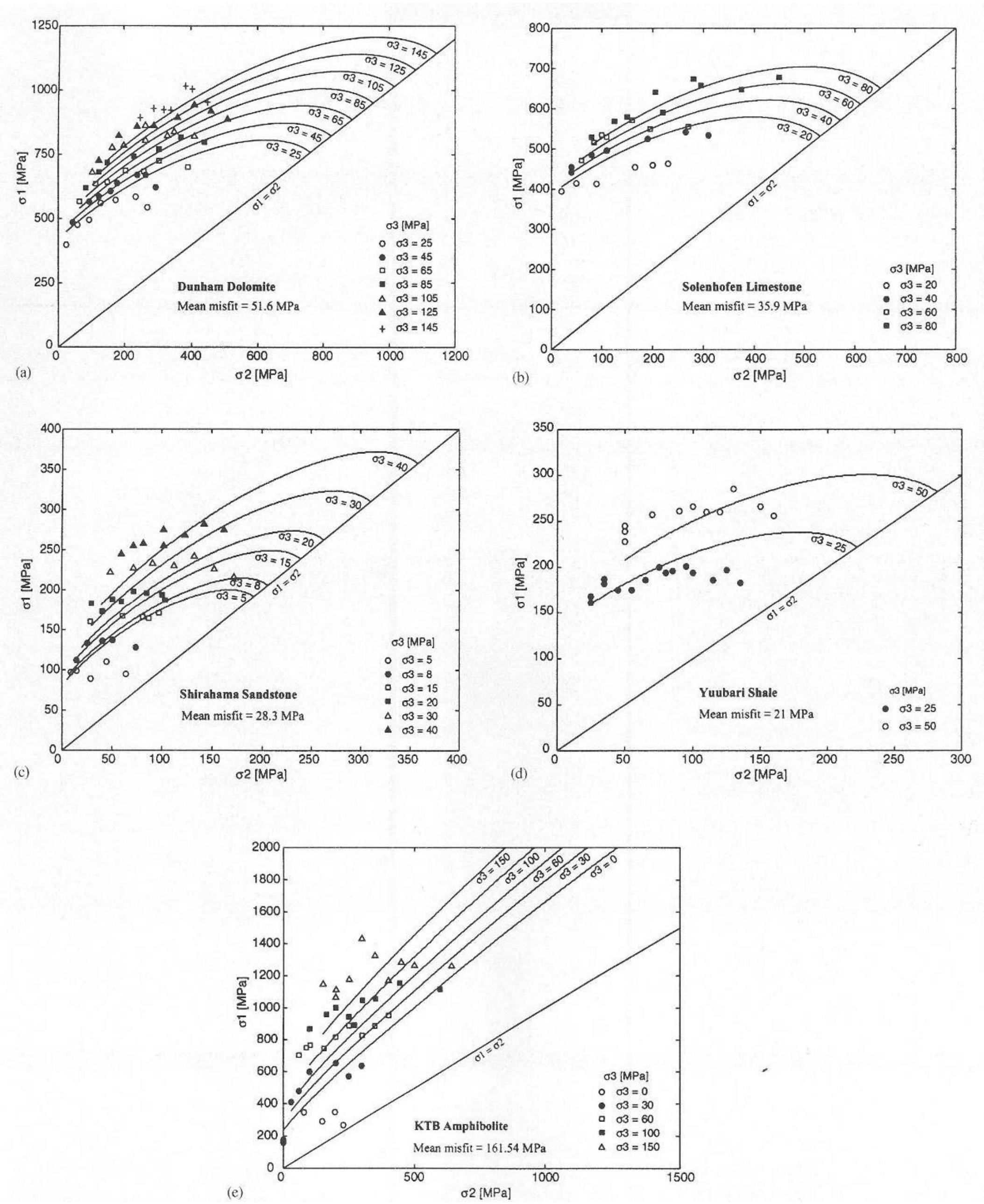
$$\sigma_{cb}=\frac{3}{4-B_{\phi}}\sigma_c$$

csak $B_{\phi}<4$ esetén értelmezhető.

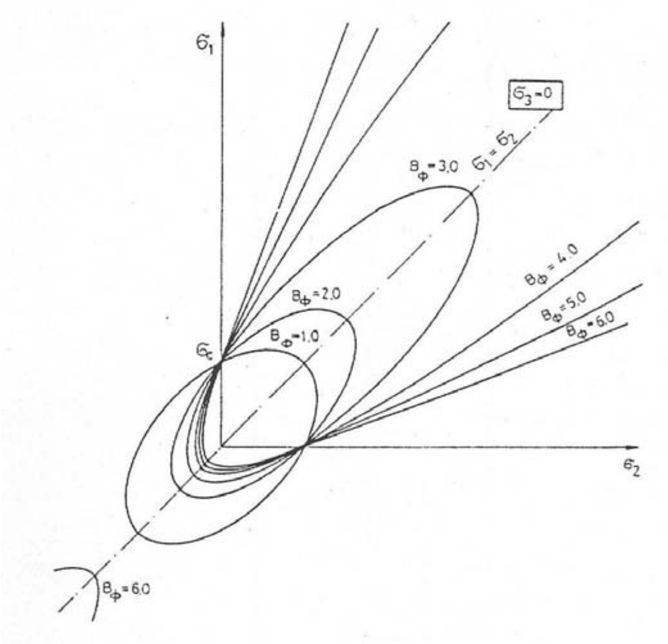
$B_{\phi}=3$, ($\phi=30°$)-nál $\sigma_{cb}=3\sigma_c$, ilyen nagy értéket nem igazolnak vissza a mérési eredmények.

σ_1, σ_2, $\sigma_3=0$ biaxiális feszültség állapotban a σ_1-σ_2 síkon a 3.2.2. ábrán látjuk a határgörbéket különböző B_{ϕ} értékeknél. A mérési eredményeknek $1\leq B_{\phi}\leq 2$, ($0°\leq\phi\leq 20°$) intervallumban felelnek meg a határgörbék. Ezért csak laza kőzetek (talajok) esetében alkalmazhatjuk sikerrel a Drucker-Prager kritériumot.

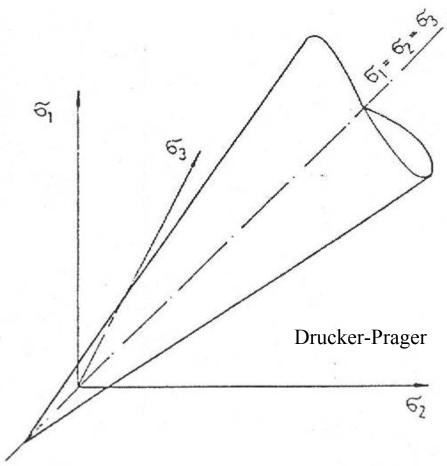
A σ_1-σ_2-σ_3 térben a 3.2.3. ábra mutatja a kritériumot.


Dunham Dolomite
Mean misfit = 51.6 MPa
σ3 [MPa]
σ3 = 25
σ3 = 45
σ3 = 65
σ3 = 85
σ3 = 105
σ3 = 125
σ3 = 145
σ1 = σ2
σ1 [MPa]
σ2 [MPa]
(a)
Solenhofen Limestone
Mean misfit = 35.9 MPa
σ3 = 20
σ3 = 40
σ3 = 60
σ3 = 80
(b)
Shirahama Sandstone
Mean misfit = 28.3 MPa
σ3 = 5
σ3 = 8
σ3 = 15
σ3 = 20
σ3 = 30
σ3 = 40
(c)
Yuubari Shale
Mean misfit = 21 MPa
σ3 = 25
σ3 = 50
(d)
KTB Amphibolite
Mean misfit = 161.54 MPa
σ3 = 0
σ3 = 30
σ3 = 60
σ3 = 100
σ3 = 150
(e)

3.2.1. ábra



3.2.2. ábra



3.2.3. ábra

3.3. Módosított Wiebols-Cook (WC) kritérium

Az eredeti kritérium a torzítási energia számbavételén alapszik. A módosított kritérium a Drucker-Prager kritérium kiterjesztése:

$$\sqrt{J_2} = A + BI_1 + CI_1^2$$

ahol: A, B, C – anyagjellemzők.

Az A, B, C paramétereket kompressziós triaxiális (σ_1, σ_2=σ_3) és biaxiális (σ_2=σ_1, σ_3=0) mérési eredményekből lehet meghatározni.

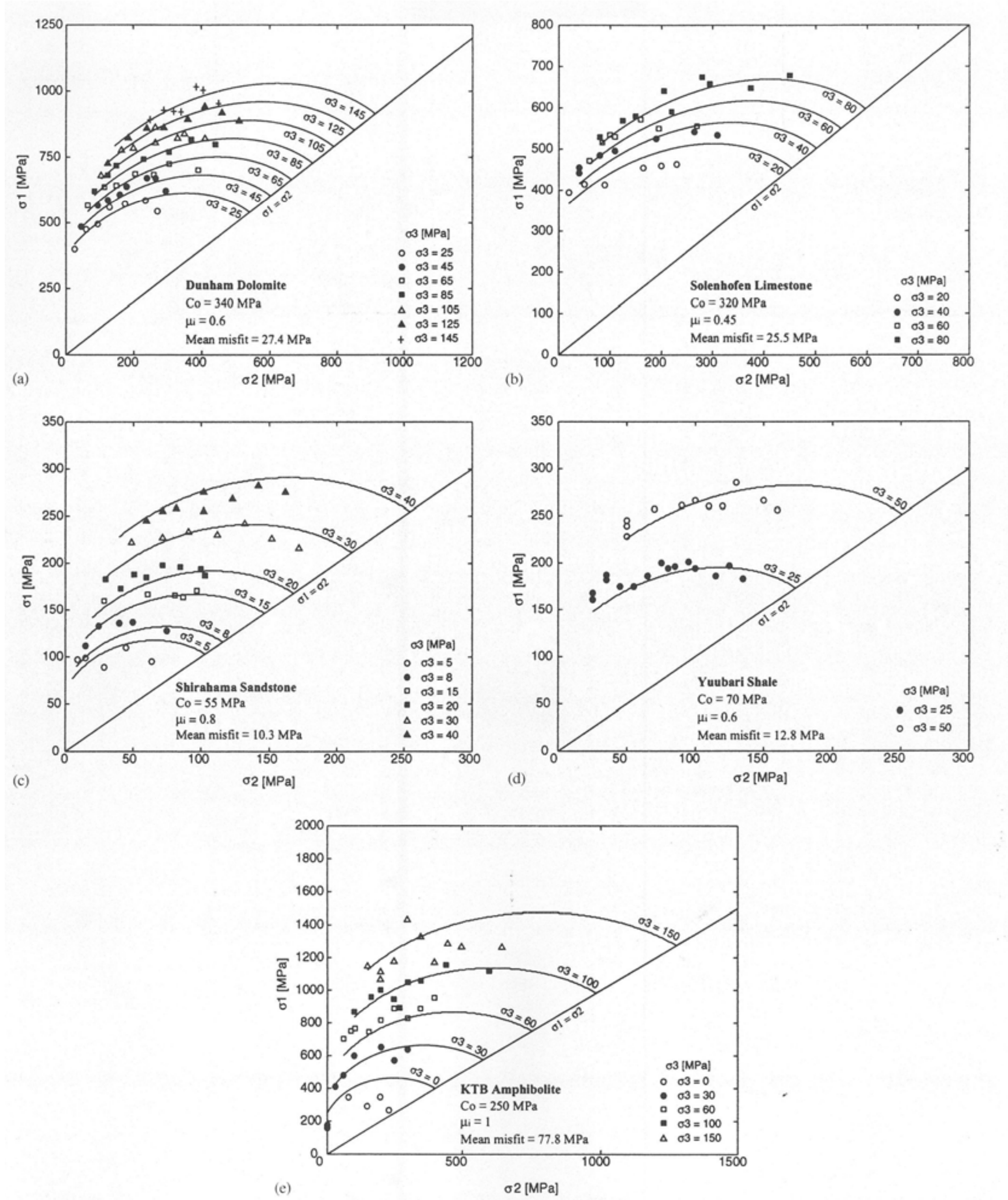
$$C = \frac{\sqrt{27}}{2C_1 + (B_\phi - 1)\sigma_3 - \sigma_c}\left(\frac{C_1 + (B_\phi - 1)\sigma_3 - \sigma_c}{2C_1 + (2B\phi + \sigma_3) - \sigma_c} - \frac{B_\phi - 1}{B_\phi + 2}\right)$$

$$C_1 = (1 + 0{,}6tg\phi)\sigma_c$$

$$B = \frac{\sqrt{3}(B_\phi - 1)}{B_\phi + 2} - \frac{C}{3}\left[2\sigma_c + (B_\phi + 2)\sigma_3\right]$$

$$A = \frac{\sigma_c}{\sqrt{3}} - \frac{\sigma_c B}{3} - \frac{\sigma_c^2}{9}C$$

A 3.3.1. ábrán a σ_1-σ_2 síkon látjuk a polyaxiális mérési eredményeket és a határgörbéket dolomit, mészkő, homokkő, agyagpala, amfibolit kőzeteknél. A határgörbék mindegyik kőzetnél igen jól követik a mérési eredményeket.


(a)
Dunham Dolomite
Co = 340 MPa
μi = 0.6
Mean misfit = 27.4 MPa
σ3 [MPa]
σ3 = 25
σ3 = 45
σ3 = 65
σ3 = 85
σ3 = 105
σ3 = 125
σ3 = 145
σ1 = σ2
σ1 [MPa]
σ2 [MPa]
(b)
Solenhofen Limestone
Co = 320 MPa
μi = 0.45
Mean misfit = 25.5 MPa
σ3 [MPa]
σ3 = 20
σ3 = 40
σ3 = 60
σ3 = 80
σ1 = σ2
σ1 [MPa]
σ2 [MPa]
(c)
Shirahama Sandstone
Co = 55 MPa
μi = 0.8
Mean misfit = 10.3 MPa
σ3 [MPa]
σ3 = 5
σ3 = 8
σ3 = 15
σ3 = 20
σ3 = 30
σ3 = 40
σ1 = σ2
σ1 [MPa]
σ2 [MPa]
(d)
Yuubari Shale
Co = 70 MPa
μi = 0.6
Mean misfit = 12.8 MPa
σ3 [MPa]
σ3 = 25
σ3 = 50
σ1 = σ2
σ1 [MPa]
σ2 [MPa]
(e)
KTB Amphibolite
Co = 250 MPa
μi = 1
Mean misfit = 77.8 MPa
σ3 [MPa]
σ3 = 0
σ3 = 30
σ3 = 60
σ3 = 100
σ3 = 150
σ1 = σ2
σ1 [MPa]
σ2 [MPa]

3.3.1. ábra

3.4. Módosított Lade (L) kritérium

Ez a kritérium abból a felismerésből született, hogy a Mohr-Coulomb kritérium σ_2-vel egyáltalán nem számol, a Drucker-Prager kritérium pedig túlbecsüli σ_2 szerepét. A módosított Lade-Duncan kritérium:

$$\frac{I_1^{'3}}{I_3^{'}} = 27 + \eta$$

ahol: $I_1^{'}$ - módosított első feszültségi invariáns

$I_3^{'}$ - módosított harmadik feszültségi invariáns

$$I_1^{'} = (\sigma_1 + S) + (\sigma_2 + S) + (\sigma_3 + S)$$

$$I_3^{'} = (\sigma_1 + S)(\sigma_2 + S)(\sigma_3 + S)$$

$$S = \frac{c}{tg\varphi}; \quad \varphi > 0 \quad c = \frac{\sigma_c}{2\sqrt{B_\phi}}$$

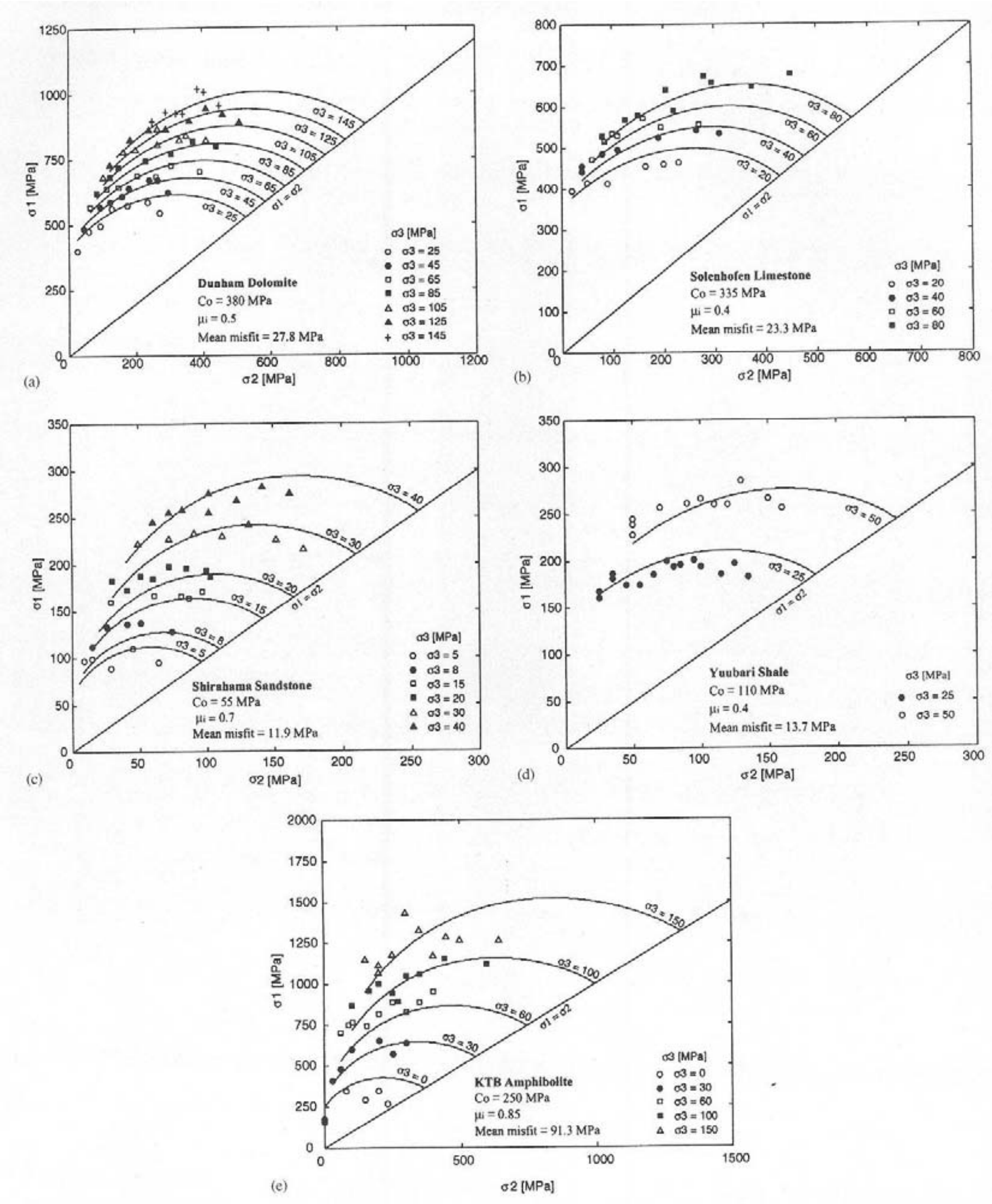
$$\eta = \frac{4(tg^2\phi)(9 - 7\sin\phi)}{1 - \sin\phi}$$

ahol: η, S – kőzetszilárdsági paraméterek.

A 3.4.1. ábrán a σ_1-σ_2 síkon látjuk a polyaxiális mérési eredményeket és a határgörbéket dolomit, mészkő, homokkő, agyagpala, amfibolit kőzeteknél. A határgörbék igen jól követik a mérési eredményeket.

A Lade kritérium a polyaxiális kőzetszilárdságot a Mohr-Coulomb kőzetszilárdság fölé, a Drucker-Prager kőzetszilárdság alá becsüli.

A kritériumot kimondottan fúrólyukak stabilitásának vizsgálatához hozták létre.


Dunham Dolomite
Co = 380 MPa
μi = 0.5
Mean misfit = 27.8 MPa
Solenhofen Limestone
Co = 335 MPa
μi = 0.4
Mean misfit = 23.3 MPa
Shirahama Sandstone
Co = 55 MPa
μi = 0.7
Mean misfit = 11.9 MPa
Yuubari Shale
Co = 110 MPa
μi = 0.4
Mean misfit = 13.7 MPa
KTB Amphibolite
Co = 250 MPa
μi = 0.85
Mean misfit = 91.3 MPa
σ1 [MPa]
σ2 [MPa]
σ3 [MPa]
σ1 = σ2
(a)
(b)
(c)
(d)
(e)

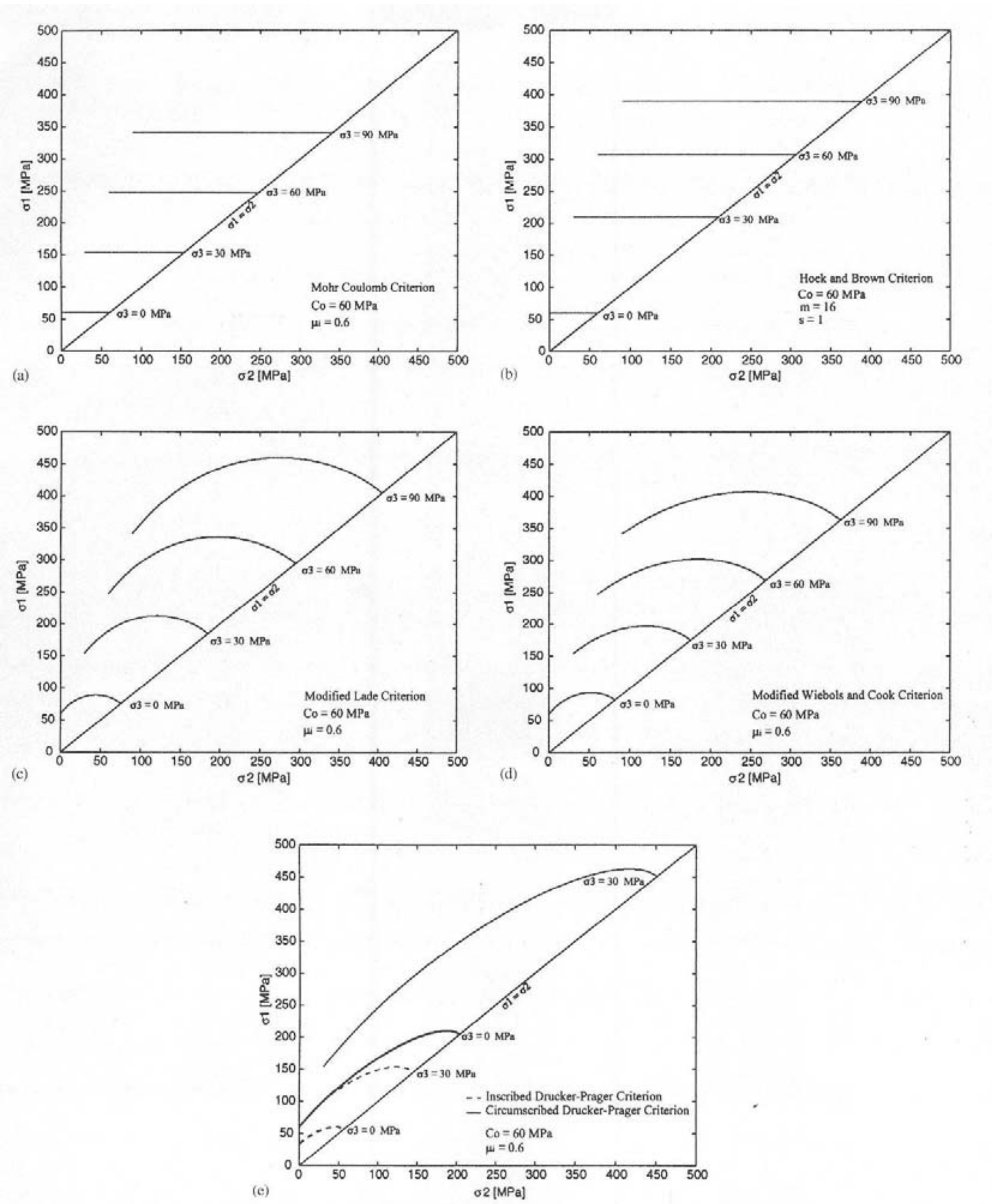
3.4.1. ábra

4. A tönkremeneteli kritériumok összehasonlítása

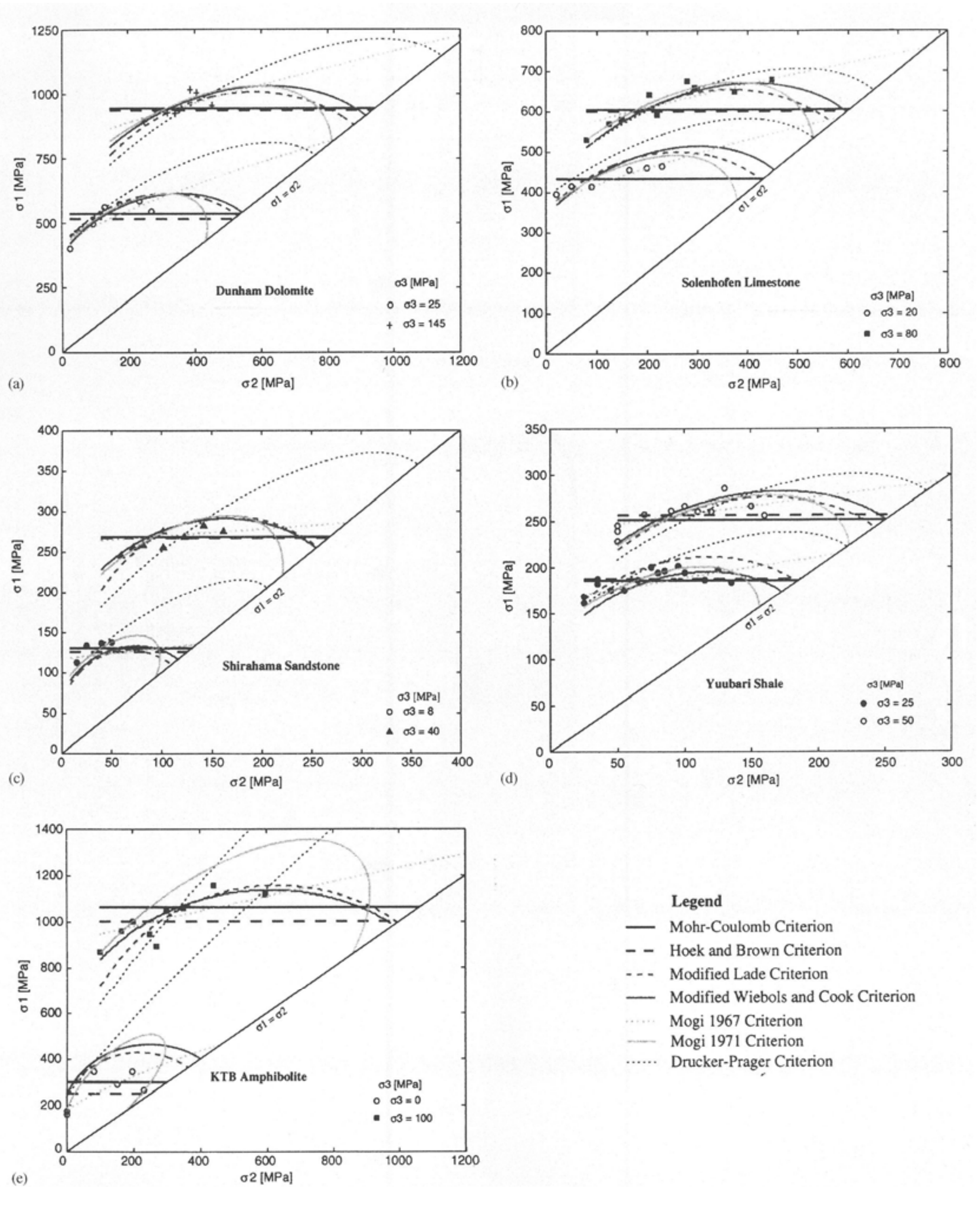
A 4.1. ábrán a σ_1-σ_2 síkon látjuk különböző σ_3 értékeknél (polyaxiális feszültségállapot) a Mohr-Coulomb, Hoek-Brown, módosított Lade, módosított Wiebols-Cook, belül írt Drucker-Prager, kívül írt Drucker-Prager határgörbéket. A legjobb közelítést a Lade (L) és Wiebols-Cook (WC) határgörbéktől várhatjuk.

A 4.2. ábrán σ_1-σ_2 síkon látjuk a polyaxiális mérési eredményeket és a MC, HB, L, WC, M(1967) M(1971), DP tönkremeneteli határgörbéket dolomit, mészkő, homokkő, agyagpala, amfibolit kőzeteknél. A polyaxiális mérési eredmények tendenciáját leginkább a Lade (L) és a Wiebols-Cook (WC) kritériumok követik. A Druker-Prager (DP) közelítésnél jobb a Mohr-Coulomb (MC) és a Hoek-Brown (HB) közelítés is.

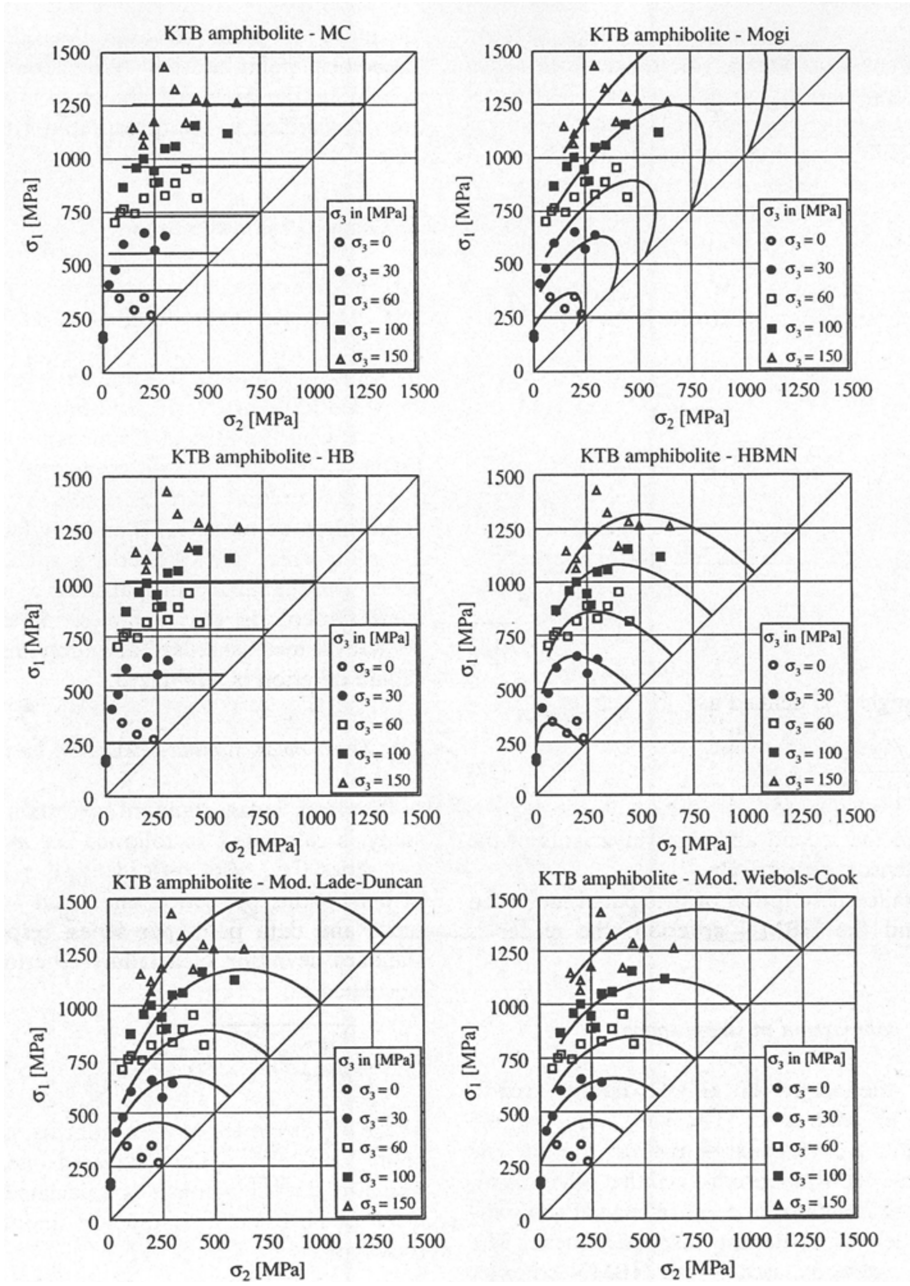
4.3.-4.6. ábrákon a σ_1-σ_2 síkon polyaxiális mérési eredményeket és MC, M(1971), H, HBMN, L, WC határgörbéket látunk, amfibolit, trachyt, márga, gránit kőzeteknél. Leginkább a Lade és a Wiebols-Cook határgörbék követik a mérési eredmények tendenciáit.


(a)
Mohr Coulomb Criterion
Co = 60 MPa
μi = 0.6
σ3 = 0 MPa
σ3 = 30 MPa
σ3 = 60 MPa
σ3 = 90 MPa
σ1 = σ2
σ1 [MPa]
σ2 [MPa]
(b)
Hoek and Brown Criterion
Co = 60 MPa
m = 16
s = 1
(c)
Modified Lade Criterion
Co = 60 MPa
μi = 0.6
(d)
Modified Wiebols and Cook Criterion
Co = 60 MPa
μi = 0.6
(e)
- - Inscribed Drucker-Prager Criterion
— Circumscribed Drucker-Prager Criterion
Co = 60 MPa
μi = 0.6

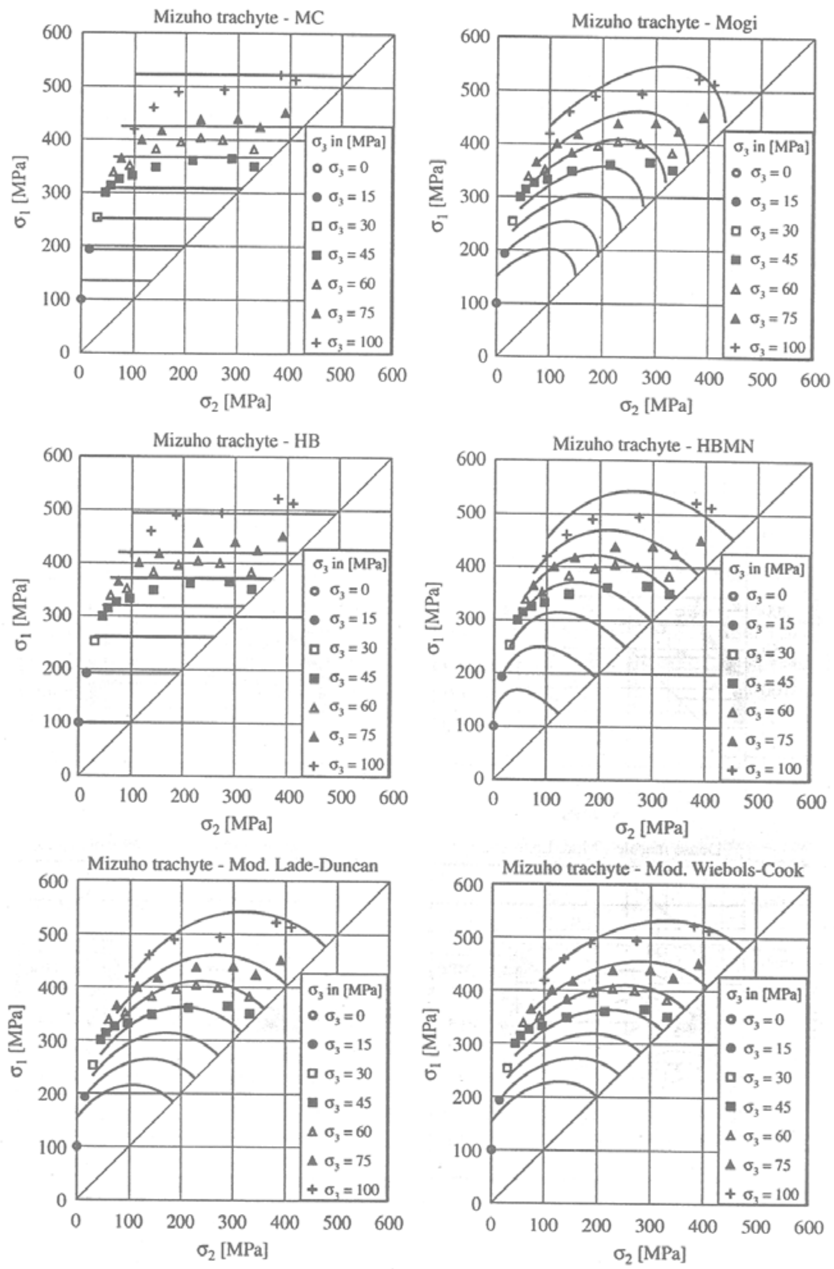
4.1. ábra


Dunham Dolomite
σ3 [MPa]
σ3 = 25
σ3 = 145
σ1 [MPa]
σ2 [MPa]
σ1 = σ2
(a)
Solenhofen Limestone
σ3 [MPa]
σ3 = 20
σ3 = 80
(b)
Shirahama Sandstone
σ3 [MPa]
σ3 = 8
σ3 = 40
(c)
Yuubari Shale
σ3 [MPa]
σ3 = 25
σ3 = 50
(d)
KTB Amphibolite
σ3 [MPa]
σ3 = 0
σ3 = 100
(e)
Legend
Mohr-Coulomb Criterion
Hoek and Brown Criterion
Modified Lade Criterion
Modified Wiebols and Cook Criterion
Mogi 1967 Criterion
Mogi 1971 Criterion
Drucker-Prager Criterion

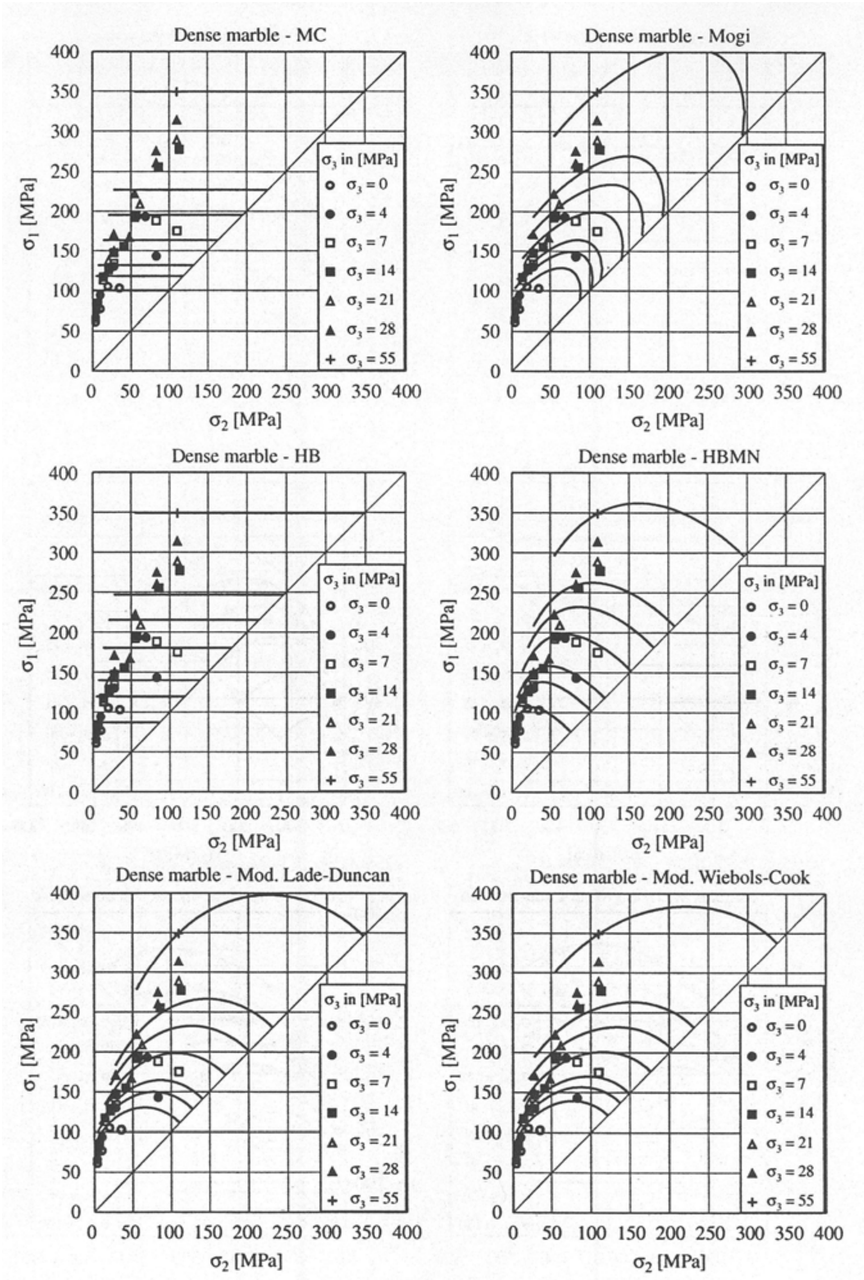
4.2. ábra


KTB amphibolite - MC
KTB amphibolite - Mogi
KTB amphibolite - HB
KTB amphibolite - HBMN
KTB amphibolite - Mod. Lade-Duncan
KTB amphibolite - Mod. Wiebols-Cook
σ_1 [MPa]
σ_2 [MPa]
σ_3 in [MPa]
$\sigma_3 = 0$
$\sigma_3 = 30$
$\sigma_3 = 60$
$\sigma_3 = 100$
$\sigma_3 = 150$

4.3. ábra

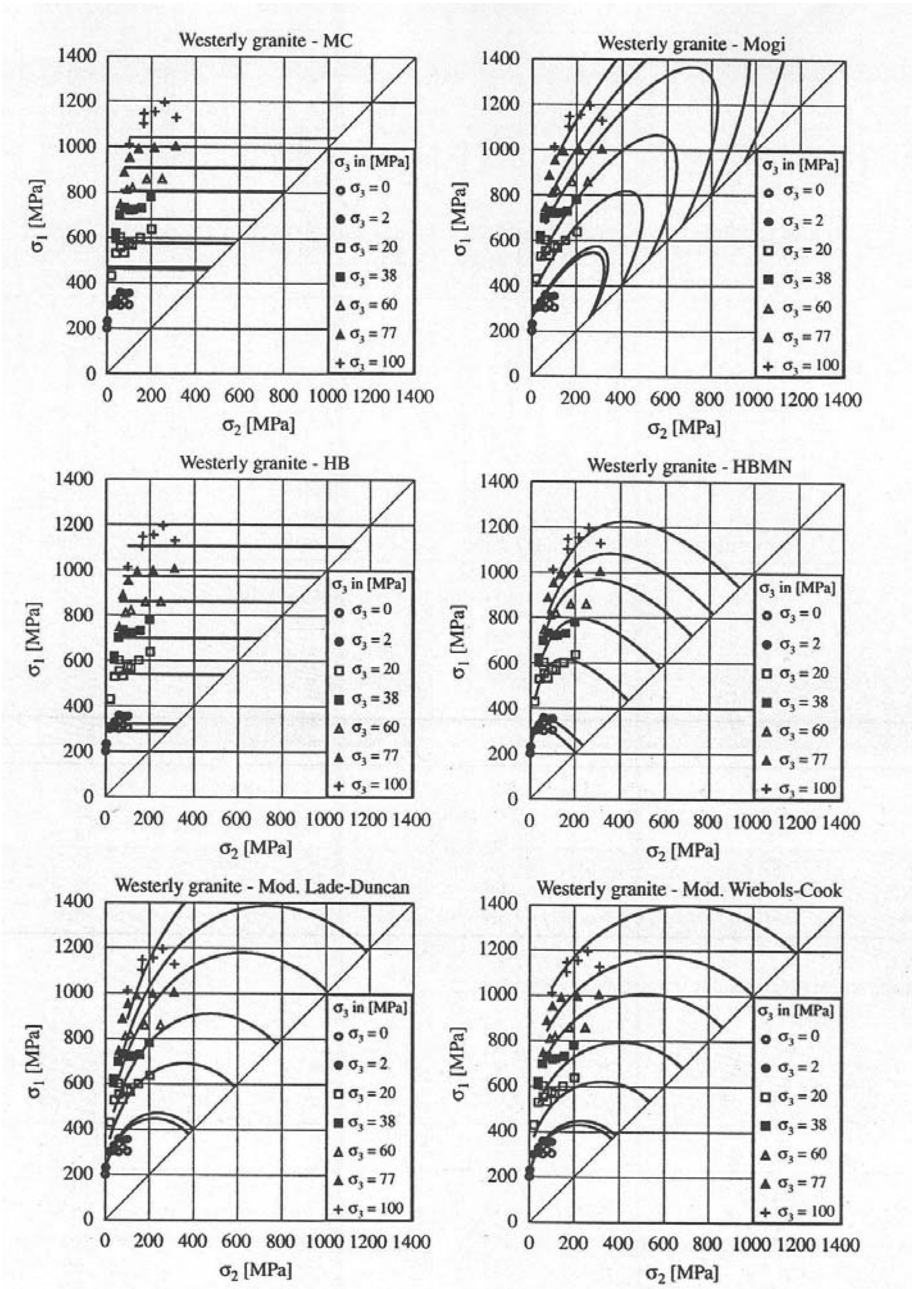

Mizuho trachyte - MC
Mizuho trachyte - Mogi
Mizuho trachyte - HB
Mizuho trachyte - HBMN
Mizuho trachyte - Mod. Lade-Duncan
Mizuho trachyte - Mod. Wiebols-Cook
σ_1 [MPa]
σ_2 [MPa]
0 100 200 300 400 500 600
σ_3 in [MPa]
$\sigma_3 = 0$
$\sigma_3 = 15$
$\sigma_3 = 30$
$\sigma_3 = 45$
$\sigma_3 = 60$
$\sigma_3 = 75$
$\sigma_3 = 100$

4.4. ábra



Dense marble - MC
Dense marble - Mogi
Dense marble - HB
Dense marble - HBMN
Dense marble - Mod. Lade-Duncan
Dense marble - Mod. Wiebols-Cook
σ1 [MPa]
σ2 [MPa]
σ3 in [MPa]
σ3 = 0
σ3 = 4
σ3 = 7
σ3 = 14
σ3 = 21
σ3 = 28
σ3 = 55

4.5. ábra


Westerly granite - MC
Westerly granite - Mogi
Westerly granite - HB
Westerly granite - HBMN
Westerly granite - Mod. Lade-Duncan
Westerly granite - Mod. Wiebols-Cook
σ1 [MPa]
σ2 [MPa]
σ3 in [MPa]
σ3 = 0
σ3 = 2
σ3 = 20
σ3 = 38
σ3 = 60
σ3 = 77
σ3 = 100

4.6. ábra

5. A tönkremeneteli kritériumok alkalmazási területei

Kőzet-stabilitási kérdések megoldásánál a legkedvezőtlenebb feszültségállapotot hasonlítják össze valamelyik kőzettönkremeneteli kritériummal. Ennek alapján dönthető el, hogy állékony-e a kőzetkörnyezet, vagy nem, ill. milyen az állékonyság biztonsága.

Üregek (fúrólyukak) szabad, biztosítatlan felületén σ_3=0, σ_2, σ_1 biaxiális feszültségállapot áll elő. σ_3=0 normálfeszültség az üregfelületre merőlegesen ébred. Az üreg kőzetköpenyében pedig σ_3, σ_2, σ_1 polyaxiális a feszültségállapot. A szabad üregfelületen előálló feszültségállapot tönkremenetel szempontjából általában veszélyesebb mint a kőzetköpenyben előálló, ezért ezt a feszültségállapotot kell vizsgálni.

A tönkremenetelt alapvetően a két szélső főfeszültség (σ_3, σ_1) határozza meg, ezért leggyakrabban **Mohr-Coulomb** (MC) tönkremeneteli kritériumot, vagy Mohr-típusú tönkremeneteli kritériumot alkalmazunk. Tudjuk, hogy a σ_2 középső főfeszültségnek is van befolyása a tönkremenetelre, növeli a szilárdságot - ezt biaxiális, polyaxiális terhelési kísérletek mutatják -, de ezt a befolyást sokszor elhanyagolhatjuk, mert a biztonság javára történik.

A biztosítatlan üregfelületen a primer (üregnyitás előtti) feszültségállapottól függően a biaxiális feszültségállapot igen változatos lehet. A primer főfeszültségek:

σ_v – vertikális totális feszültség ($z\rho g$)

σ_H –nagyobbik horizontális totális feszültség

σ_h – kisebbik horizontális totális feszültség

A gyakorlatban primer feszültség állapotban az alábbi relációk lehetségesek:

1. $\sigma_v > \sigma_H > \sigma_h$ (normál vetős feszültségmező)
2. $\sigma_H > \sigma_v > \sigma_h$ (eltolódásos vetős feszültségmező)
3. $\sigma_H > \sigma_h > \sigma_v$ (rátolódásos vetős feszültségmező)

A fúrólyuk falán (r=R) a maximális feszültségekkel jellemzett biaxiális feszültségállapot:

$\sigma_r=0$

$\sigma_{\varphi max}=3\sigma_H-\sigma_h$

$\sigma_{zmax}=\sigma_v+2\nu(\sigma_H-\sigma_h)$

ahol: ν - Poisson-tényező.

A σ_v, σ_H, σ_h feszültség-relációknak (3 db) megfelelően igen változatos lehet a lyukfal biaxiális feszültségállapota. Mindig más, σ_c-nél nagyobb, sokszor jóval nagyobb nyomószilárdság érvényesül.

Fúrólyukban, ha a fúrólyuk falát a lyuktalp közelében $\mathbf{p_w}$ lyuknyomás (fúróiszap nyomás) támasztja, akkor polyaxiális feszültségállapot alakul ki a lyukfalon (r=R). Itt még bonyolultabb a primer feszültségrelációknak megfelelő feszültségállapot. Az sem biztos, hogy mindig $\sigma_r = p_w$ a legkisebb (σ_3) főfeszültség, mint előbb volt. Ilyen esetben a szükséges fúrólyuk stabilitását biztosító lyuknyomás meghatározásához σ_2-t figyelembe vevő tönkremeneteli kritériumot kell alkalmazni annak érdekében, hogy ne biztosítsuk túl az állékonyságot.

Ugyanis a túlbiztosítás, a valóban szükségesnél jóval nagyobb lyuknyomás (p_w) alkalmazása hidraulikus kőzettörést eredményezhet, amely gáztelepeknél váratlan gázkitörést okozhat. Ebben az esetben tehát az általános, σ_1, σ_2, σ_3 főfeszültségeket figyelembe vevő tönkremeneteli kritériumoknak igen lényeges szerepük van.

IRODALOM

[1] A. M. Al-Ajmi, R. W. Zimmerman : Relation between the Mogi and the Coulomb failure criteria. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. 42(2005) 431-439.

[2] T. Benz-R. Schwab: A quantitatíve comparison of six rock failure criteria Int. J. Rock Mech. Min. Sci. 45(2008) 1176-1186.

[3] T. Benz et. al: A Hoek-Brown criterion with intrinsie material strength factorization. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. 45(2008) 210-222.

[4] L. B. Colmenares- M. D. Zoback: A statistical evaluation of intact rock failure criteria constrained by polyaxial test data for five differenct rocks Int. J. Rock Mech. Min. Sci. 39/2002) 695-729.

[5] J. C. Jaeger-N. G. W. Cokk: Fundamentals of Rock Mechanics. Methuen 8. Co. Ltd. 1969.

[6] Mészáros, Z.: A hiperbolikus törési határgörbe általánosítása. OMBKE Egyetemi Osztályának Jubileumi Kiadványa, 1986. p. 211-236.

[7] Richter, R.: A törési határgörbe analitikájáról Bányászati Lapok, 95. évf.)1962). 6. sz. p. 373-379.

[8] Richter, R.: A Mohr-féle határgörbék hiperbolikus közelítéséről. Tatabányai Szénbányák Műsz. Gazd. Közleményei, 10. évf.(1970). 2. sz.

[9] Somosvári, Zs.: Geomechanika I. Tankönyvkiadó, Bp. 1987. p. 302.

[10] Somosvári, Zs.: A kőzetek képlékenységi és tönkremeneteli határállapotai II. rész. Bányászati és Kohászati Lapok – BÁNYÁSZAT 123. évf. (1990) 3. sz. p. 159-168.

[11] Somosvári, Zs.: A kőzetek képlékenységi és tönkremeneteli határállapotai III. rész. Bányászati és Kohászati Lapok – BÁNYÁSZAT 123. évf. (1990) 4. sz. p. 226-234.