

# Ekvivalencia elv

Egy homogén gravitációs mező minden szempontból ekvivalens egy egyenletesen gyorsított vonatkoztatási rendszerrel.

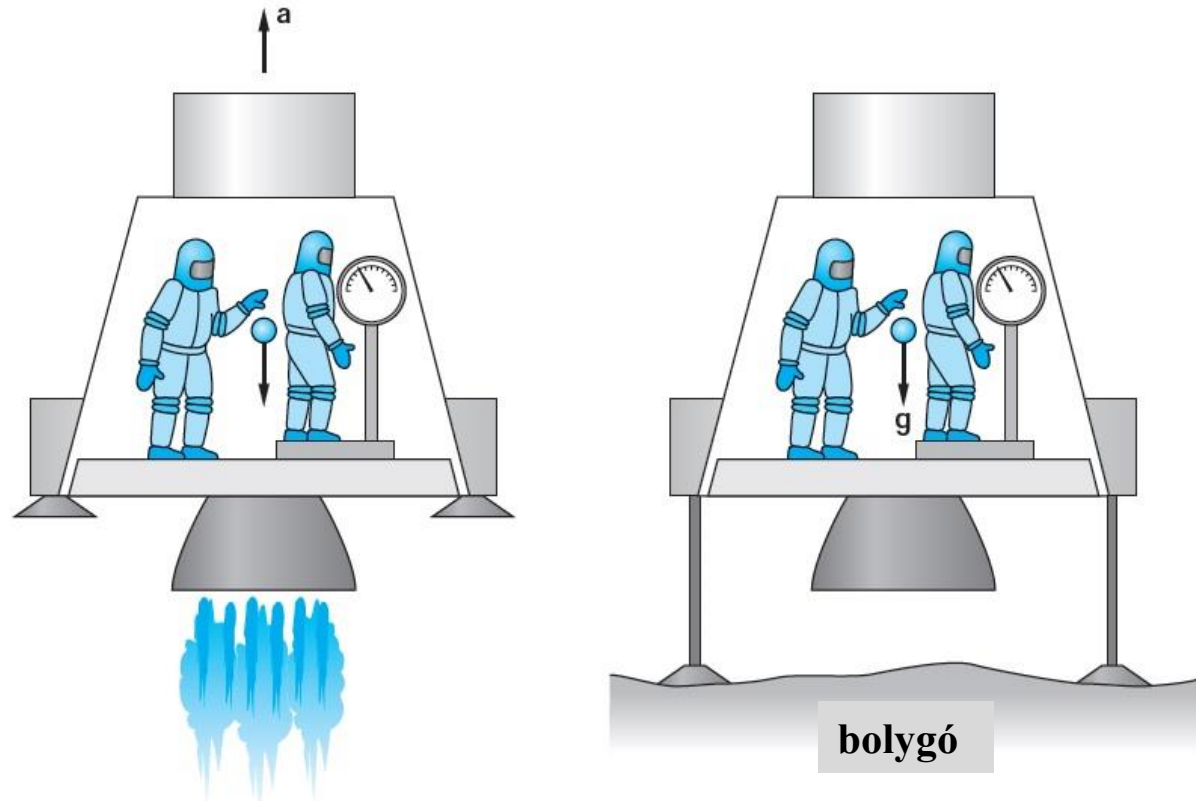
Nincs olyan kísérlet, amivel meg lehetne különböztetni!

A gravitáció is látszólagos erő (pl. centrifugális) – megfelelő rendszert választva ki lehet transzformálni.

Relativitás elve:  
minden rendszerre!  
inercia és  
nem inercia

Gyorsulás is relatív

Általános  
relativitás elve  
1916

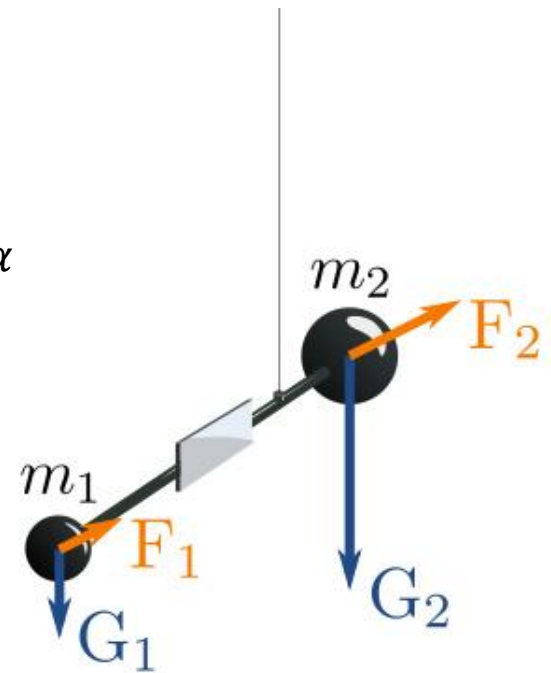
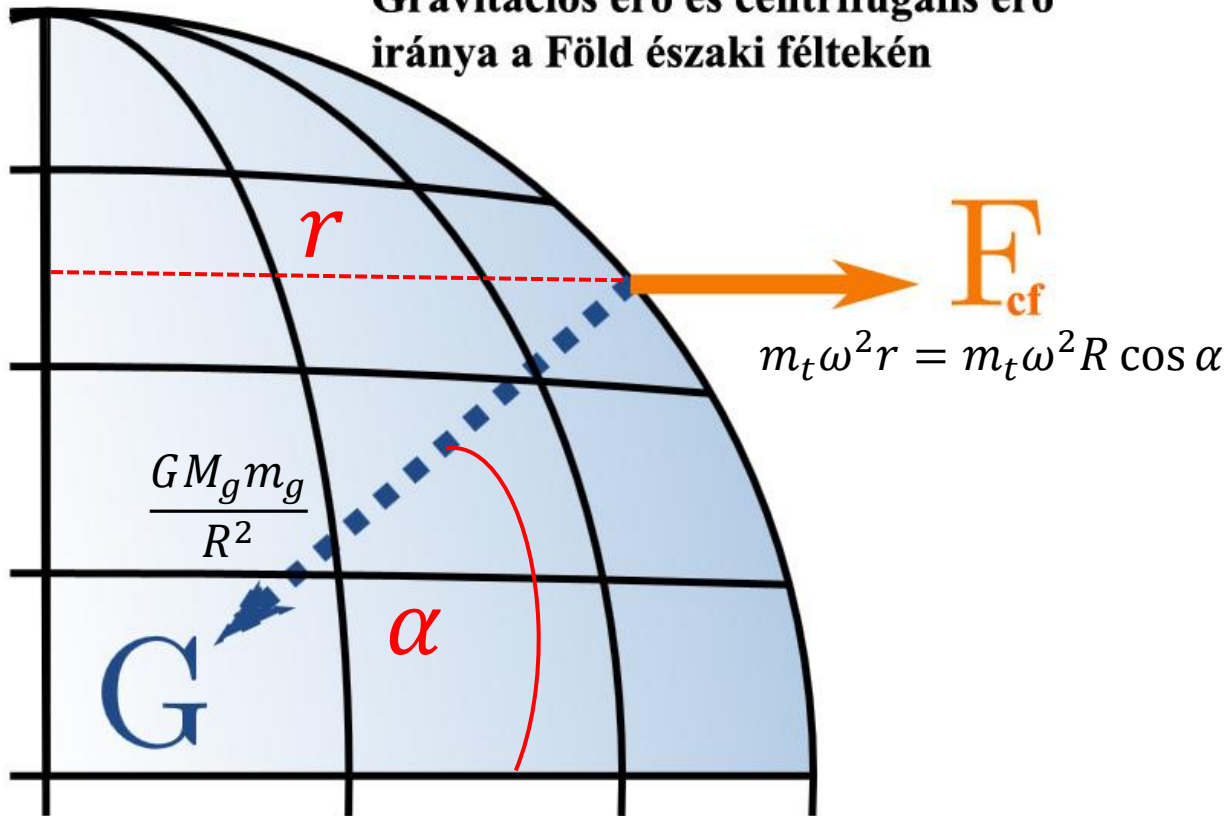


# Gravitációs tömeg és tehetetlen tömeg

Az ekvivalencia elv azt jelenti, hogy a gravitációs tömeg és a tehetetlen tömeg egyenlő.

Bizonyítás: Eötvös-ingával ( $< 10^{-10}$  % eltérés)

**Gravitációs erő és centrifugális erő  
iránya a Föld északi féltekén**

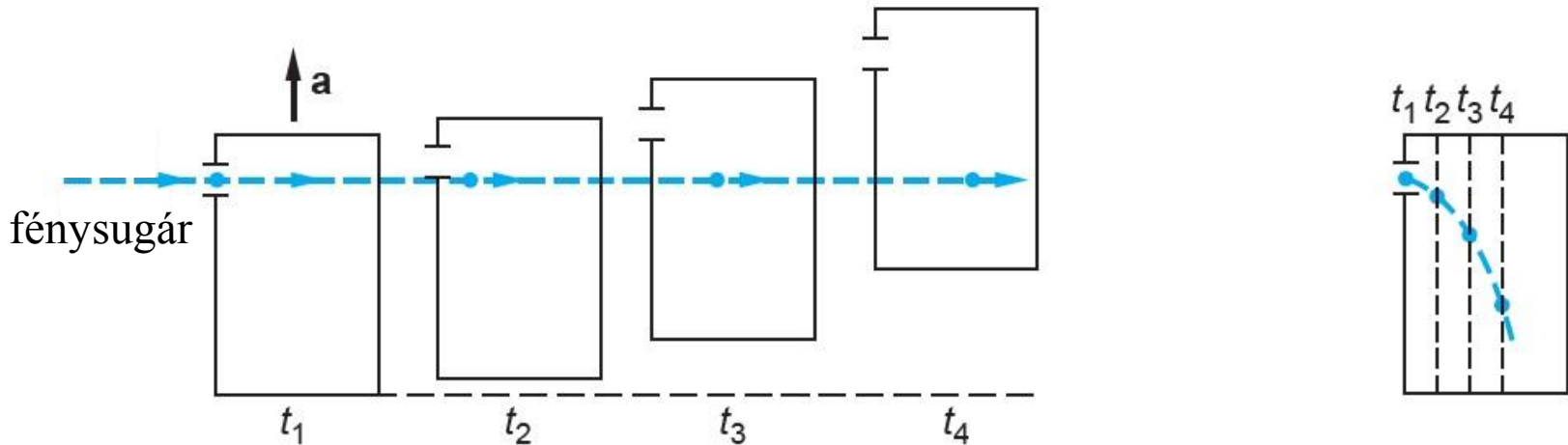


Egyensúly, ha:  $\frac{F_1}{F_2} = \frac{G_1}{G_2}$

# Fény elhajlása gravitációs térben

Az ekvivalencia elvet felhasználva gyorsuló rendszerben vizsgáljuk a fény útját.

A gyorsuló rendszerben észlelt pálya egyezni fog a gravitációs térben észlelt pályával.

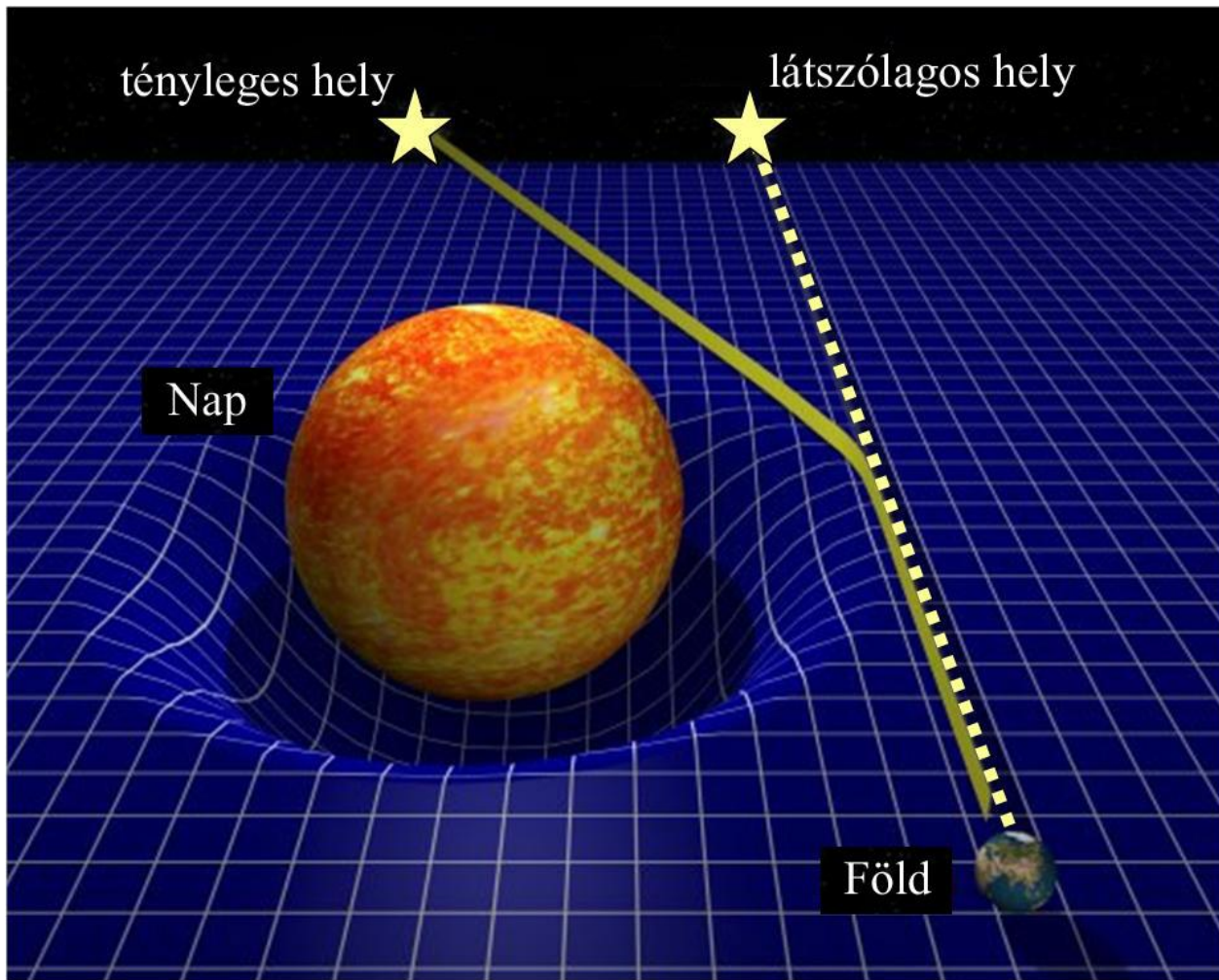


Példa:

A Föld felszínén vízszintesen világítunk egy erős lézerrel. Mennyivel tér el a fény útja az egyenestől 1km út megtétele után a Föld gravitációja miatt?

# Fényelhajlás kísérleti bizonyítása

Eddington napfogyatkozás közben a Nap közelében látható csillagokat megfigyelve igazolta az Einstein által megjósolt eltérülési szögeket.



Snellius-Descartes törvény alapján magyarázható.

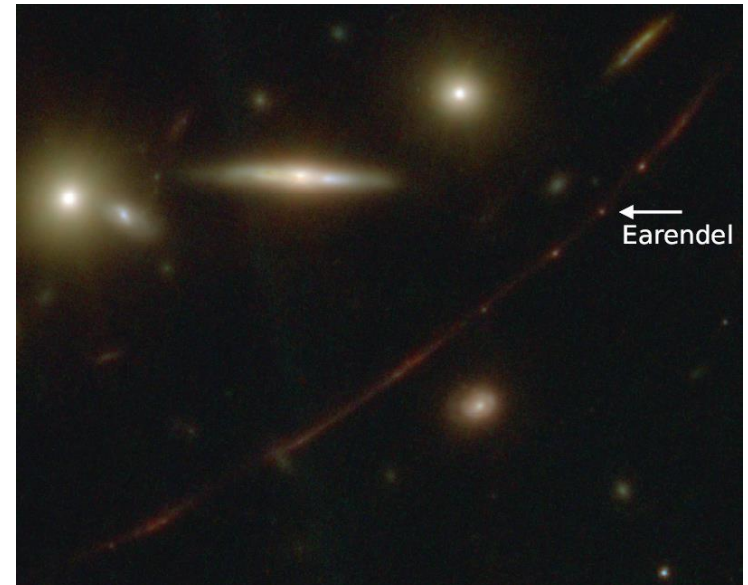
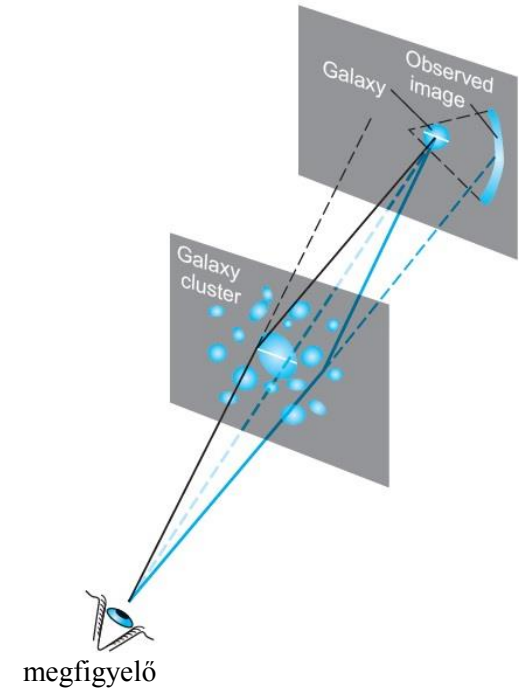
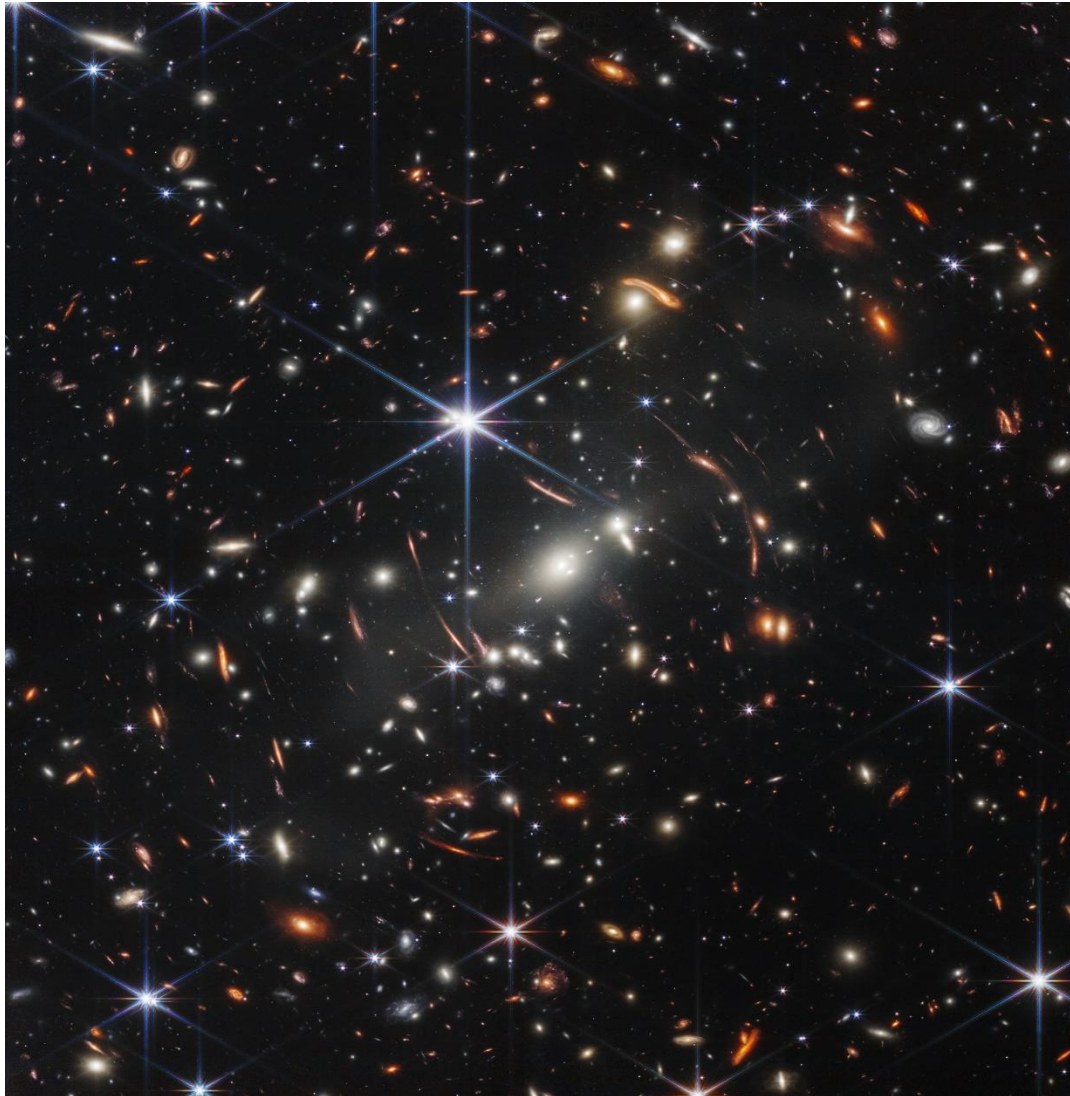
A fény lelassul a Nap gravitációs terében  $\gamma(r)c$  sebességre.

$$\gamma(r) = \sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 r}}$$

Ez a hullámfront elfordulásához vezet.

# Gravitációs lencsehatás

Az előtérben lévő nagytömegű galaxiscsoport lencseként torzítja és nagyítja fel a mögötte lévő távoli galaxisokat.



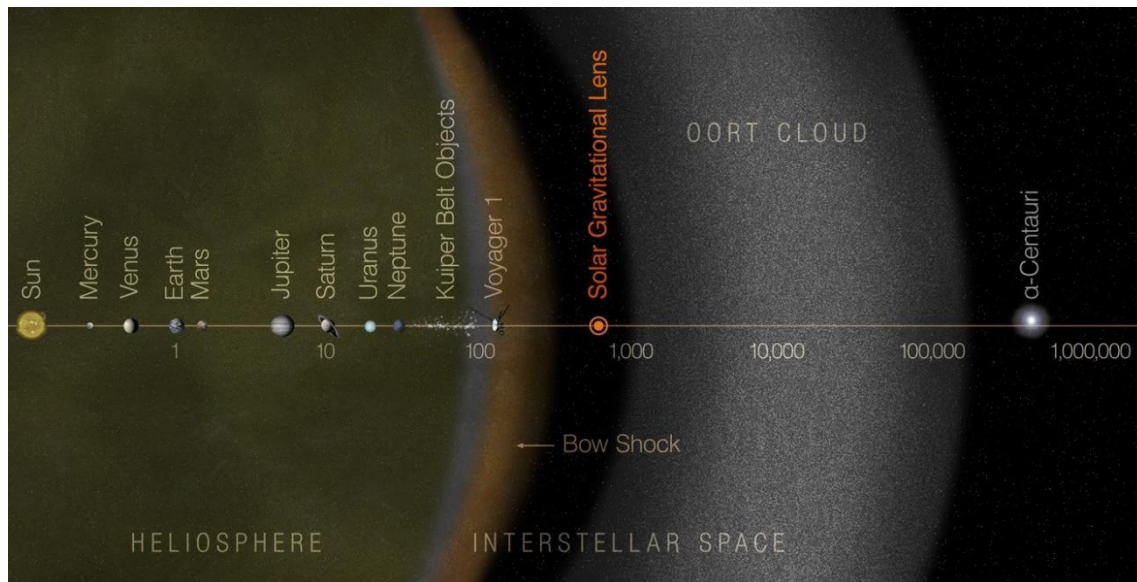
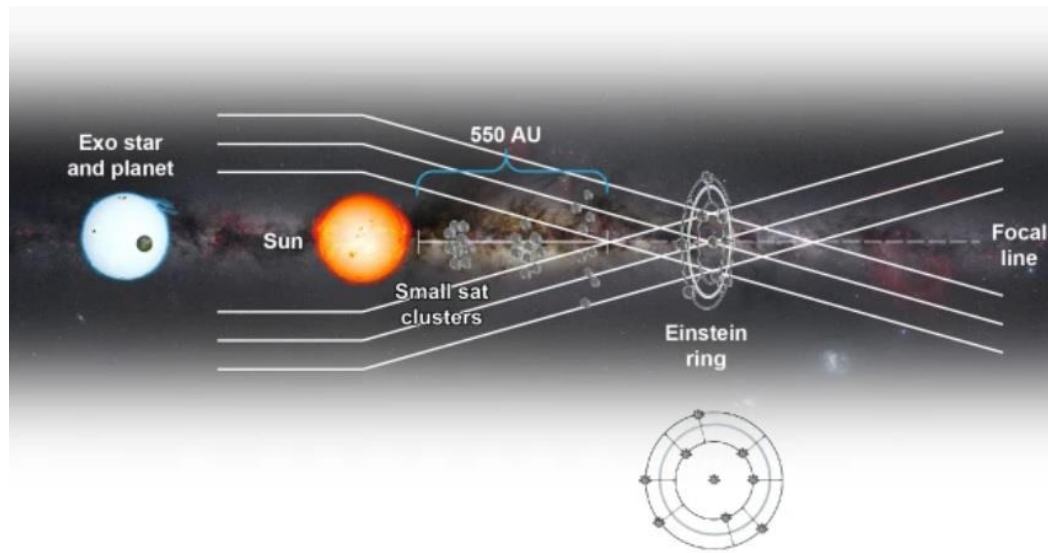
# Gravitációs távcső

A Nap gravitációját egyfajta lencseként lehet használni egy alkalmas távolságba helyezett műholdraj által.

100 fényév ~10km/pixel



Hubble űrtávcső által megfigyelt Einstein-gyűrű



# Tömeg hatása a téridőre

Speciális relativitáselmélet: invariáns ívelem differenciális alakban

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

Minkowski-téridő (sík téridő)

$d\tau$ : sajátidő (a vonatkoztatási rendszerben nyugvó megfigyelő által mért idő)

Gömbi polár koordinátákra átírva:

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 = c^2 dt^2 - dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2$$

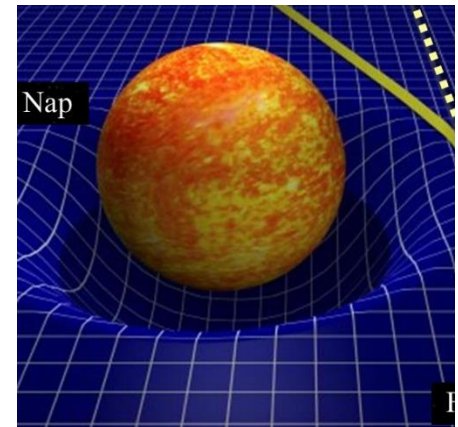
Gömbszimmetrikus tömegeloszlás esetén az invariáns ívelem:

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 = \gamma(r)^2 c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\gamma(r)^2} - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2$$

Schwarzschild-téridő (görbült téridő)

$$\gamma(r) = \sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 r}} = \sqrt{1 - \frac{r_S}{r}}$$

$r_S$ : Schwarzschild sugár



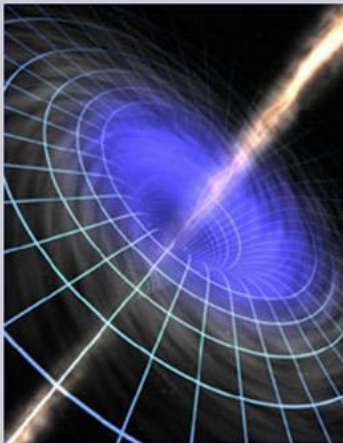
# A Schwarzschild sugár - fekete lyuk

1. Számítsa ki, hogy egy  $M$  tömegű bolygó mekkora sugarú legyen, hogy az első kozmikus sebesség egyenlő legyen a fénysebességgel!
2. Számítsa ki, hogy egy  $M$  tömegű bolygó mekkora sugarú legyen, hogy a második kozmikus sebesség (szökési sebesség) egyenlő legyen a fénysebességgel!
3. Mekkora a Schwarzschild sugár a Föld és Nap esetében?

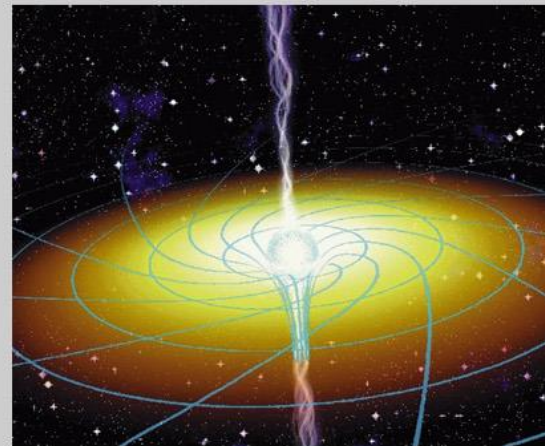
$$M_F = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$M_N = 1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

Schwarzschild  
(nem forgó)  
fekete lyuk



Kerr  
(forgó)  
fekete lyuk





# Gravitációs idődilatáció és vöröseltolódás

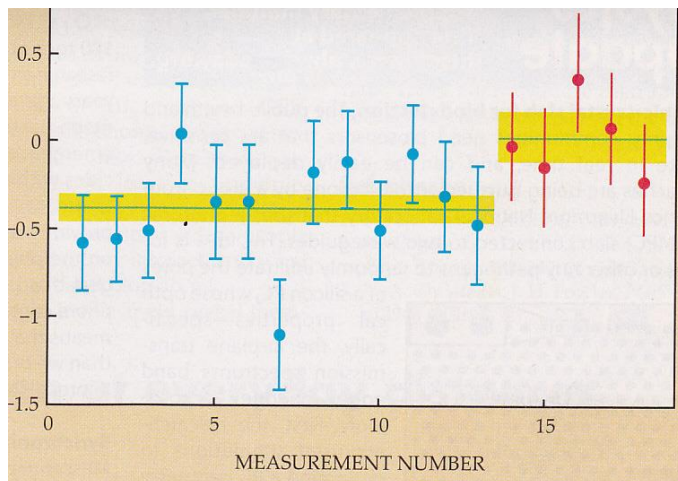
Az  $M$  tömegű gömbszimmetrikus égitesttől  $r$  távolságban és végtelen távol lévő nyugvó megfigyelőket összehasonlítva:  $dr = 0$ ,  $d\theta = 0$ ,  $d\varphi = 0$

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 = \gamma(r)^2 c^2 dt^2$$

$$d\tau = \gamma(r) dt$$

$$\gamma(r) = \sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 r}} = \sqrt{1 - \frac{r_S}{r}} < 1$$

Minél közelebb van, annál kevesebb idő telik el. Erősebb gravitáció - lassabb órák



Az idő lassulása miatt a fényhullámok frekvenciája kisebb lesz gravitáció hatására:  
vöröseltolódás, ha felfelé halad a fény  
kékeltoledás, ha lefelé halad a fény  
(gamma fotonokra 22 méteren kimutatták)

Atomórákkal **33cm** magasságkülönbséget kimutattak a Földön!

# Példa

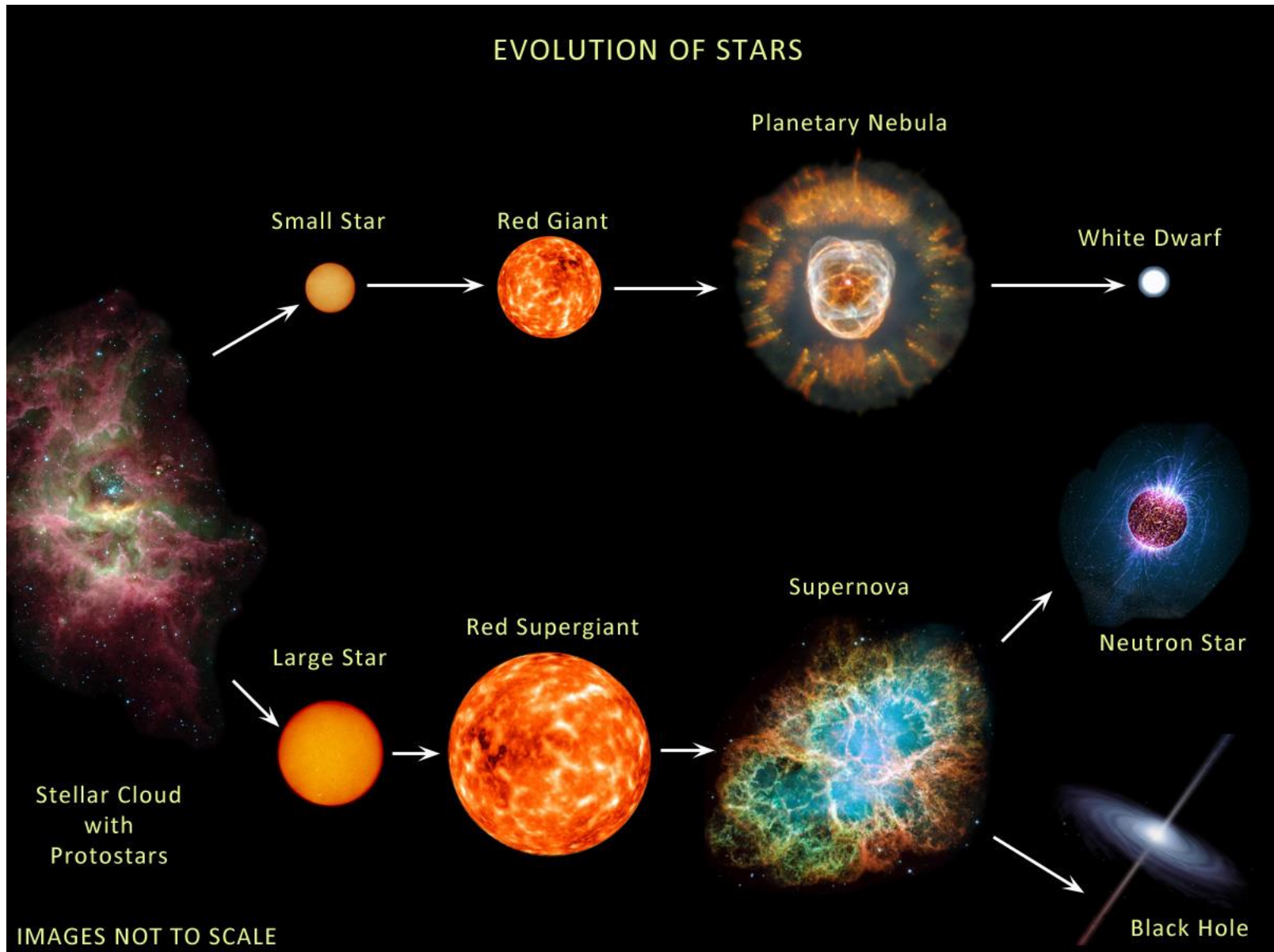
Mennyi idő telik el a nemzetközi űrállomáson, amíg a Földön 1 év?

$$M = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$R = 6371 \text{ km}$$

$$h = 408 \text{ km}$$

# Csillagok fejlődése



# Gravitációs hullámok

Nagy tömegű égitestek gyorsulásakor a téridőben bekövetkező változások fénysebességgel tovaterjednek. pl. neutron csillagok vagy fekete lyukak összeolvadásakor.

