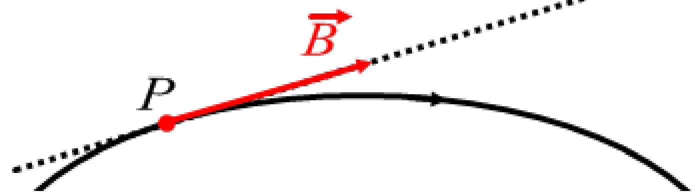
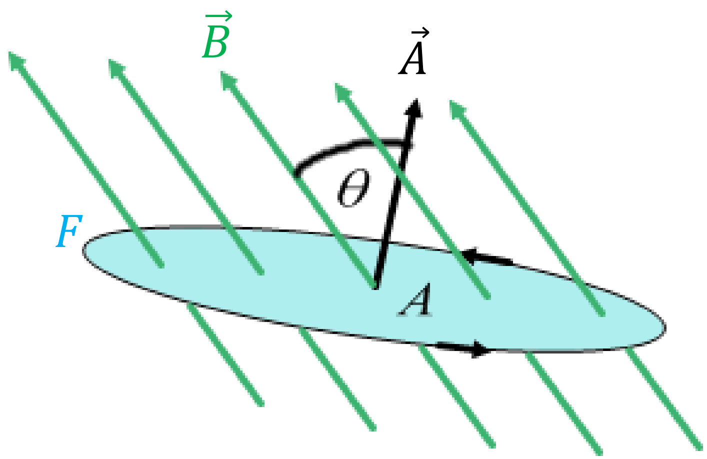
Mágneses-indukciófluxus

A mágneses mező szemléltetésére a mágneses **indukcióvonalakat** használjuk. Ezek olyan irányított görbék, amelyeknek érintője egyirányú az érintési pontbeli mágneses indukcióvektorral.



A mágneses indukció nagyságát az indukcióvonalak sűrűsége jellemzi.
A vonalakra merőlegesen állított egységnyi felületen éppen annyi indukcióvonal halad át, mint amennyi ott az indukció mérőszáma.

<u>Mágneses-indkciófluxus:</u> Megadja a felületet átdöfő indukcióvonalak előjeles számát.



Ha az indukció a felület mentén homogén:

$$\Phi = BA\cos\theta = \vec{B}\cdot\vec{A}$$

Mértékegysége: $\dfrac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{m}^2}\mathrm{m}^2 = \mathrm{Vs} = \mathrm{Wb}$ (weber)

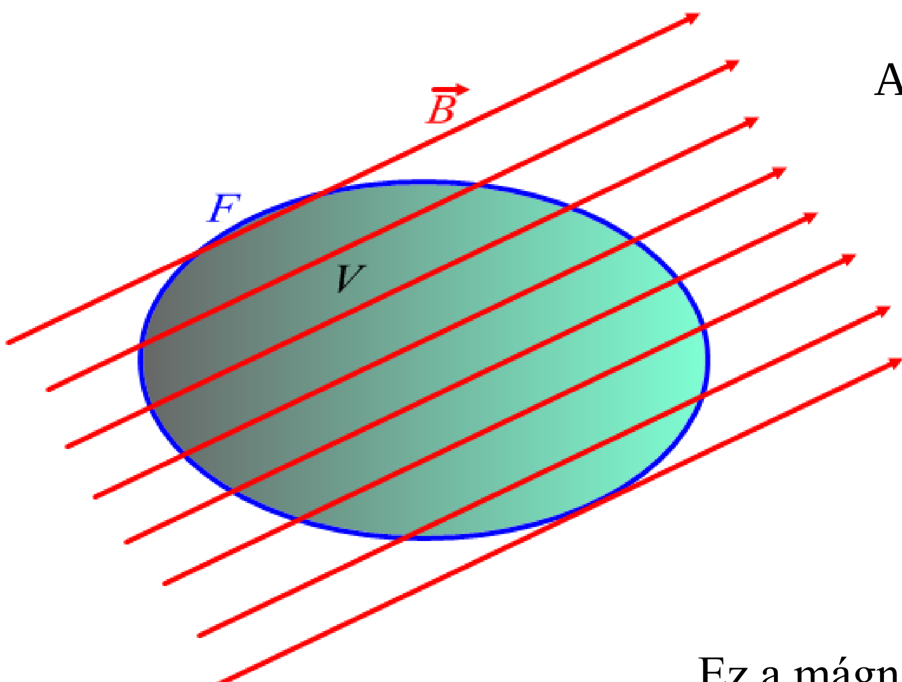
Ha nem homogén az indukció, és/vagy nem sík a felület, akkor a felületet kicsi darabokra bontjuk és a járulékokat összegezzük:

$$\Phi = \int_F \vec{B}\cdot d\vec{A}$$

Mágneses Gauss-törvény

Mivel mágneses töltések (monopólusok) nem léteznek (a térnek nincsenek forrásai), így a zárt felületre számított mágneses-indukciófluxus zérus. A térfogatba bemenő indukcióvonalak száma megegyezik a kijövő vonalak számával.

A mágneses Gauss-törvény integrális alakja: $$\oint_F \vec{B}\cdot d\vec{A} = 0$$



A Gauss-Osztogradszkíj tétel alkalmazásával:

$$0 = \oint_F \vec{B}\cdot d\vec{A} = \int_V \left(\nabla\cdot\vec{B}\right) dV$$

Mivel ez egy tetszőleges *P* pont körüli tetszőlegesen kicsi térfogatra igaz, csak úgy teljesülhet, ha a tetszőleges *P* pontban:

$$\operatorname{div}\vec{B} = \nabla\cdot\vec{B} = 0$$

Ez a mágneses Gauss-tétel differenciális (lokális) alakja.
A mágneses tér forráserőssége bármely pontban nulla.

A mágneses indukcióvonalaknak nincs kezdetük és nincs végük, önmagukba záródnak.
A mágneses tér forrásmentes, viszont örvényes.

Mágnesezettség és mágneses térerősség

Az anyagok mágneses tulajdonságai túlnyomó részben az elektronok mágneses dipólmomentumára vezethetők vissza:

1. Az atommag körül mozgó elektron kicsiny köráramnak tekinthető
2. Saját mágneses momentuma is van ami a spinből adódik

A mágneses polarizáció során ezek az atomi dipólmomentumok igyekeznek egy irányba (külső tér irányába) beállni és ezáltal erősíteni egymás hatását.

A **mágnesezettség** vektor a *P* pontban megadja az egységnyi térfogatra jutó mágneses dipólmomentumot:

$$\vec{M} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\sum_{i=1}^{N} \vec{m}_i}{\Delta V} \qquad [M] = \frac{\mathrm{Am}^2}{\mathrm{m}^3} = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$$

A **mágneses térerősség** a $\vec{B}$ és az $\vec{M}$ vektorok lineáris kombinációjaként definiált:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \qquad [H] = [M] = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$$

ahol $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}}$ a vákuum permeabilitása.

Anyagegyenlet

Az anyagegyenlet megadja az $\vec{M}$ mágnesezettség és a mágnesező tér $\vec{B}$ indukciója közötti kapcsolatot. Első közelítésben lineáris kapcsolatot feltételezünk.

Amennyiben $\vec{B} \sim \vec{M}$ akkor $\vec{H} \sim \vec{M}$ is igaz. Legtöbb izotróp közegben a lineáris

anyagegyenlet teljesül, vagyis $\vec{H} \parallel \vec{M}$ és $\vec{H} \sim \vec{M}$

Az arányossági tényező a χ mágneses szuszceptibilitás: $\vec{M} = \chi \vec{H}$

Ezt felhasználva a mágneses indukcióra:

$$\vec{B} = \mu_0\left(\vec{H} + \vec{M}\right) = \mu_0\left(\vec{H} + \chi\vec{H}\right) = \mu_0(\chi + 1)\vec{H} = \mu_0\mu_r\vec{H}$$

Ahol $\mu_r = \chi + 1$ a relatív permeabilitás, és

a $\mu = \mu_0\mu_r$ az abszolút permeabilitás.

Az Ampère-féle gerjesztési törvény

Mozgó töltések (áramok) mágneses teret hoznak létre.

Vékony vonalas vezetőkre a mágneses térerősség zárt görbére vett integrálja egyenlő a görbe által határolt tetszőleges felületen áthaladó áramok előjeles összegével.

$$\oint_G \vec{H} \cdot d\vec{s} = \sum_i I_i$$

A normális irányába átfolyó áram **pozitív**.

$\Delta\vec{s}$ és $\vec{n}$ irányát a jobbcsavar szabály kapcsolja össze.

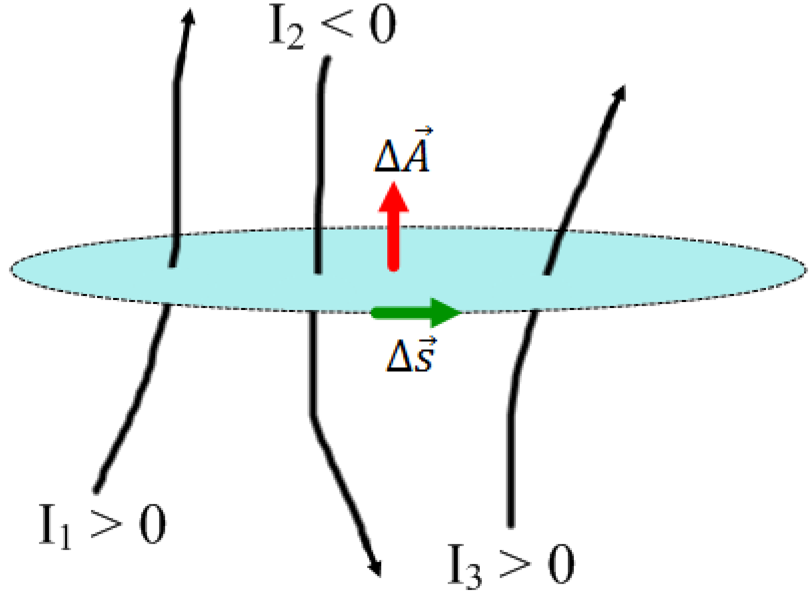
A felületen átfolyó áram általánosan:

$$\oint_G \vec{H} \cdot d\vec{s} = \int_F \vec{j} \cdot d\vec{A}$$

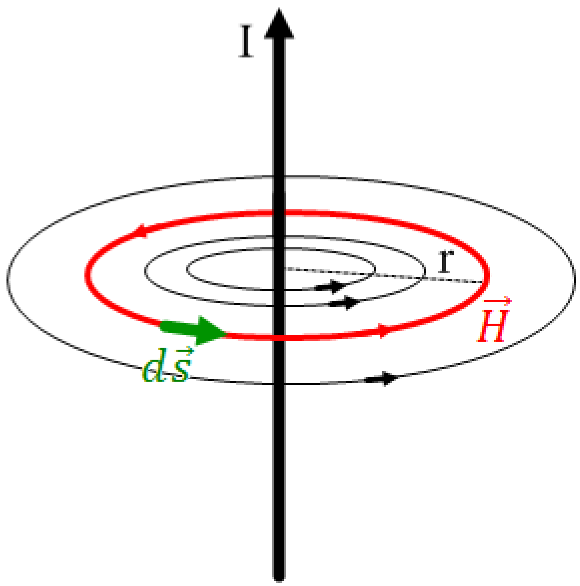
Innen az Ampère-féle gerjesztési törvény differenciális (lokális) alakja:

$$\mathrm{rot}\vec{H} = \vec{j}$$

$$\Delta\vec{A} = \Delta A\vec{n}$$



Alkalmazás: végtelen egyenes vezető tere

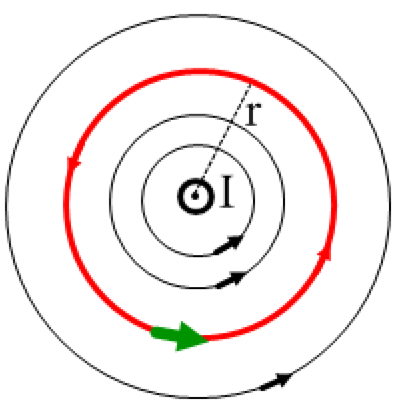


$$\oint_G \vec{H} \cdot d\vec{s} = I$$

Hengerszimmetria miatt: A térerősség nagysága csak az r távolságtól függ, iránya pedig tangenciális.

$$d\vec{s} \parallel \vec{H}$$

Tehát: $\oint_G \vec{H} \cdot d\vec{s} = H \oint_G ds = H2r\pi$

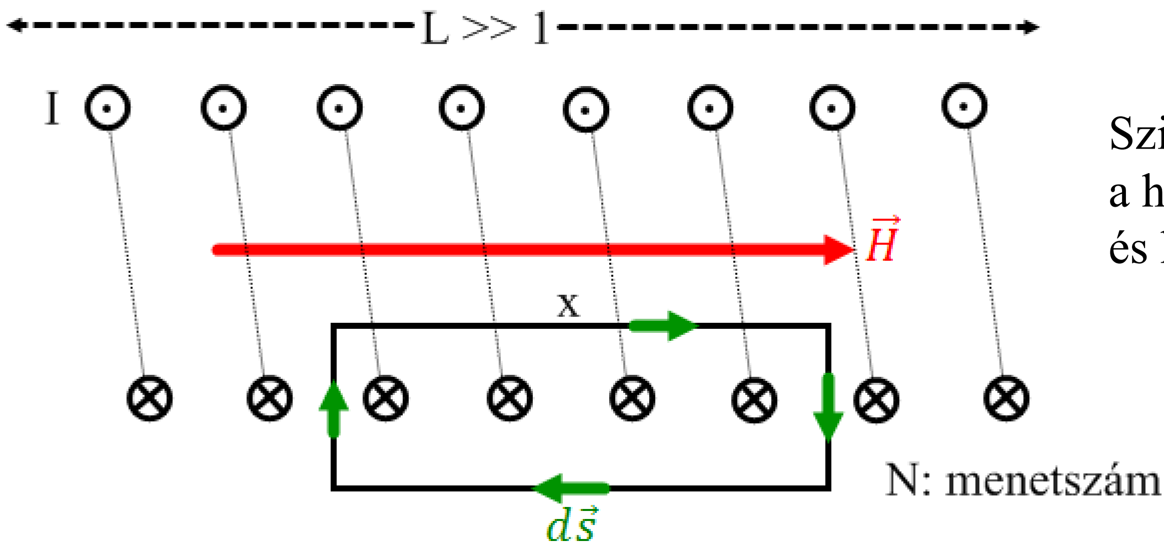


$$H2r\pi = I$$

$$H = \frac{I}{2r\pi}$$

Vákuumban vagy levegőben pedig: $B = \dfrac{\mu_0 I}{2r\pi}$

Alkalmazás: „végtelen” hosszú egyenes tekercs tere



Szimmetria miatt: A térerősség a hossztengellyel párhuzamos, és homogén. Kívül nulla.

$$\oint_G \vec{H} \cdot d\vec{s} = Hx$$

$$\sum_i I_i = \frac{NI}{L} x$$

$$Hx = \frac{NIx}{L} \qquad H = \frac{NI}{L}$$

Vákuumban vagy levegőben pedig: $B = \mu_0 \frac{NI}{L}$

Ha a tekercsben valamilyen más anyag van: $B = \mu_0 \mu_r \frac{NI}{L}$

Elektromágneses indukció

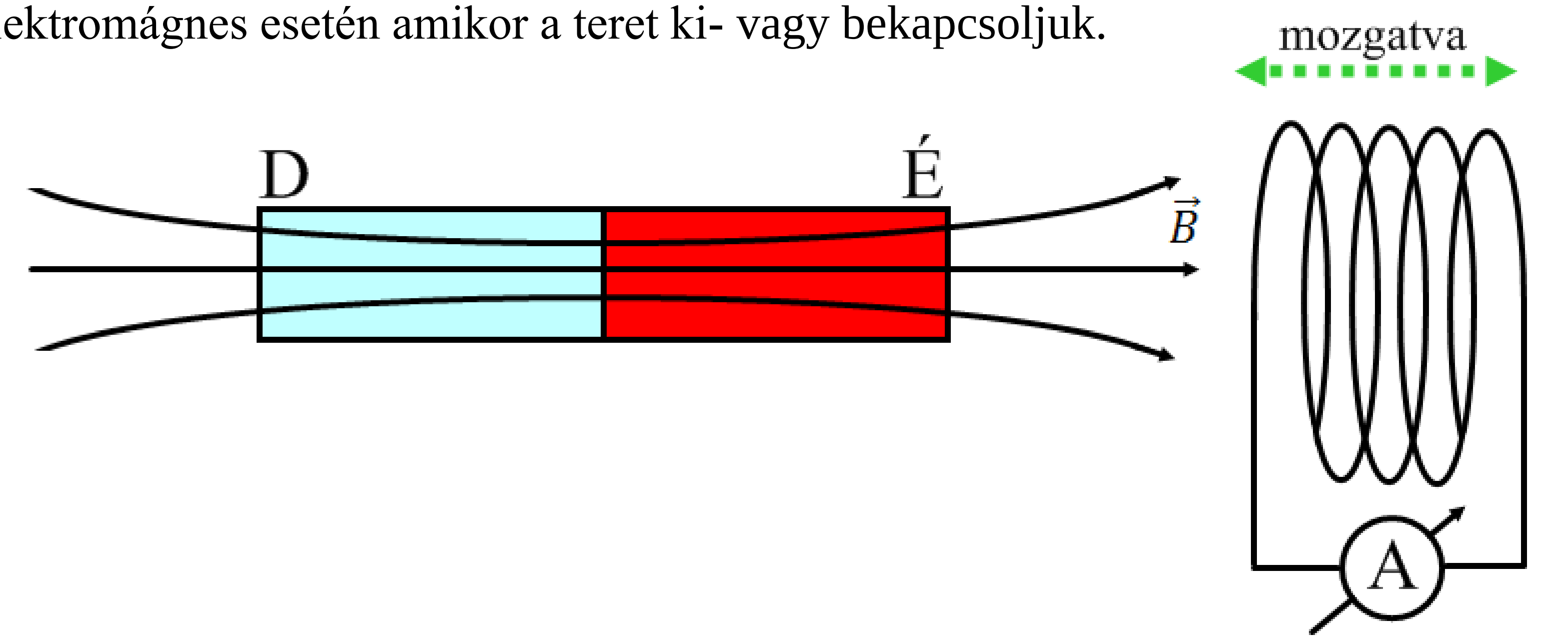
Az elektromágneses indukció jelensége

Korábban láttuk, hogy az elektromos áram hatására mágneses tér keletkezik (Ampère-féle gerjesztési törvény)

Kérdés, hogy vajon ez megfordítható-e, és a mágneses tér hatására keletkezhet-e áram:

Ha egy tekercs állandó mágneses térben nyugalomban van akkor semmi nem történik.

<u>Viszont az árammérő kilendül akkor amikor</u>:
- a tekercset vagy a mágnest mozgatjuk (egymáshoz képest), illetve forgatjuk.
- elektromágnes esetén amikor a teret ki- vagy bekapcsoljuk.



Mozgási indukció

Ha egy vezetőt mágneses térben mozgatunk akkor a benne lévő töltésekre Lorentz-erő hat.

Ez az az idegen erő amely a töltések mozgatásáért felelős: $\vec{F}_* = \vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}$

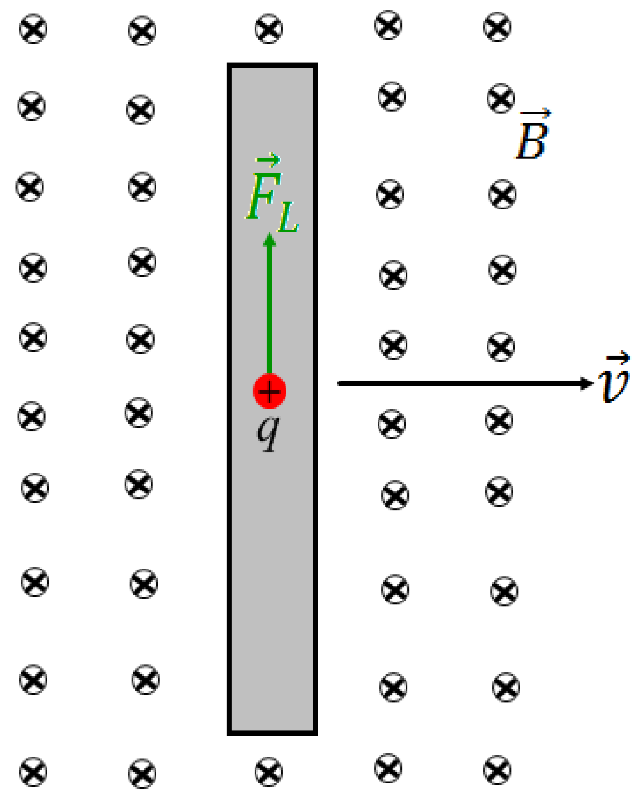
Tehát az idegen térerősség: $\vec{E}_* = \dfrac{\vec{F}_*}{q} = \vec{v} \times \vec{B}$

A **Neumann-törvény** megadja a mozgó vezető *A* és *B* pontja között indukálódó elektromotoros erőt amint az a mágneses térben mozog:

$$\varepsilon_{AB} = \int_A^B \vec{E}_* \cdot d\vec{s} = \int_A^B \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \cdot d\vec{s}$$

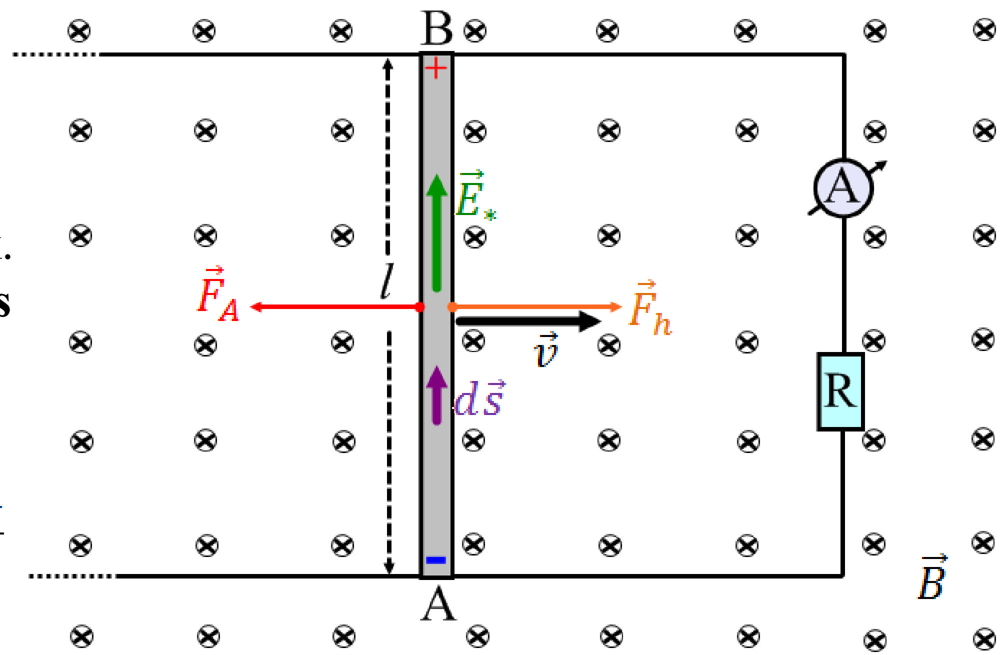
Ebben a jobbra látható egyszerű esetben, ha a rúd hossza *l*, az elektromotoros erő:

$$\varepsilon = vBl$$



Alkalmazás: Lineáris generátor

Ha a mágneses térben mozgó vezető végeit összekötjük egy párhuzamos sínpárral egy R ellenálláson keresztül, akkor a körben áram folyik.



Az áramerősség: $I = \frac{\varepsilon_{AB}}{R} = \frac{vBl}{R}$

Az áramjárta vezetőre hat az Ampère-erő amit egy húzóerővel kell kompenzálnunk. **Mechanikai teljesítményből elektromos teljesítmény a fogyasztón.**

Legyen h a mozgó rúd és az ellenállás közötti távolság. Ekkor: $v = -\frac{dh}{dt}$

A **mágneses indukciófluxus** ebben az egyszerű esetben: $\Phi = BA = Blh$

A mágneses indukciófluxus időderiváltja pedig: $\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = \frac{d(BA)}{dt} = B\frac{dA}{dt} = -Blv = -\varepsilon_{AB}$

<u>Faraday és Lenz törvénye</u>: $\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$

Példa: 18

Zárt vezetőhurokban indukált elektromotoros erő egyenlő a hurok által körülfogott mágneses indukciófluxus változási gyorsaságának ellentettjével (másképpen az Ampère-erő segítene!)

Alkalmazás: Váltakozó áramú generátor

Vezető keret állandó ω szögsebességgel forog egy homogén mágneses térben.

Ha kezdetben $\vec{n} \parallel \vec{B}$ akkor: $\alpha = \omega t$

A mágneses indukciófluxus az idő függvényében:

$$\Phi = \int_F \vec{B} \cdot d\vec{A} = BA\cos\alpha = BA\cos\omega t$$

A Faraday-Lenz törvényt felhasználva:

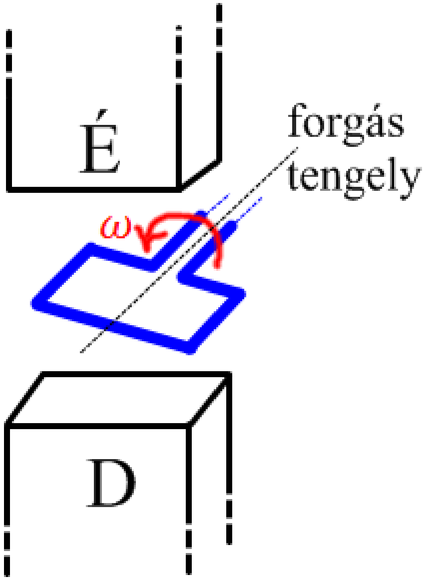
$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{dt}} = BA\omega \sin \omega t$$

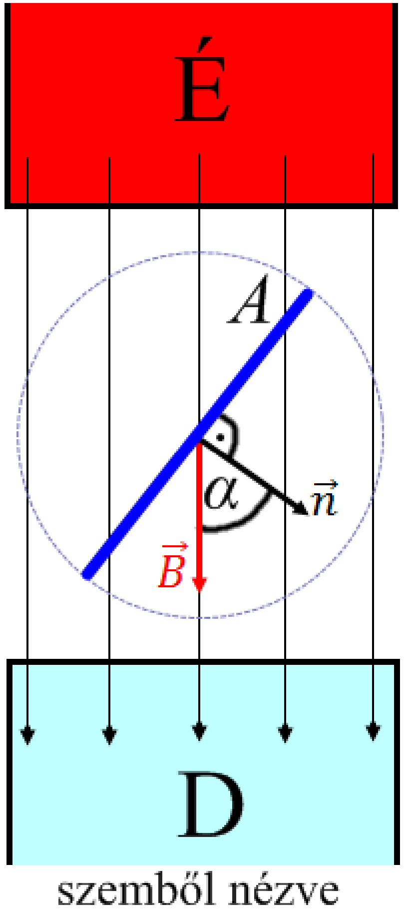
Ha a keret N menetből áll:

$$\varepsilon = NBA\omega \sin \omega t$$

Az elektromotoros erő maximális értéke: $\varepsilon_0 = NBA\omega$

Tehát az indukált elektromotoros erő: $\varepsilon = \varepsilon_0 \sin \omega t$



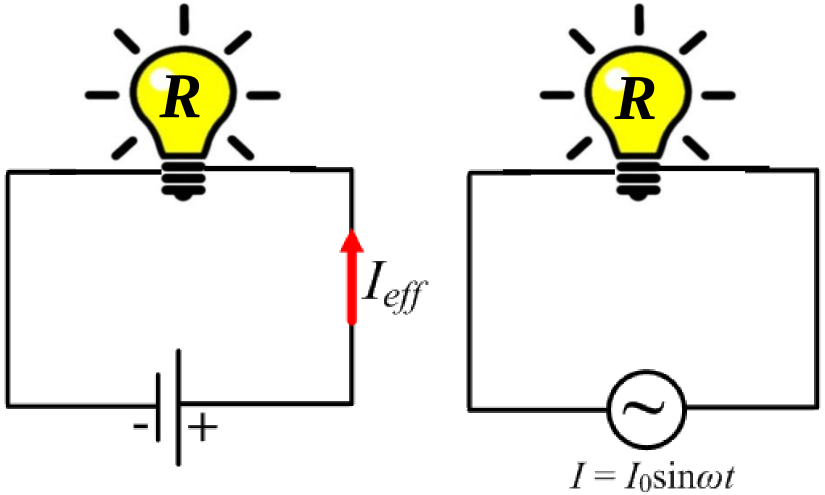


ANIMÁCIÓ!

Példa: 19

A feszültség és áramerősség effektív értéke

A váltakozó áram effektív értéke a hőhatás szempontjából egyenértékű stacionárius (egyen-) áramot jelenti.



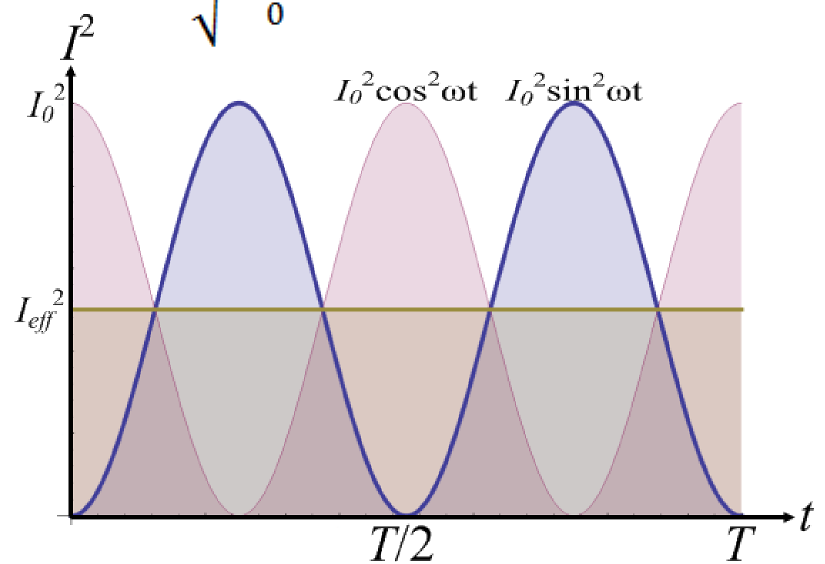
Tehát egy periódusidő alatt a fogyasztón az elektromos munkavégzés megegyezik:

$$I_{eff}^{\,2} R T = \int_0^T I^2 R \mathrm{d}t$$

Innen *R*-el egyszerűsítve az effektív áramerősségre: $I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T I^2 \mathrm{d}t}$

Szinuszosan változó áramra:

$$\int_0^T I_0^{\,2} \sin^2 \omega t \,\mathrm{d}t = \frac{I_0^{\,2}}{2}\int_0^T 1\mathrm{d}t = \frac{I_0^{\,2} T}{2}$$



Tehát az effektív értékekre:

$$I_{eff} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \qquad U_{eff} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \qquad (U = IR)$$

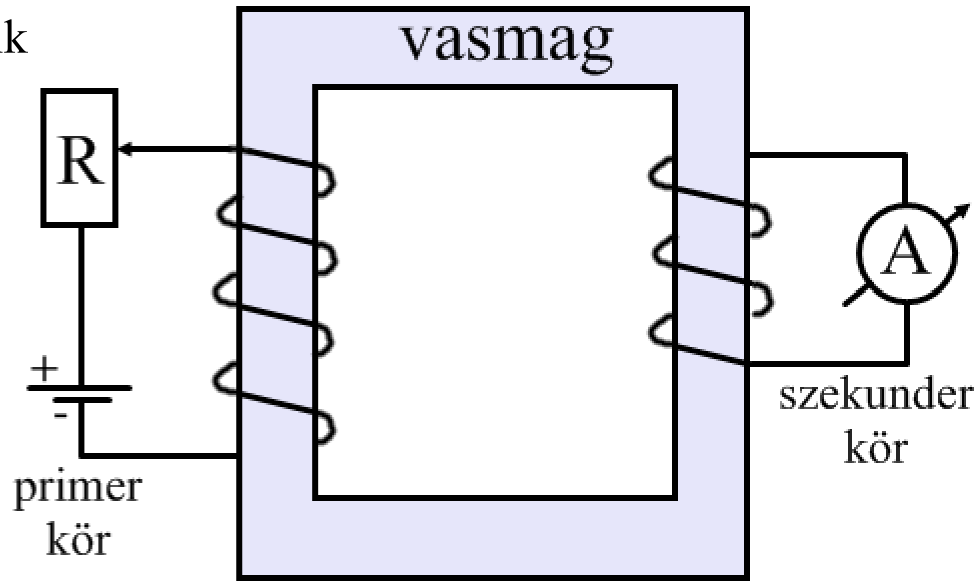
Nyugalmi indukció - Kölcsönös indukció

Láttuk, hogy a mágneses indukciófluxus változása elektromotoros erőt indukál.
A fluxus változhat azáltal, hogy:

- változik vagy elfordul a felület (mozgási indukció)
- a mágneses indukció változik (nyugalmi indukció)

$$\Phi = \int_F \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

A változtatható ellenállást állítgatva változik az áramerősség és ezáltal a mágneses indukció. Tehát változik a mágneses indukciófluxus. A vasmag biztosítja, hogy a kialakuló indukcióvonalakat szinte teljes mértékben körülfogja a szekunder tekercs. Amíg a fluxus változik addig a szekunder körben áram folyik.



A magyarázat most nem a Lorentz-erő, hisz a szekunder kör nem mozog.

Az **időben változó mágneses tér elektromos teret indukál** és ez mozgatja a szekunder körben a töltéseket.

Ezt a jelenséget **kölcsönös indukció**nak is nevezzük.

Példa: 20