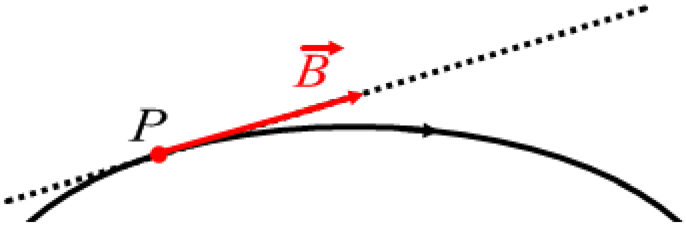
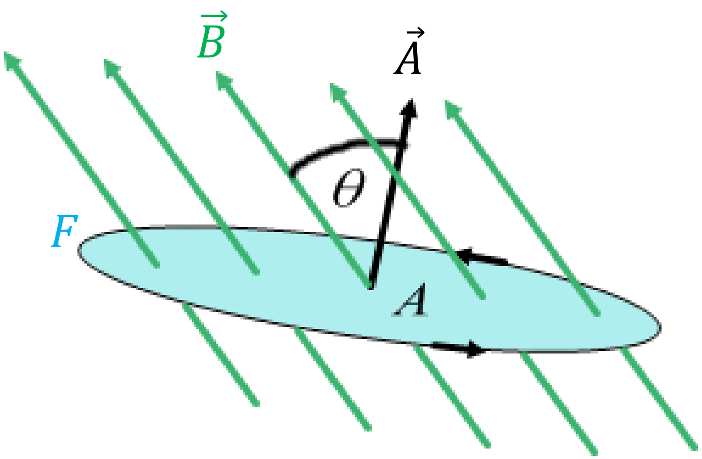
Mágneses-indukciófluxus

A mágneses mező szemléltetésére a mágneses indukcióvonalakat használjuk. Ezek olyan irányított görbék, amelyeknek érintője egyirányú az érintési pontbeli mágneses indukcióvektorral.



A mágneses indukció nagyságát az indukcióvonalak sűrűsége jellemzi.
A vonalakra merőlegesen állított egységnyi felületen éppen annyi indukcióvonal halad át, mint amennyi ott az indukció mérőszáma.

<u>Mágneses-indkciófluxus:</u> Megadja a felületet átdöfő indukcióvonalak előjeles számát.



Ha az indukció a felület mentén homogén:

$$\Phi = BA\cos\theta = \vec{B}\cdot\vec{A}$$

Mértékegysége: $\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{m}^2}\mathrm{m}^2 = \mathrm{Vs} = \mathrm{Wb}$ (weber)

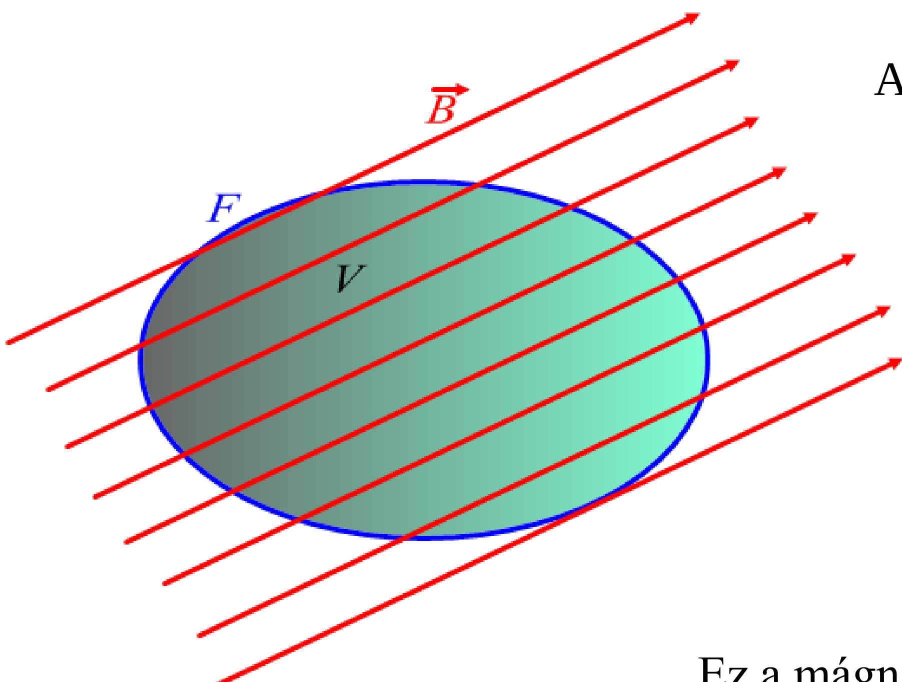
Ha nem homogén az indukció, és/vagy nem sík a felület, akkor a felületet kicsi darabokra bontjuk és a járulékokat összegezzük:

$$\Phi = \int_F \vec{B}\cdot d\vec{A}$$

Mágneses Gauss-törvény

Mivel mágneses töltések (monopólusok) nem léteznek (a térnek nincsenek forrásai), így a zárt felületre számított mágneses-indukciófluxus zérus. A térfogatba bemenő indukcióvonalak száma megegyezik a kijövő vonalak számával.

A mágneses Gauss-törvény integrális alakja: $$\oint_F \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$



A Gauss-Osztogradszkij tétel alkalmazásával:

$$0 = \oint_F \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int_V \left(\nabla \cdot \vec{B}\right) dV$$

Mivel ez egy tetszőleges P pont körüli tetszőlegesen kicsi térfogatra igaz, csak úgy teljesülhet, ha a tetszőleges P pontban:

$$\mathrm{div}\,\vec{B} = \nabla \cdot \vec{B} = 0$$

Ez a mágneses Gauss-tétel differenciális (lokális) alakja. A mágneses tér forráserőssége bármely pontban nulla.

A mágneses indukcióvonalaknak nincs kezdetük és nincs végük, önmagukba záródnak. A mágneses tér forrásmentes, viszont örvényes.

Mágnesezettség és mágneses térerősség

Az anyagok mágneses tulajdonságai túlnyomó részben az elektronok mágneses dipól-momentumára vezethetők vissza:

1. Az atommag körül mozgó elektron kicsiny köráramnak tekinthető
2. Saját mágneses momentuma is van ami a spinből adódik

A mágneses polarizáció során ezek az atomi dipólmomentumok igyekeznek egy irányba (külső tér irányába) beállni és ezáltal erősíteni egymás hatását.

A **mágnesezettség** vektor a *P* pontban megadja az egységnyi térfogatra jutó mágneses dipólmomentumot:

$$\vec{M} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\sum_{i=1}^{N} \vec{m}_i}{\Delta V} \qquad [M] = \frac{\mathrm{Am}^2}{\mathrm{m}^3} = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$$

A **mágneses térerősség** a $\vec{B}$ és az $\vec{M}$ vektorok lineáris kombinációjaként definiált:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \qquad [H] = [M] = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$$

ahol $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \, \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}}$ a vákuum permeabilitása.

Anyagegyenlet

Az anyagegyenlet megadja az $\vec{M}$ mágnesezettség és a mágnesező tér $\vec{B}$ indukciója közötti kapcsolatot. Első közelítésben lineáris kapcsolatot feltételezünk.

Amennyiben $\vec{B} \sim \vec{M}$ akkor $\vec{H} \sim \vec{M}$ is igaz. Legtöbb izotróp közegben a lineáris

anyagegyenlet teljesül, vagyis $\vec{H} \parallel \vec{M}$ és $\vec{H} \sim \vec{M}$

Az arányossági tényező a χ mágneses szuszceptibilitás: $\vec{M} = \chi\vec{H}$

Ezt felhasználva a mágneses indukcióra:

$$\vec{B} = \mu_0\left(\vec{H} + \vec{M}\right) = \mu_0\left(\vec{H} + \chi\vec{H}\right) = \mu_0(\chi + 1)\vec{H} = \mu_0\mu_r\vec{H}$$

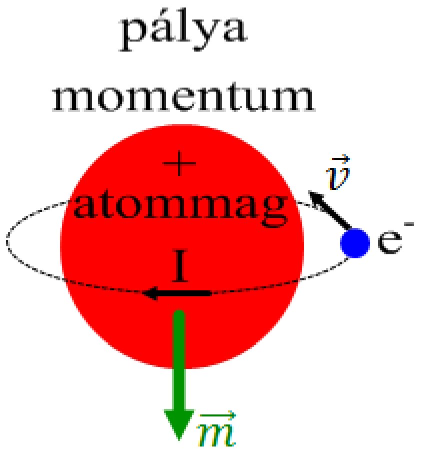
Ahol $\mu_r = \chi + 1$ a relatív permeabilitás, és

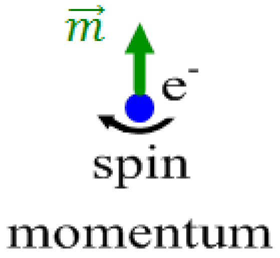
a $\mu = \mu_0\mu_r$ az abszolút permeabilitás.

Anyagok mágneses tulajdonsága

Három fő csoportba sorolhatók:
- diamágnesek
- paramágnesek
- ferromágnesek

Az atomok mágneses tulajdonságaiért főleg az elektronok felelősek:

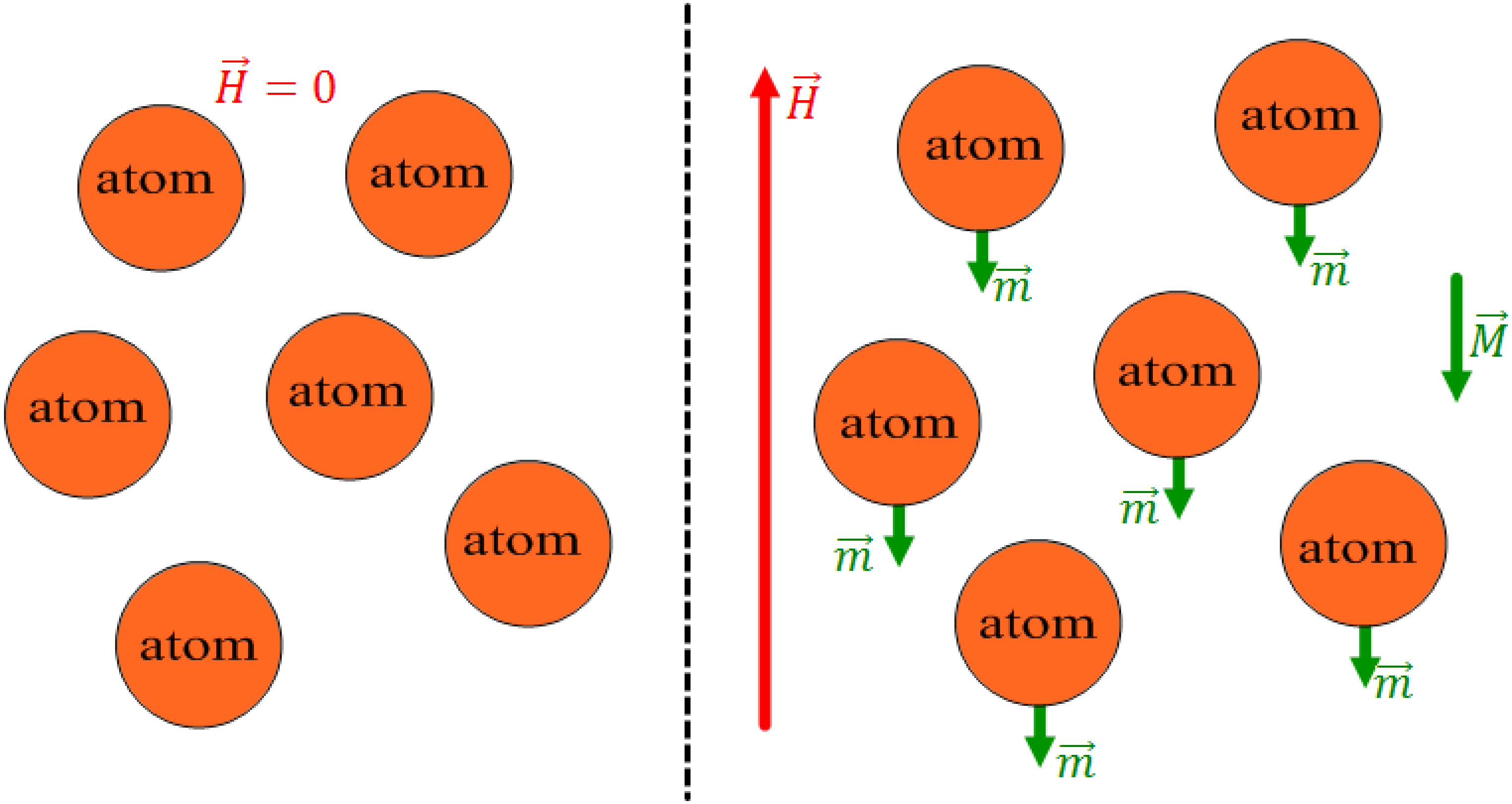




Speciális esetben (zárt elektronhéj esetén) ezek kiejthetik egymást, és ekkor az atom nem rendelkezik saját mágneses momentummal.

Diamágnesek

Diamágneses anyagok atomjai nem rendelkeznek saját mágneses momentummal.



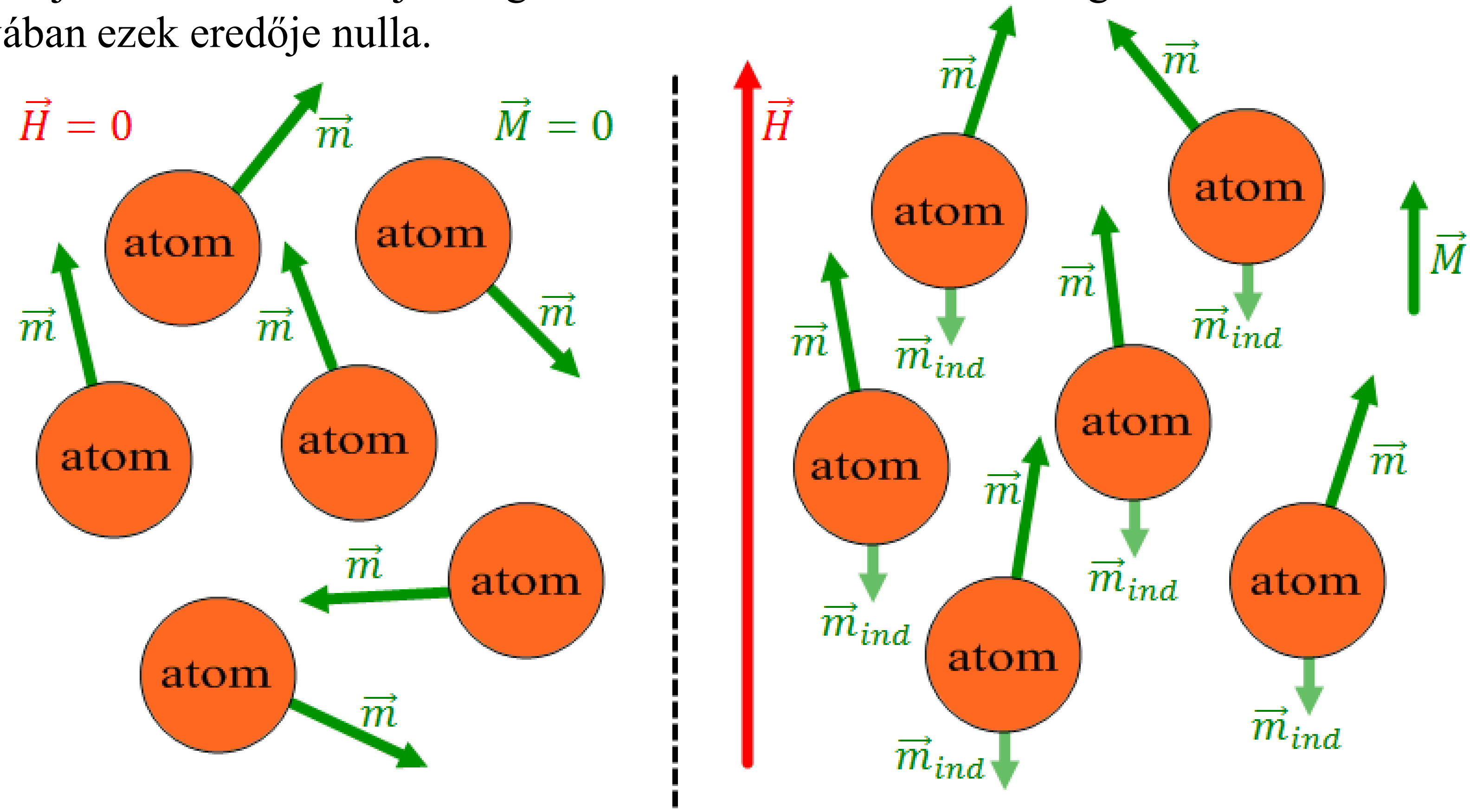
Külső mágneses tér hatására az atomokban mágneses momentum indukálódik.
Ezek iránya ellentétes a külső térrel (annak hatását gyengíteni igyekszik – Lenz törvény)

$\vec{M} = \chi \vec{H}$ $\quad \chi < 0 \quad \chi \approx -10^{-4} \quad \mu_r = 1 + \chi \approx 0.9999$ BÉKA VIDEÓ!

Tehát a közegbeli indukció kisebb, mint a vákuumbeli $\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}$ indukció.

Paramágnesek

Az atomjai rendelkeznek saját mágneses momentummal. A hőmozgásuk miatt külső tér hiányában ezek eredője nulla.



Külső tér két hatás: indukált mágneses momentum; saját momentumokat a tér irányába igyekszik befordítani a hőmozgás ellenében. Magasabb hőmérsékleten kevésbé tudja.

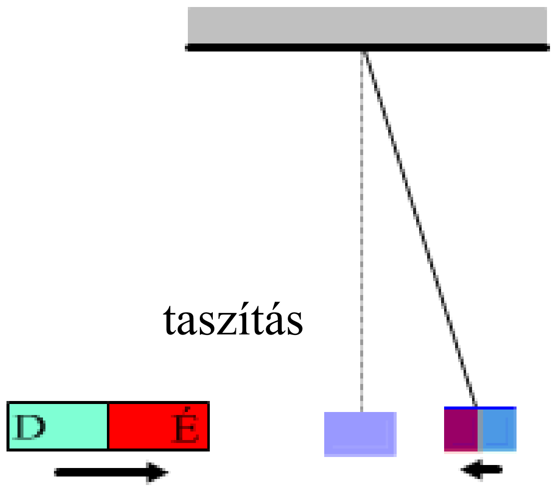
$\chi \approx 10^{-6} - 10^{-3}$

Curie-törvény: $\chi \sim \frac{1}{T}$

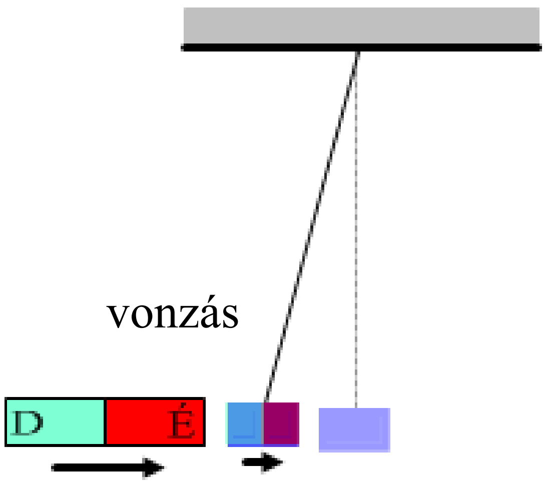
$\mu_r = 1 + \chi \approx 1.000001 - 1.001$

Dia- és Paramágnesek

Diamágnesek:
nemesgázok, víz, ezüst, arany, réz



Paramágnesek:
alkálifémek, alumínium, volfrám, oxigén

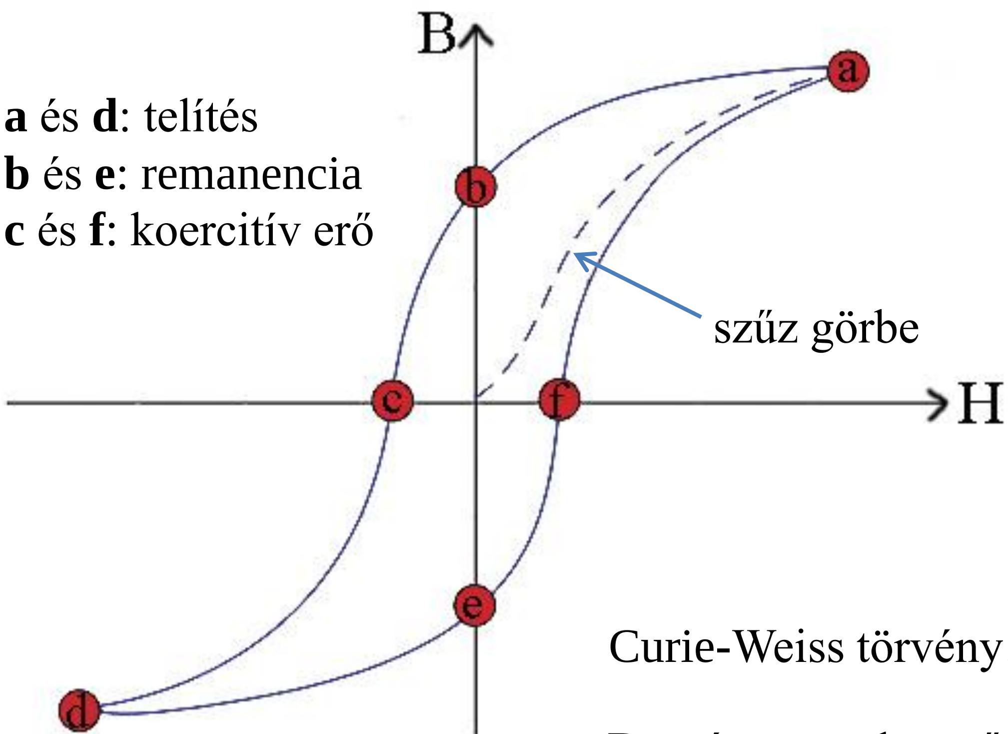


Ferromágnesek

Erősen mágnesezhető anyagok, többé-kevésbé megőrzik mágnesességüket.
pl. vas, kobalt, nikkel
A szuszceptibilitás értéke függ a külső tértől, a lineáris anyagegyenletek nem érvényesek.

$$\mu_r \approx 100 - 1000000$$

Jellemző rájuk a hiszterézis:



Nagy remanenciájú anyagok (kemény) használhatók permanens mágnesnek.

Kis remanenciájú (lágy) anyagok használhatók elektromágnesben és transzformároban.

A Curie-hőmérséklet fölött a ferromágneses anyagok para-mágnesessé válnak.
Visszahűtve a szuszceptibilitás egyre növekszik.

Curie-Weiss törvény: $\chi \sim \dfrac{1}{T - T_C}$

Doménes szerkezetűek, a **domén**en belül a saját mágneses dipólmomentumok egy irányba állnak.

Az Ampère-féle gerjesztési törvény

Mozgó töltések (áramok) mágneses teret hoznak létre.

Vékony vonalas vezetőkre a mágneses térerősség zárt görbére vett integrálja egyenlő a görbe által határolt tetszőleges felületen áthaladó áramok előjeles összegével.

$$\oint_G \vec{H} \cdot d\vec{s} = \sum_i I_i$$

A normális irányába átfolyó áram **pozitív**.

$\Delta\vec{s}$ és $\vec{n}$ irányát a jobbcsavar szabály kapcsolja össze.

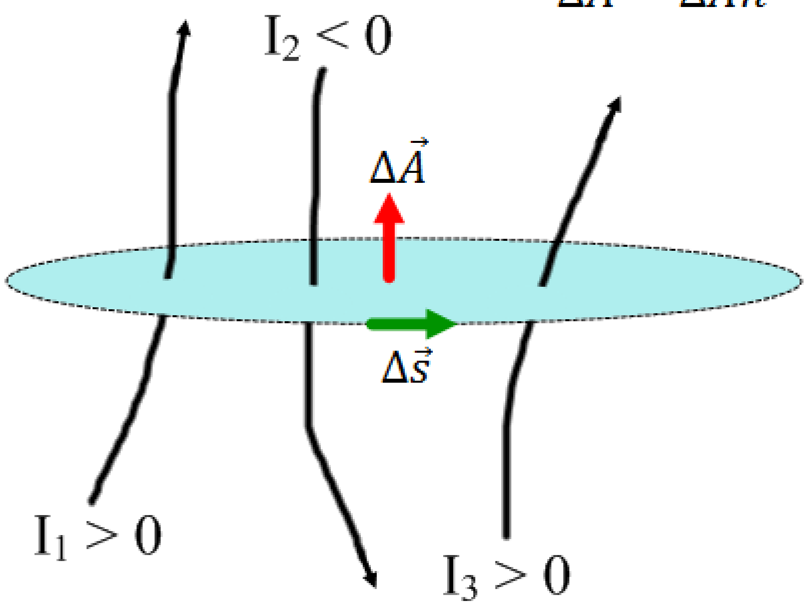
A felületen átfolyó áram általánosan:

$$\oint_G \vec{H} \cdot d\vec{s} = \int_F \vec{j} \cdot d\vec{A}$$

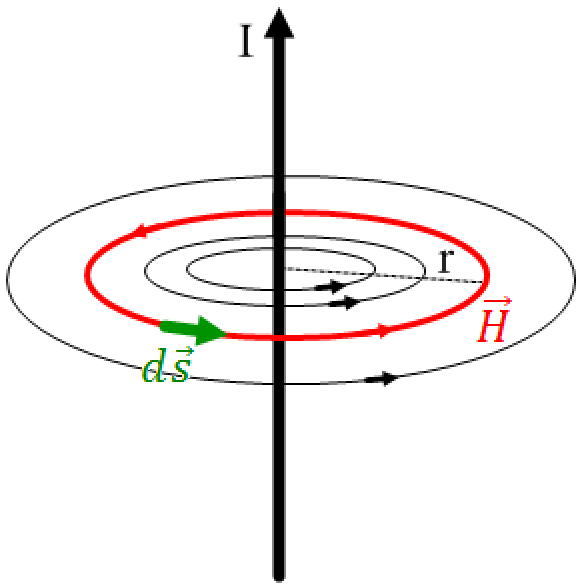
Innen az Ampère-féle gerjesztési törvény differenciális (lokális) alakja:

$$\mathrm{rot}\vec{H} = \vec{j}$$

$$\Delta\vec{A} = \Delta A\vec{n}$$



Alkalmazás: végtelen egyenes vezető tere

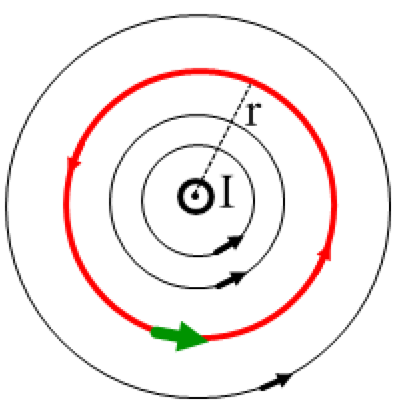


$$\oint_G \vec{H} \cdot d\vec{s} = I$$

Hengerszimmetria miatt: A térerősség nagysága csak az r távolságtól függ, iránya pedig tangenciális.

$$d\vec{s} \parallel \vec{H}$$

Tehát: $\oint_G \vec{H} \cdot d\vec{s} = H \oint_G ds = H2r\pi$

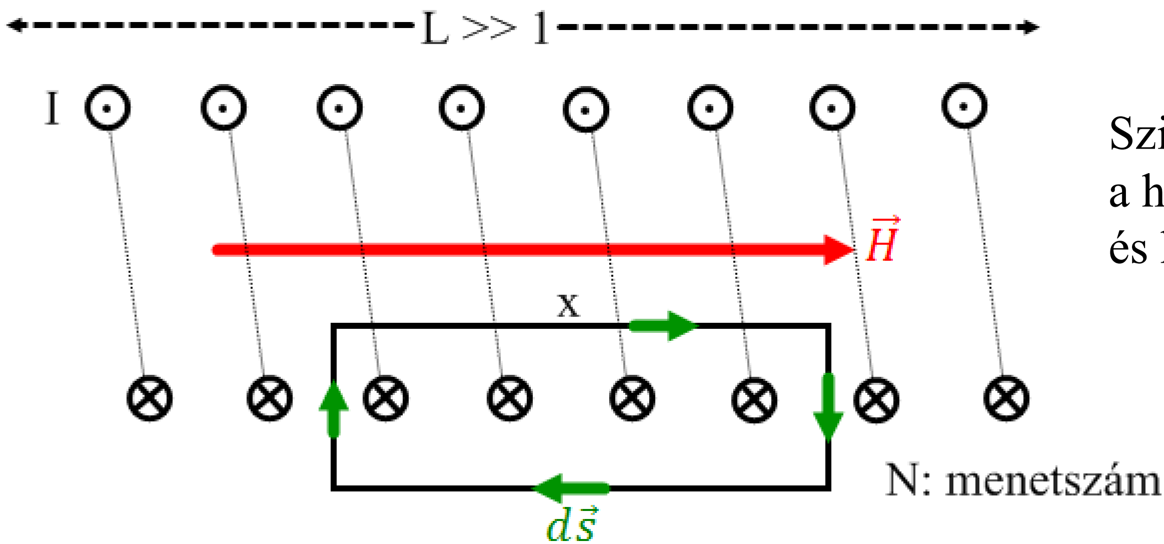


$$H2r\pi = I$$

$$H = \frac{I}{2r\pi}$$

Vákuumban vagy levegőben pedig: $B = \frac{\mu_0 I}{2r\pi}$

Alkalmazás: „végtelen” hosszú egyenes tekercs tere



Szimmetria miatt: A térerősség a hossztengellyel párhuzamos, és homogén. Kívül nulla.

$$\oint_G \vec{H} \cdot d\vec{s} = Hx$$

$$\sum_i I_i = \frac{NI}{L} x$$

$$Hx = \frac{NIx}{L} \qquad H = \frac{NI}{L}$$

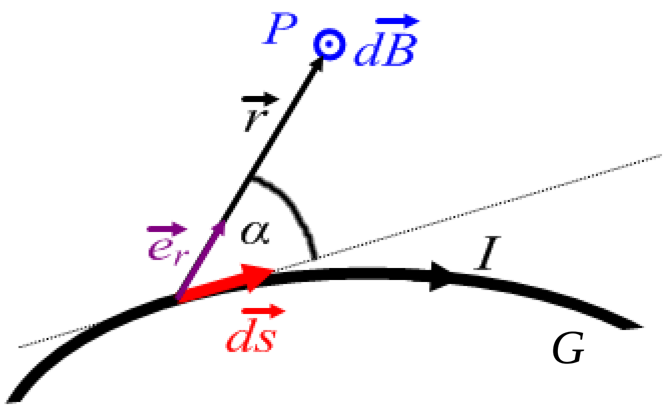
Vákuumban vagy levegőben pedig: $B = \mu_0 \frac{NI}{L}$

Ha a tekercsben valamilyen más anyag van: $B = \mu_0 \mu_r \frac{NI}{L}$

Biot-Savart törvény

Egy $Id\vec{s}$ áramelem az $\vec{r}$ helyvektorral jelzett P pontban a következő mágneses indukciót hozza létre:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Id\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}$$



A $\{d\vec{s}, \vec{r}, d\vec{B}\}$ jobbsodrású rendszert alkot (vektorszorzat).

Használva az $\vec{r}$ irányú egységvektort: $\vec{e}_r = \frac{\vec{r}}{r}$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} d\vec{s} \times \vec{e}_r$$

A törvény ezen alakja vákuum vagy levegő esetén érvényes, ahol: $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$

Ha a közegtől független alakot szeretnénk, akkor felírhatjuk a mágneses térerősségre is:

$$d\vec{H} = \frac{I}{4\pi r^2} d\vec{s} \times \vec{e}_r$$

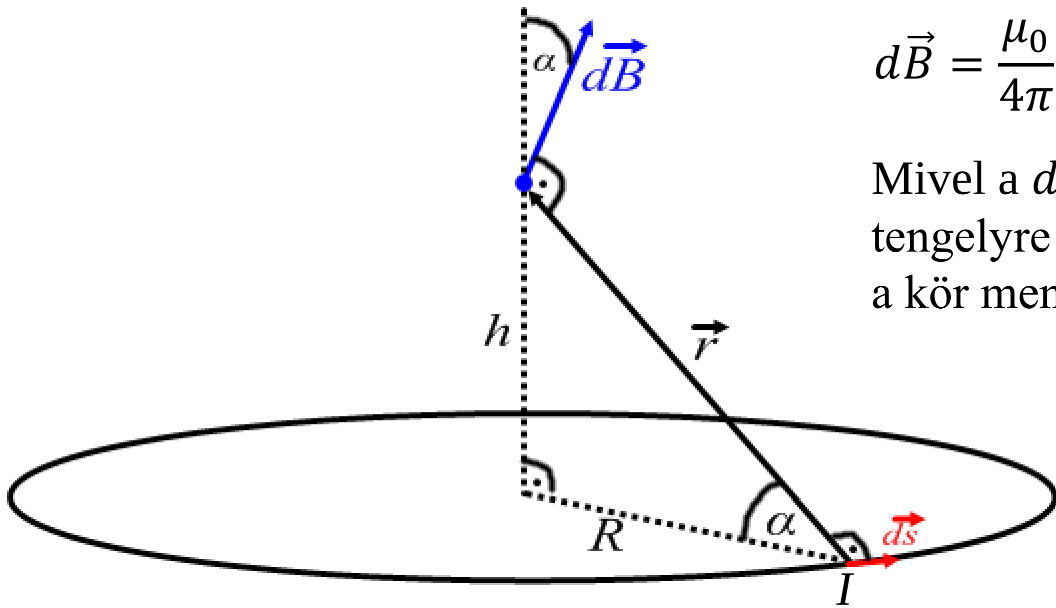
A G görbe által jelzett kiterjedt áramjárta vezető mágneses indukciójára:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_G \frac{d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3} \qquad \text{illetve} \qquad \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_G \frac{d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}$$

ha a G görbe zárt (köráram)

Biot-Savart törvény alkalmazása köráramra

Számítsuk ki, hogy milyen mágneses indukciót hoz létre egy *I* árammal árjárt *R* sugarú kör alakú vezető a középpontján átmenő tengely mentén:



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Id\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}$$

Mivel a $d\vec{s}$ érintőirányú, a középponton áthaladó tengelyre mutató $\vec{r}$ vektor erre merőleges lesz a kör mentén végighaladva mindenütt:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Ids \cdot r \cdot \sin 90°}{r^3}$$

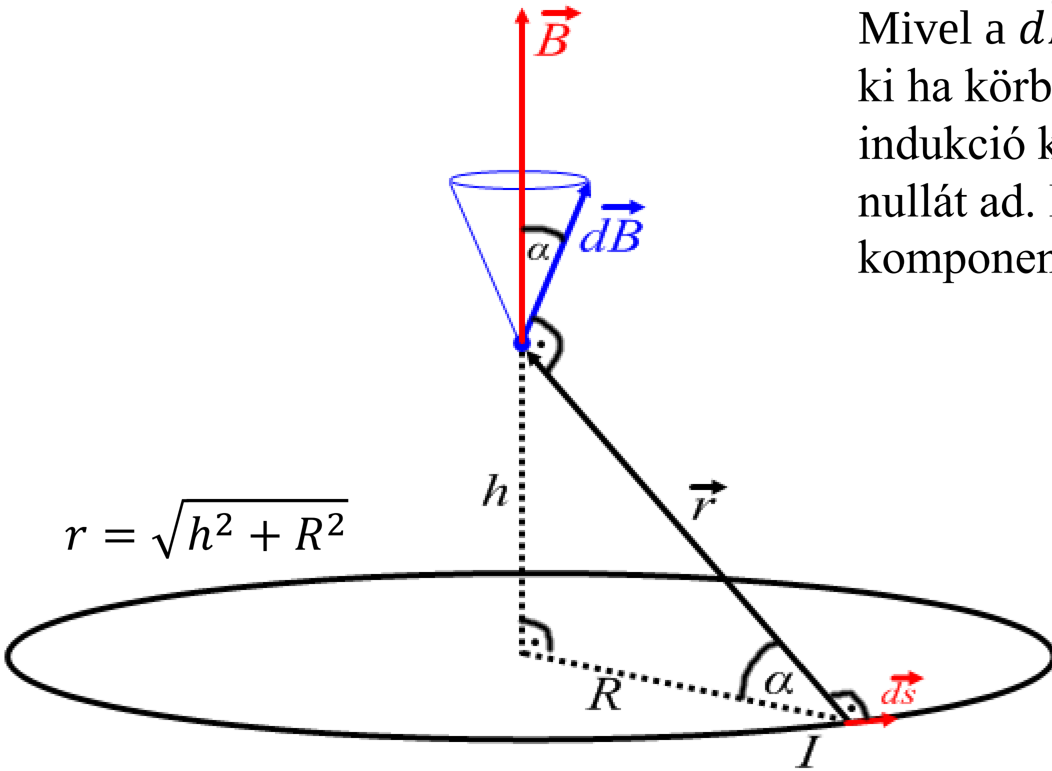
$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Ids}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} ds$$

Az *r* távolság a körvonal minden pontjára ugyanaz: $r = \sqrt{h^2 + R^2}$

Tehát a *dB* járulék minden pontra ugyanakkora nagyságú a kör mentén végighaladva. Irányukat tekintve viszont a $d\vec{B}$ vektorok egy α nyílásszögű kúpot rajzolnak ki, a merőleges szárú szögek alapján:

$$\cos\alpha = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{h^2 + R^2}}$$

Köráram mágneses tere



Mivel a $d\vec{B}$ vektorok egy α szögű kúpot rajzolnak ki ha körbehaladunk a köráram mentén, az eredő indukció körárammal párhuzamos komponense nullát ad. Így aztán csak a tengellyel párhuzamos komponenssel kell számolni:

$$dB cos\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} ds \frac{R}{\sqrt{h^2 + R^2}}$$

Az eredő mágneses indukció:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi(h^2 + R^2)} \cdot \frac{R}{\sqrt{h^2 + R^2}} \oint_G ds$$

$$B = \frac{\mu_0 I R}{4\pi(h^2 + R^2)^{3/2}} \cdot 2R\pi = \frac{2\mu_0 I R^2 \pi}{4\pi(h^2 + R^2)^{3/2}}$$

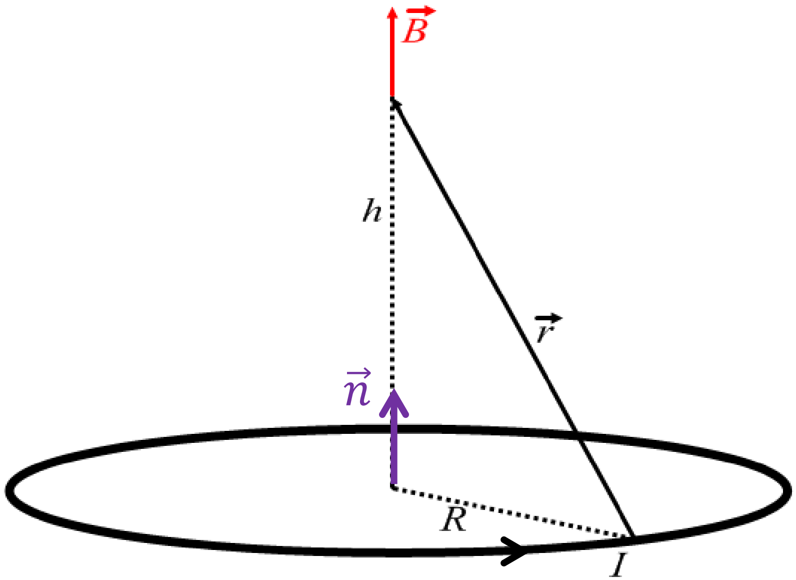
Egyszerűsítve az eredő indukció:

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(h^2 + R^2)^{3/2}}$$

A kör középpontjában ($h = 0$) nézve:

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

Mágneses dipólus által létrehozott mágneses tér



Figyelembe véve, hogy az *R* sugarú köráram mágneses dipólmomentuma:

$$\vec{m} = IA \cdot \vec{n} = IR^2\pi \cdot \vec{n}$$

Az előző oldalról:

$$B = \frac{2\mu_0 I R^2 \pi}{4\pi(h^2 + R^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 \cdot m}{2\pi(h^2 + R^2)^{3/2}}$$

A köráramtól nagy távolságra (*h* >> *R*):

$$B = \frac{\mu_0 \cdot m}{2\pi h^3}$$

Az irányokat is figyelembe véve: $\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{2\pi h^3}\vec{m}$