

# Műszaki lézerfizika

3. előadás: A lézerműködés  
atomfizikai alapjai

# Ismétlő tesztkérdések

Válasszuk ki a kettős törésre vonatkozó alábbi állítások közül a hamisat!

a, kristályra eső természetes fény általában két, egymásra merőleges síkban poláros sugárra bomlik

**b**, az extraordinális sugár eleget tesz a Snellius-Descartes-féle törési törvénynek  
c, a kristály optikai tengelyének irányában a természetes fény változás nélkül halad  
d, az ordinárius sugár sebessége nem irányfüggő

Párosítsuk össze a számmal jelölt optikai jelenségeket a betűvel jelölt eszközökkel, törvényekkel, fogalmakkal (egy számhoz két betűt kell rendelni)!

1, polarizáció visszaverődéssel

a, sarokprizma

b, szivárvány

2, teljes visszaverődés

c, Brewster-szög

d, optikai prizma

3, kettős törés

e,  $\lambda/4$  lemez

f, Malus-kísérlet

4, diszperzió

g, mézspát

h, optikai szál

Megoldás: 1: c,f

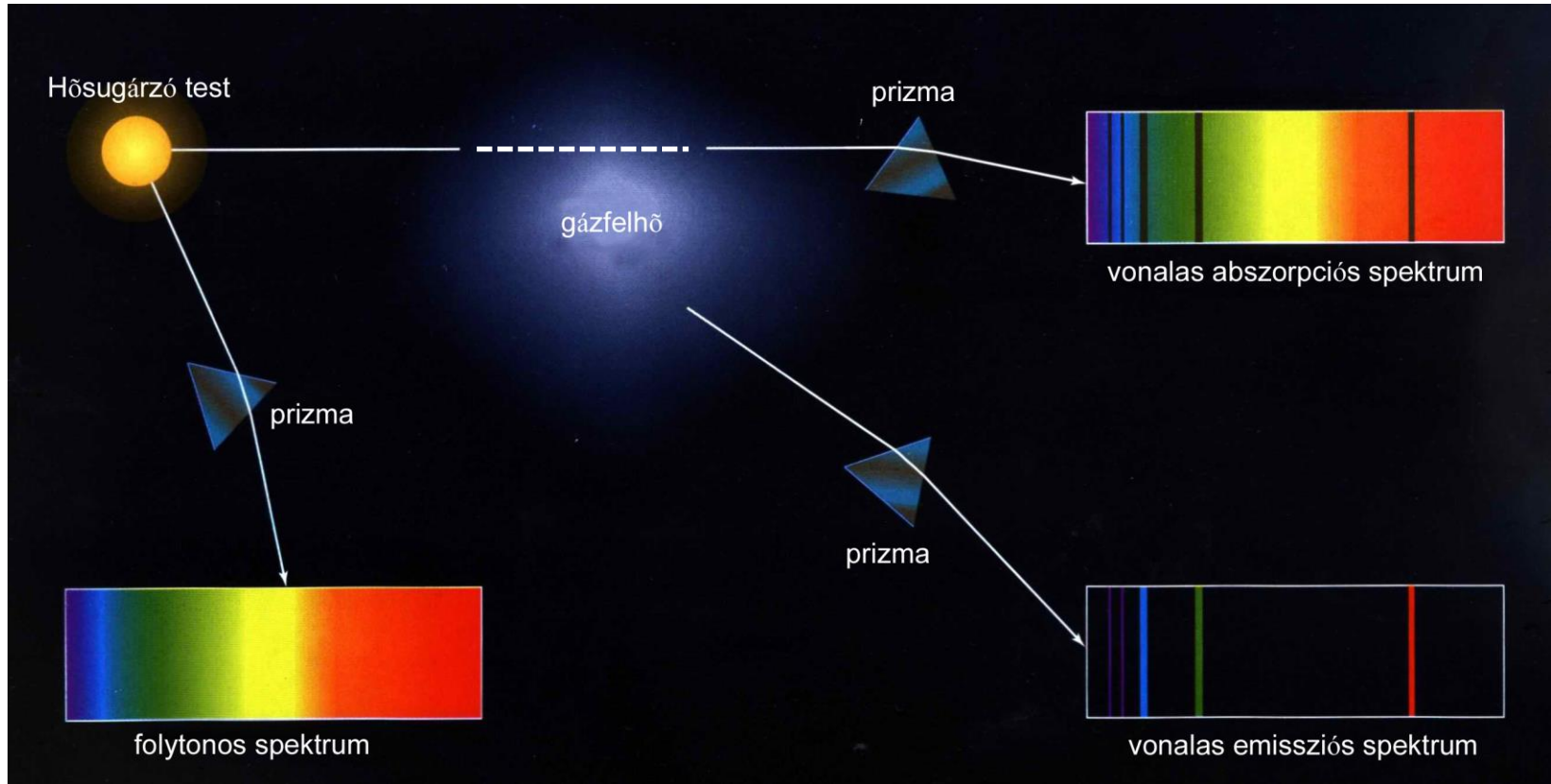
2: a,h

3: e,g

4: b,d

# Gázok emissziós és abszorpciós színe (ism.)

Szilárd testet folytonos spektrumú hőszugárzásával ellentétben atomos gázok vagy gőzök csak bizonyos frekvencián sugároznak (emisszió), illetve bizonyos frekvenciájú sugárzást elnyelnek (abszorpció).



A színek vonalai egyfajta ujjlenyomatként használhatók és segítségével távoli testek anyagának összetétele határozható meg.

# Gázok színekének magyarázata - Bohr-posztulátumok

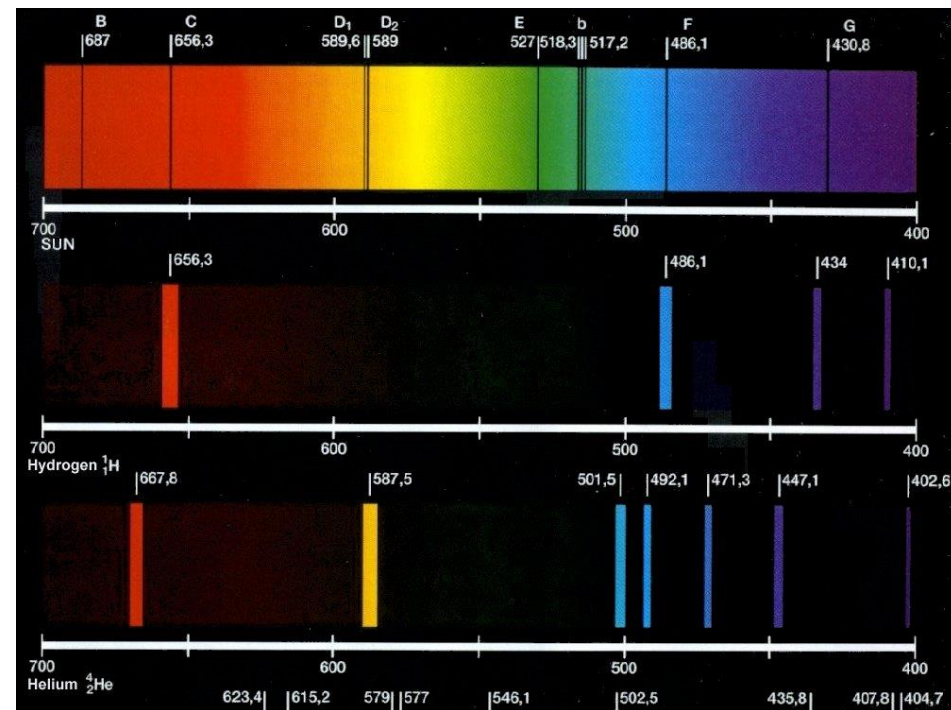
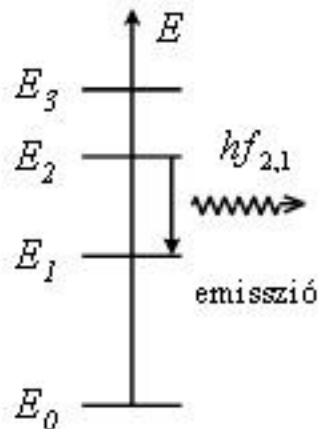
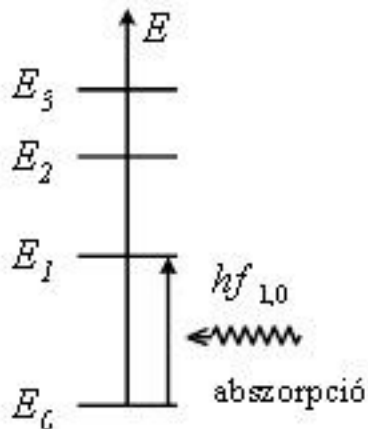
A jól meghatározott frekvenciájú kisugárzott, illetve elnyelt fotonokból arra lehet következtetni, hogy az atomokban csak bizonyos nagyságú energia átmenetek lehetségesek.

## Bohr-posztulátumok:

- Az atomokban az elektronok csak diszkrét energiaszinteken  $E_1, E_2, \dots, E_i$  tartózkodhatnak és ezeken a stacionárius pályákon nem sugároznak.
  - Az atomok csak akkor sugároznak (emisszió) ha az elektron egy magasabb energiájú pályáról egy alacsonyabbra kerül.
- Az emisszió fordítottja az abszorpció.

Bohr-féle frekvencia feltétel:

$$E_i - E_j = hf_{ij}$$



# Fényelektromos hatás (fotoeffektus)

Ultraibolya fény hatására egy cinklemezről elektronok hagynak el.

A kísérleti tapasztalatok (határfrekvencia létezése, a kilépő elektronok sebessége a fény frekvenciájától függ, az elektronok kilépése szinte azonnal megindul) új elméletet kívántak:

Einstein (1905): A fény részecskéként viselkedik, részecskéi a fotonok, melyek energiája  $E = hf$ . Ez az energia csak egy elektronnak adódik mind oda, amellyel a foton kölcsönhatásba lép. Nem oszlik szét a környező elektronok közt.

Einstein fotoelektromos egyenlete (Nobel-díjat kapott érte):  $hf = W_{ki} + \frac{1}{2} m_e v^2$

$W_{ki}$ : fémre jellemző kilépési munka (egy  $e^-$  kiszabadításához szükséges energia).

Az Einstein-féle tömeg-energia ekvivalencia alapján:  $E = mc^2$ . A foton energiája:  $E = hf$

Tehát a fotonhoz rendelhetünk egy tömeget (nem a nyugalmi tömeg, mert az nincs neki!):

$$m_f = \frac{E_f}{c^2} = \frac{hf}{c^2} = \frac{h}{\lambda c}$$

Ezt a foton  $c$  sebességével megszorozva kapjuk a **foton lendületét**:  $p_f = m_f c = \frac{h}{\lambda c} c = \frac{h}{\lambda}$

# de Broglie hipotézise (1923)

Láttuk, hogy foton lendülete és energiája a  $p = \frac{h}{\lambda}$  és a  $E = hf$  képletekkel számítható.

Ezek a képletek minden más részecskére is igazak, azaz minden anyagi részecskéhez  $\lambda$  és  $f$  rendelhető:

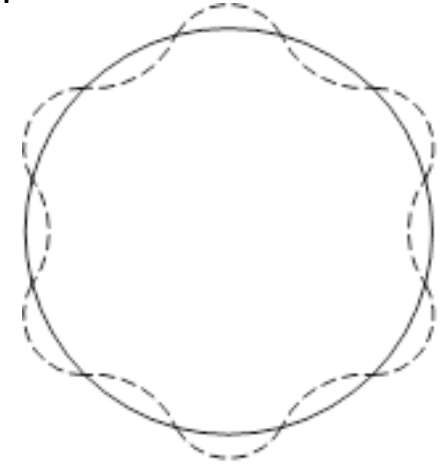
$$\lambda = h/p = h/mv; \quad f = E/h$$

Az atomban olyan stacionáris elektronpályák lehetségesek, ahol a  $\lambda$  egész számszor fér rá a kerületre.

Ezt a tapasztalat igazolja.

$$\frac{nh}{mv} = 2\pi r$$

$$n\lambda = 2\pi r$$



Az elektron pálya-impulzusmomentumára (pálya-perdületére) tehát:

$$L = mvr = \frac{nh}{2\pi} = n\hbar \quad \text{há vonás!}$$

A De Broglie hipotézis megmagyarázza az impulzusmomentum kvantált természetét!

# Ellenőrző kérdések

A különálló atomok által kibocsájtott sugárzás spektruma folytonos, mert az atomban diszkrét energia szintek vannak.

- A) Az állítás és az indoklás is helyes, közöttük oki kapcsolat van
- B) Az állítás és az indoklás is helyes, közöttük nincs oki kapcsolat
- C) Az állítás hamis, de az indoklás önmagában helyes
- D) Az állítás igaz, de az indoklás nem

Válasszuk ki a hamis állítást!

- A) Az anyag hullámtermészetére először de Broglie következtetett
- B) A részecskéhez rendelt hullámhossz arányos a részecske tömegével
- C) A részecskéhez rendelt hullámhossz fordítva arányos a részecske lendületével
- D) Az elektron hullámtermészetét interferencia kísérlettel igazolták

# A kvantummechanikai tárgyalásmódról

- A mikrorendszereket, azaz az atomokat és azok csoportjait (molekulák, kristályok) a **kvantummechanika** segítségével lehet tárgyalni. Ez az a pont, ahol át szokás térni a kvantummechanikai (QM) tárgyalásmódra.
- A QM segítségével levezethetők az eddigiek is : a Bohr-posztulátumok, az atomi energiaszintek léte, azok pontos értéke, a közöttük lehetséges átmenetek mind-mind levezethetők.
- Mi azonban most nem megyünk jobban bele a QM-ba. Az atomfizikai jelenségeket ezért továbbra is **a klasszikus fizika fogalmai segítségével** próbáljuk tárgyalni.
- Van még számos olyan jelenség van, amelyek csupán a klasszikus fizika ismeretében nem érthetünk meg, amelyeknél a QM további eredményeinek az alkalmazása elkerülhetetlen. A legfontosabb ilyen eredmény a Heisenberg-féle **határozatlansági reláció**.
- A reláció szerint az összetartozó (kanonikusan konjugált) fizikai mennyiségek egyszerre nem mérhetők tetszőleges pontossággal, egyidejűleg nem határozhatók meg. Az egyik mennyiség pontos mérése a másikat automatikusan határozatlanná teszi.



# A határozatlansági reláció

Tekintsük például a helykoordinátát ( $x$ ) és a hozzá tartozó lendület koordinátát ( $p_x$ )! A határozatlansági reláció szerint a helykoordináta bizonytalansága ( $\Delta x$ ) és a lendület  $x$  koordinátájának bizonytalansága ( $\Delta p_x$ ) között fennáll a

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar/2$$

Hasonló reláció áll fenn az energia ( $E$ ) és az időkoordináta ( $t$ ) között:

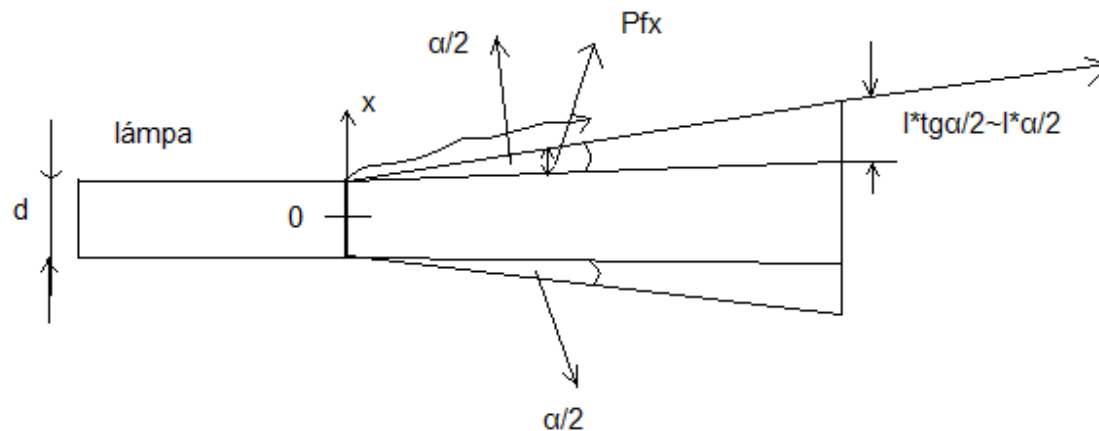
$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar/2$$

Tehát az energia és az időkoordináta sem mérhető egyidejűleg pontosan. Rövid időtartamra az energia nincs pontosan meghatározva. Minél tovább tart a részecske egy állapota (folyamata), annál pontosabban meghatározható (ill. meghatározott) az energiája! **(Pozitivizmus!!!)**

*A határozatlansági reláció igen szépen mutatja, hogy a makrofizikai fogalmak a mikrovilág leírására csak korlátozottan alkalmasak. A kapható válasz pontosságát a kísérleti körülmények eleve behatárolják. Egy fizikai mennyiség mérési pontosságának nem lesz elvi határa, ha a kísérleti körülményeket meg tudjuk úgy választani, hogy a mért mennyiség konjugált párja a mérés során határozatlan marad.*

# Alkalmazások: 1, Fénysugár minimális divergenciája

A határozatlansági reláció kizárja azt, hogy a kölcsönhatás mentes részecskék tökéletesen párhuzamos (divergencia mentes) nyalábot alkossanak. Ennek bizonyítására tekintsünk egy  $d$  átmérőjű rúd alakú lámpát (lézert)! A fény a jobb oldali alap teljes (kör) keresztmetszetén lép ki. A kilépés helyén a fotonok  $x$  koordinájának (ami az ábrán a lámpa tengelyére merőlegesen (fölfelé) mérhető) bizonytalansága  $d/2$  mert a fotonok a  $(-d/2, d/2)$  intervallumon jönnek át.



$$\bar{x} = 0$$

$$\Delta x \geq d/2$$

$$P_f = h/\lambda \quad (\text{a foton lendülete})$$

$p_x^f$  : a fotonok  $x$  irányú lendülete (amikor átjönnek a jelzett felületen)

## Fénysugár minimális divergenciája/2

$$\Delta p_x^f \approx h/\lambda \cdot \sin(\alpha/2) \approx h/\lambda \cdot \alpha/2 \quad \text{mert } \alpha \text{ kicsi}$$

$$\hbar/2 = h/(4\pi) \leq d/2 \cdot h \cdot \alpha / 2\lambda = d \cdot h \cdot \alpha / 4\lambda$$

Egyszerűsítés után

$$1/\pi \leq d \cdot \alpha / \lambda \quad \text{azaz} \quad \alpha \geq \lambda/(\pi \cdot d)$$

Tehát például egy  $\lambda = 633 \text{ nm}$  hullámhosszúságú fénysugár átmérőjének és divergenciájának szorzata nem lehet  $2 \cdot 10^{-7} \text{ m} \cdot \text{rad}$ -nál kisebb. Ha a fénysugár átmérője  $d = 1 \text{ mm}$ , akkor az elvileg elérhető minimális nyalábdivergencia  $2 \cdot 10^{-4}$  radián.

Ha a fénysugár átmérőjét tízszeresére növeljük, akkor minimális nyalábdivergencia tized részére csökkenthető (lásd a nyalábtágítót!).

( $L$  távolságra a nyaláb  $D \approx d + \alpha \cdot L$  átmérőjűre szélesedik. Belátható, hogy  $D$  akkor minimális, ha  $d^* = \alpha \cdot L$ , azaz  $d^* = (\lambda \cdot L / \pi)^{1/2}$ ).

## Alkalmazások: 2, A spektrumvonalak kiszélesedése

Tekintsük az energia (E) és az időkoordináta (t) bizonytalanságát:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar/2 \quad \longrightarrow \quad h \cdot \Delta f \cdot \Delta t \geq h/4\pi \quad \longrightarrow \quad \Delta f \cdot \Delta t \geq 1/4\pi \approx 10^{-1}$$

***Tehát a kisugárzott frekvencia és a folyamat ideje bizonytalanságainak szorzata  $10^{-1}$ -nél kisebb nem lehet.***

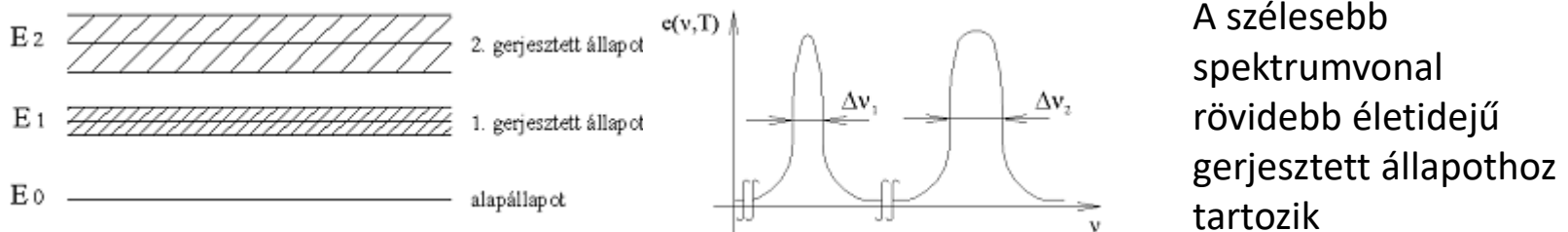
A  $\Delta t$  időbizonytalanságot többféleképpen is interpretálhatjuk, attól függően, hogy a kibocsájtás atomi folyamatát, vagy a kialakult fénysugarat tekintjük. A tapasztalat azt mutatja, hogy ezek a nagyon különböző interpretációk egyszerre igazak lehetnek, legalábbis egy kettes-hármas faktor erejéig.

Tekintsük először a kibocsájtás atomi folyamatát!

A legelső szinten az **alapállapotban** az elektron – külső behatás hiányában – tetszőleges ideig tartózkodhat. Végtelen hosszú tartózkodási idő bizonytalansága is csak végtelen nagy lehet ( $\tau_0 = \Delta t = \infty$ ), ehhez pedig a határozatlansági reláció alapján **pontosan meghatározott energia** tartozik ( $\Delta E = \Delta f = 0$ ).

# A spektrumvonalak kiszélesedése/2

A **gerjesztett állapotokból** az elektron előbb-utóbb alacsonyabb energiájú állapotba kerül. A véges időbizonytalanság pedig az energiaszélességük véges voltát és a spektrumvonalak **véges kiszélesedését** jelenti. Tipikus a külső atomi héjakra jellemző élettartam  $\tau_1 = 10^{-8}$  s. Ez az adott energiaszint  $\Delta E > 10^{-26}$ - $10^{-27}$  J kiszélesedését jelenti. Az erről a szintről történő átmenethez tartozó spektrumvonal pedig legalább  $\Delta f > 10^7$  Hz = 10 MHz szélességű lesz. (Ezek az adatok arra az esetre vonatkoznak, amikor a bomlás stabil szintre történik.)



Egyes gerjesztett állapotokból az alacsonyabb szintekre az elektron sugárzás kibocsájtásával csak hosszabb várakozás után tud lejutni. Az ilyen átmeneteket tiltottaknak nevezzük, mert bizonyos fizikai mennyiségek (pl. perdület) megmaradása az átmenet során csak körülményesen biztosítható. (Tehát a **tiltott átmenet** is végbemegy, csak sokkal lassabban!) Azt az állapotot, amelyről lefelé minden átmenet tiltott, **metastabil állapot**nak nevezzük. A metastabil állapotok tipikus élettartama pl.  $\tau_1 = 10^{-3}$  s., amihez  $\Delta f > 100$  Hz szélességű spektrumvonal tartozik.

# A koherenciahossz

Amennyiben a kialakult fénysugarat, a fotonfolyamot tekintjük, akkor a  $\Delta t$  az elemi hullámvonulatok lefutásának idejét jelentheti. Mivel a fény sebessége  $c$ , az **elemi hullámvonulatok hossza**  $L=c \cdot \Delta t$ . Mivel a határozatlansági reláció szerint :

$$\Delta t \geq 1/10\Delta f \quad \text{ezért:} \quad L \geq c/10\Delta f = 3 \cdot 10^7 / \Delta f \text{ [m]}$$

Az elemi hullámvonulatok hossza nyilvánvalóan az a legnagyobb optikai útkülönbség, amelynél még lehet interferencia, tehát, tehát a fenti reláció a **koherenciahosszat** ( $\sigma_k$ ) is megadja:

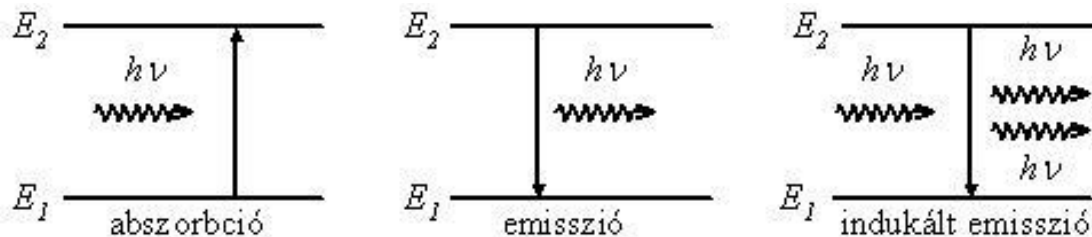
$$\sigma_k) \geq 3 \cdot 10^7 / \Delta f \text{ [m]}$$

Tehát például egy  $\Delta f = 100$  MHz frekvencia kiszélesedésű fénysugár koherenciahossza legalább 30 cm.

# Az indukált emisszió

Einstein jött rá először arra, hogy a fentebb vázolt **abszorpció** és **emisszió** mellett kell léteznie egy harmadik elemi atomi folyamatnak, **ami indukált emisszió**nak nevezünk. A folyamat során a gerjesztett atomot olyan frekvenciájú foton éri el, amelyet ő maga is ki tudna bocsátani. A bejövő foton hatására ez a kibocsájtás meg is történik, miközben az atom gerjesztettsége megszűnik. A beérkező (az atom mellett elhaladó) foton tehát egy második foton emisszióját indukálja.

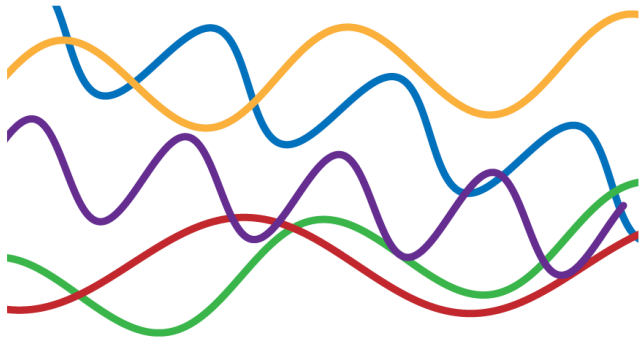
A második foton az eredetivel megegyező frekvenciájú, vele azonos irányban halad, fázisuk azonos. Az ilyen tulajdonságú fotonok **koherensek**.



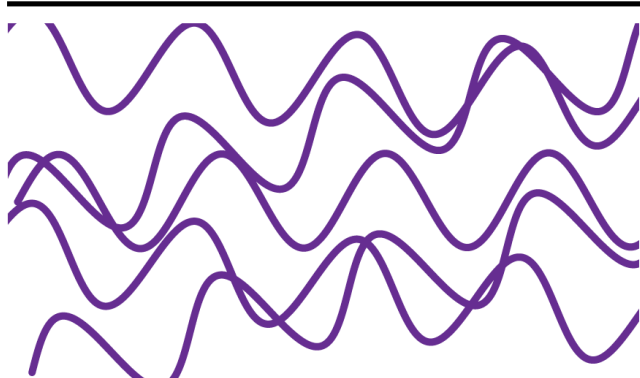
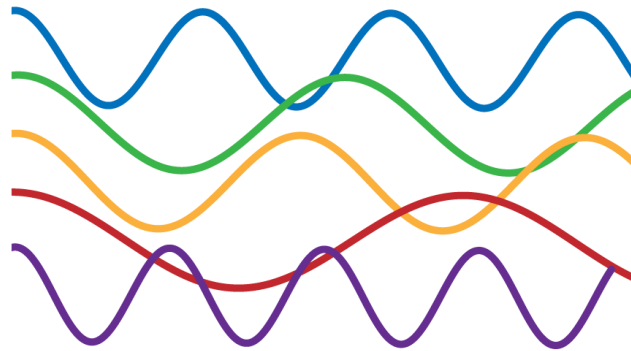
A középső folyamatot a továbbiakban **spontán emisszió**nak nevezzük. Ez a folyamat tehát csupán az atom energiaminimumra törekvése miatt, magától, minden külső körülménytől függetlenül bekövetkezik, de nem azonnal. A folyamat időigénye a gerjesztett állapot élettartama. Ezzel szemben az indukált emisszió időkézés nélkül, azonnal bekövetkezik.

Igen fontos hangsúlyozni, hogy az indukált foton és az eredeti foton **koherens**, azaz egyezik a frekvenciájuk, az irányuk, a fázisuk (sőt a polarizációjuk is).

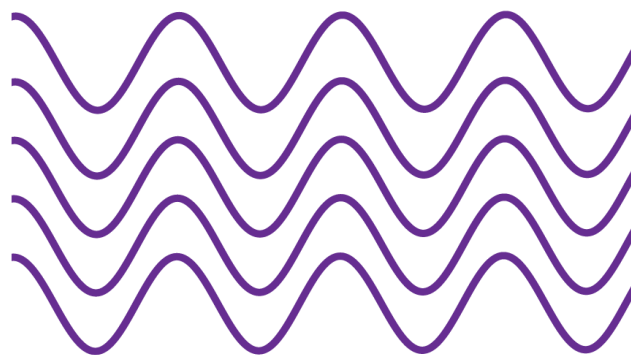
fehér fény



fehér kollimált fény



monokromatikus (egyszínű) fény



koherens fény (lézerefény)



# Az Einstein-együtthatók

Az abszorpció során pontosan annyi atom kerül gerjesztett állapotba, mint amennyi foton elnyelődik. Az időegység alatt elnyelt fotonok száma ( $N_{\text{foton}}^{\text{abs}}$ ) nyilvánvalóan arányos a beérkező (megfelelő frekvenciájú) fény  $I(f)$  intenzitásával és az alapállapotú atomok  $N_1$  számával.

A folyamat során az alapállapotú atomok száma csökken, ezért  $\Delta N_1^a$  előjele negatív:

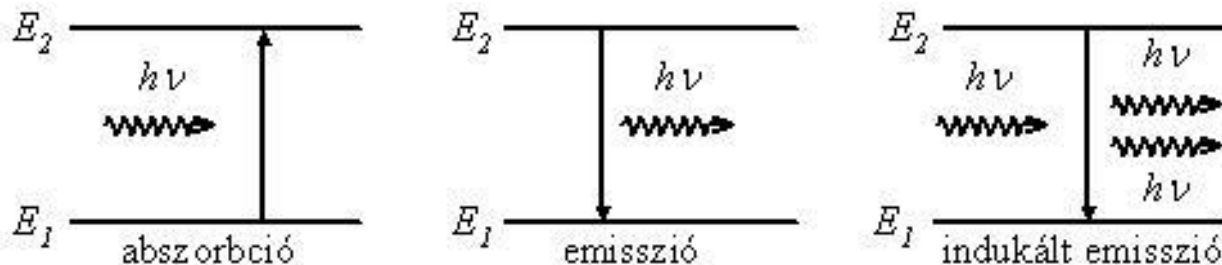
$$N_{\text{foton}}^{\text{abs}} = -\Delta N_1^a = B_{12} N_1 I(f)$$

A  $B_{12}$  állandó jellemző az atomra, az abszorpció Einstein-féle valószínűségi tényezője.

A spontán emisszió nem függ külső körülményektől, tehát a száma csak a gerjesztett állapotú atomok  $N_2$  számától függ. Minden spontán emittált foton eggyel növeli az alapállapotú atomok számát, mert közben az atom gerjesztettsége megszűnik. Időegység alatt tehát:

$$N_{\text{foton}}^{\text{sp.em}} = \Delta N_1^{\text{sp}} = A_{21} N_2$$

Az  $A_{21}$  mennyiség a spontán emisszió Einstein-féle tényezője.

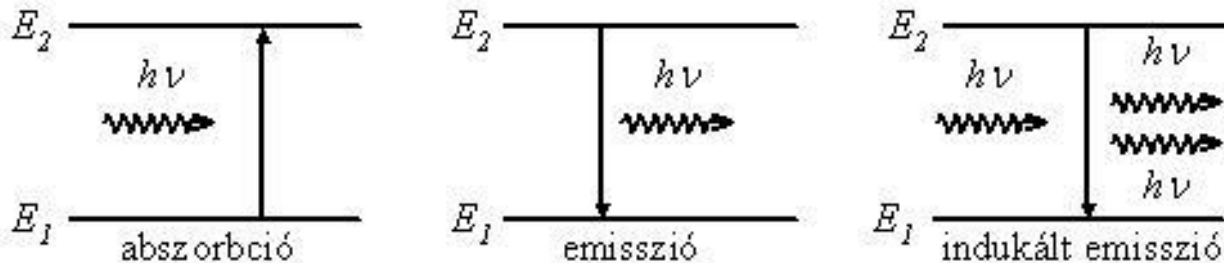


## Az Einstein-együtthatók/2

Az indukált emisszió valószínűsége függ a beérkező (megfelelő frekvenciájú) fény  $I(f)$  intenzitásától és a gerjesztett állapotú atomok  $N_2$  számától. Az alapállapotú atomok száma az indukált emisszió során is nyilvánvalóan növekszik: .

$$N_{\text{foton}}^{\text{ind.em}} = \Delta N_1^{\text{is}} = B_{21} N_2 I(f)$$

A  $B_{21}$  atomi állandó az indukált emisszió Einstein-féle valószínűségi tényezője.



Az üregbe zárt, termikus egyensúlyba került atomokra teljesül, hogy mind az alap-, mind a gerjesztett állapotú atomok száma állandó:

$$\Delta N_1 = \Delta N_1^a + \Delta N_1^{sp} + \Delta N_1^{\text{is}} = 0$$

$$-B_{12} N_1 I(f) + A_{21} N_2 + B_{21} N_2 I(f) = 0 \quad (*)$$

# A Maxwell-Boltzmann energiaeloszlás

Hőmérsékleti egyensúlyban az energiaszinteken az elektronokra jó közelítéssel érvényes a Maxwell-Boltzmann (MB) energiaeloszlás.

$$N_i = N_0 e^{-\frac{E_i}{kT}}$$

(Az elektronokra valójában a Fermi-Dirac-statisztika használandó, de  $hf \gg kT$  esetén a MB -statisztika is jó közelítés.)

$$\frac{N_1}{N_2} = e^{\frac{E_2 - E_1}{kT}} = e^{\frac{hf}{kT}} \quad \text{mivel } E_2 - E_1 = hf \text{ (Bohr-féle frekvencia feltétel)}$$

Behelyettesítve a (\*) egyenletbe és átrendezve

$$A_{21} = I(f)(B_{12} \frac{N_1}{N_2} - B_{21}) \quad \frac{A_{21}}{B_{21}} = I(f) \left( \frac{B_{12}}{B_{21}} e^{\frac{hf}{kT}} - 1 \right) \quad I(f) = \frac{\frac{A_{21}}{B_{21}}}{\left( \frac{B_{12}}{B_{21}} e^{\frac{hf}{kT}} - 1 \right)}$$

# Összevetés a Planck-törvénnyel

$$I(f) = \frac{\frac{A_{21}}{B_{21}}}{\left(\frac{B_{12}}{B_{21}} e^{\frac{hf}{kT}} - 1\right)}$$

Hasonlítsuk össze az Einstein és a Planck által levezetett formulákat!

$$I(f) = \frac{Khf^3}{e^{\frac{hf}{kT}} - 1}$$

1,  $\frac{A_{21}}{B_{21}} = Khf^3$ , azaz a spontán és indukált emisszió valószínűségi tényezőinek az aránya a frekvencia köbével arányos. **Az indukált emisszió tehát inkább a kisebb frekvenciákra jellemző** (ezért nehéz az optikai tartományban indukált emisszióval erősíteni, először MASER volt!)

$$\frac{N_{\text{foton}}^{\text{sp. em}}}{N_{\text{foton}}^{\text{ind. em}}} = \frac{A_{21}N_2}{B_{21}N_2 I(f)} = \frac{Khf^3}{I(f)}$$

Látható, hogy bármilyen  $f$  frekvencián létezik egy  $I(f)$  intenzitás, amelynél a kétféle módon kibocsájtott fotonok száma megegyezik. Ennél kisebb intenzitásnál mindig a spontán emisszió, fölülte az indukált emisszió dominál. Ez a kritikus intenzitás azonban a frekvencia köbével arányos.

2,  $B_{12} = B_{21}$  ( $= B$ ) **azaz az abszorpció és a spontán emisszió Einstein féle valószínűségi tényezője megegyezik.** Tehát egy alapállapotú atom pontosan ugyanakkora valószínűséggel abszorbeál egy fotont, mint amekkora valószínűséggel kényszerít indukált emisszióra egy gerjesztett atomot egy foton.

# Erősítés indukált emisszióval

Tekintsük most az emittált és abszorbeált fotonok számának arányát!

$$\frac{N_{\text{foton}}^{\text{sp.em}} + N_{\text{foton}}^{\text{ind.em}}}{N_{\text{foton}}^{\text{absz}}} = \frac{A_{21} \cdot N_2 + B N_2 I(\nu)}{B N_1 I(\nu)} \rightarrow \frac{B N_2 I(\nu)}{B N_1 I(\nu)} = \frac{N_2}{N_1}$$

Van olyan nagy fényintenzitás, amelynél a spontán emisszióval már nem kell számolni. Akkor ez a **hányados** egyszerűsödik és végeredményben **a gerjesztett és az alapállapotú atomok számának az arányához tart**. Ha tehát több az alapállapotú atom, mint a gerjesztett, akkor több az abszorpció, mint az emisszió. A fotonok száma fogy, a sugárzás **elnyelődik** az anyagban. Ha a gerjesztett atomok száma nagyobb, akkor az emisszió meghaladja az abszorpciót, a sugárzás az anyagban **erősödik**.

**Hőmérsékleti egyensúlyban** közelítőleg érvényes a Boltzmann-eloszlás, tehát alapállapotban mindig több atom található ( $N_1 > N_2$ ). Ebben az állapotban – amit **normál populáció**nak nevezhetünk – tehát dominál az abszorpció, **a fény az anyagban elnyelődik**.

Ha a helyzet fordított, azaz **a gerjesztett állapotú atomok vannak többségben** ( $N_1 < N_2$ ), akkor viszont az anyagba belépő **sugárzás erősödik**. Ilyet a hétköznapi életben nem szoktunk tapasztalni, ez a fordított állapot „magától” nem szokott bekövetkezni. Nagyon különleges anyagokban különleges körülmények között azonban megvalósíthatjuk ezt a fordított populációt, amit szokás **populációinverzió**nak is nevezni. A populációinverzió tehát a sugárzás közegbeli erősödésének alapvető feltétele.

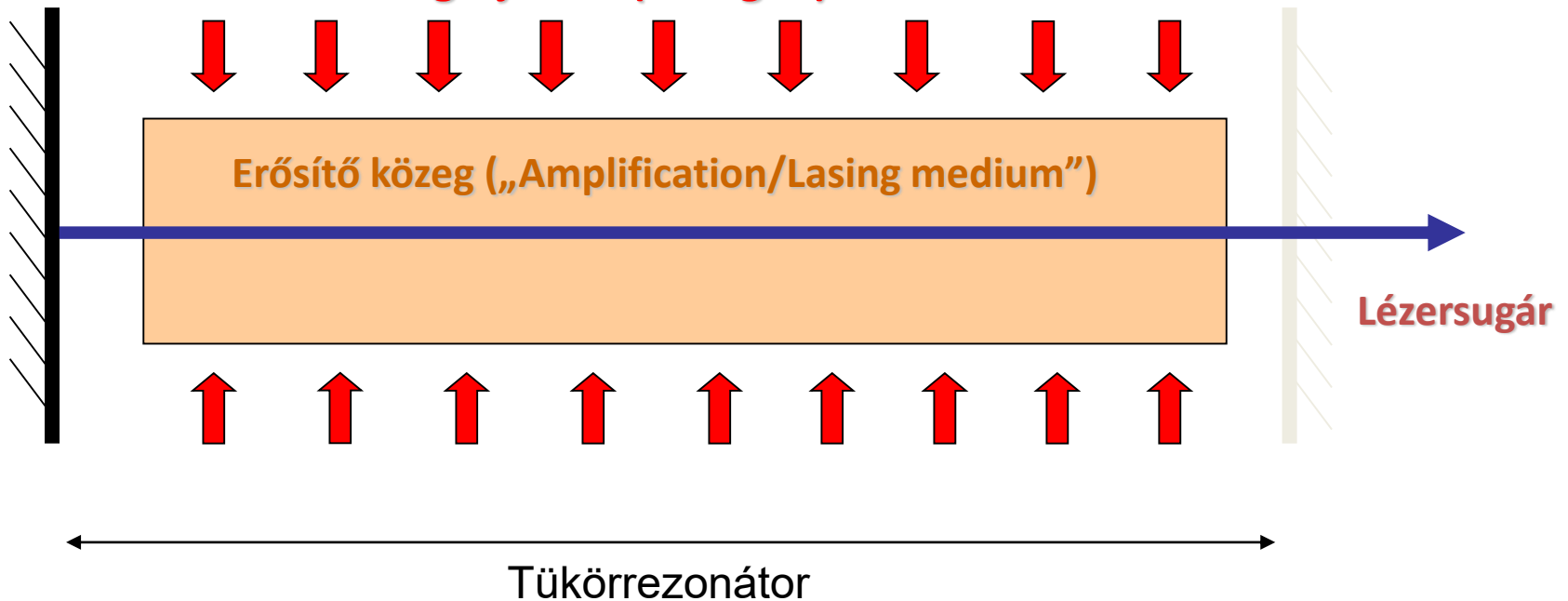
Light  
Amplification by  
Stimulated  
Emission of  
Radiation

**fényerősítés** a sugárzás  
**indukált** (stimulált)  
**emissziója** által

Tükör  
(100% visszaverés)

**Külső gerjesztő (energia-) forrás**

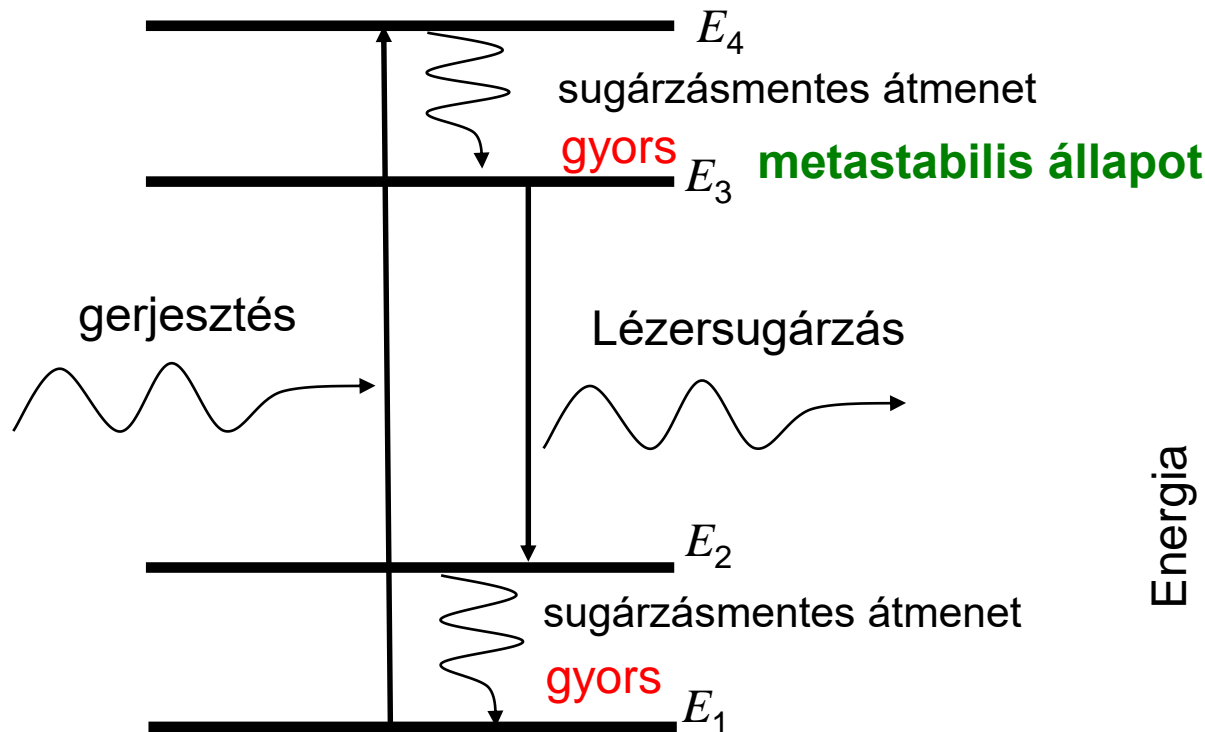
Részben átteresztő tükör  
(~99% visszaverés)



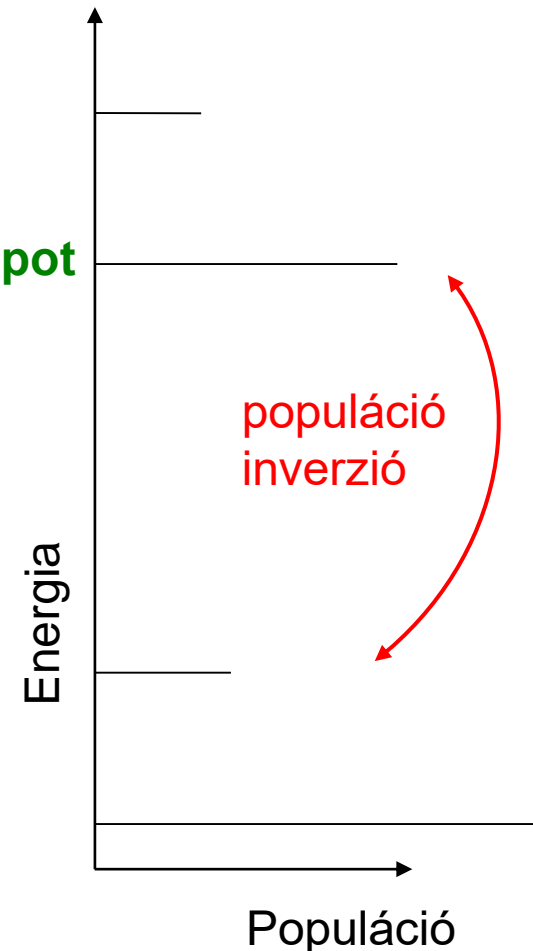
# Populáció inverzió megvalósítása

Lényeg: a lézertmenet két szintje között kell inverz populációnak lennie, a többi szint populációja lényegtelen. Populáció inverzió nem jön létre csak „úgy”, ahhoz trükközni kell!!!

## Négy energiaszintű lézerek



pl.: Nd:YAG lézer



# Ellenőrző kérdések

Jelöljük meg, hogy a határozatlansági reláció szerint mely fizikai mennyiségek nem mérhetők egyszerre abszolút pontosan! ( $x$ ,  $y$ ,  $z$  a helykoordináták,  $p_x$ ,  $p_y$ ,  $p_z$  lendület koordináták,  $E$  energia)

A)  $x$  és  $E$

B)  $p_x$  és  $p_y$

C)  $p_x$  és  $x$

D)  $p_x$  és  $E$

Melyik állítás nem jellemző az indukált emisszióra?

A) populációinverzió esetén gyakoribb, mint az abszorpció

B) létezésére először Einstein következtetett

C) nagyobb frekvenciákon könnyebben legyőzi a spontán emissziót

D) az indukáló és az indukált fotonok koherensek

E) az indukáló és az indukált fotonoknak egyezik a frekvenciája