

# Műszaki lézerfizika

2. előadás: A geometriai optika  
áttekintése

# Ismétlés (elektromágneses hullámok)

A látható fény hullámhossz tartománya:

- a) néhány nanométer
- b) néhány tized nanométer
- c) néhány száz mikrométer
- d) néhány tized mikrométer

Válasszuk ki azt a hullámhosszat, amelyik infravörös sugárzásnak felel meg!

- a) 5 nm
- b) 50 nm
- c) 500 nm
- d) 5000 nm

Az elektromágneses hullámok terjedési sebessége:

- a) vákuumban kisebb, mint közegben
- b) vákuumban frekvenciafüggő, közegben független tőle
- c) vákuumban frekvencia független, közegben függhet tőle
- d) arányos a törésmutatóval.

# Ismétlés (interferencia)

Mit bizonyítanak az interferenciás kísérletek?

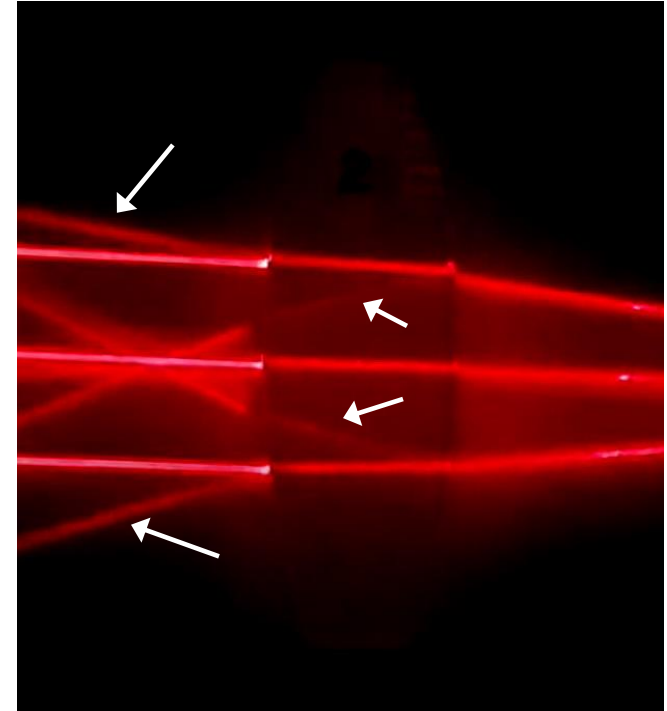
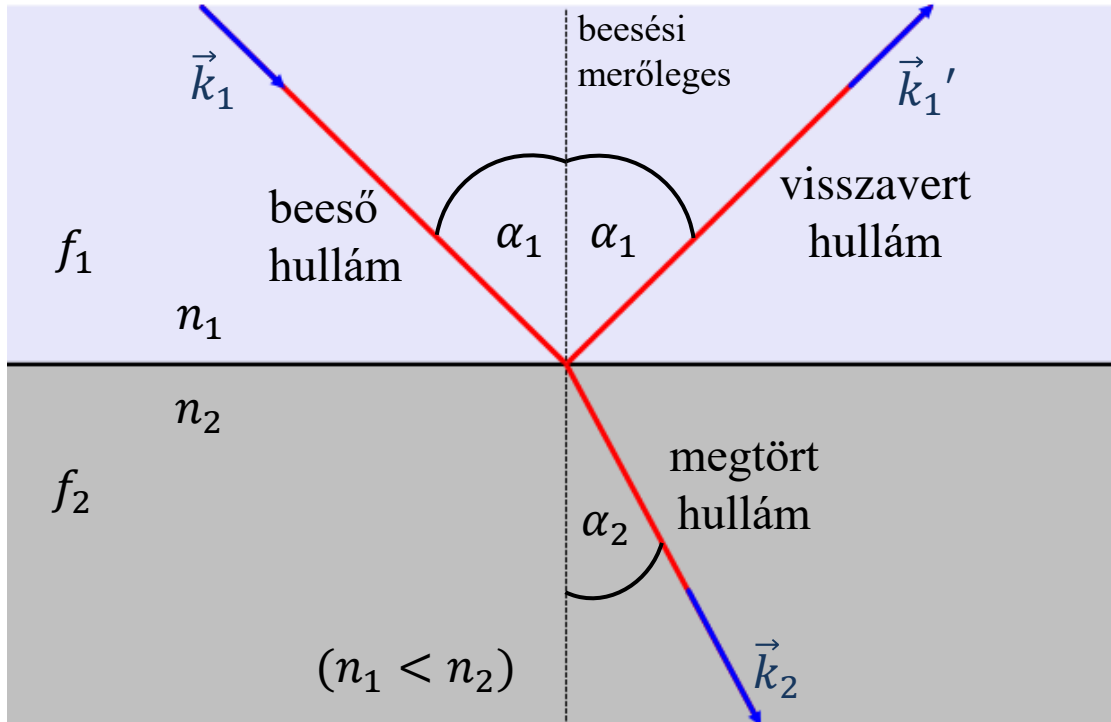
- a) a fény részecske természetét
- b) a fény hullámtermészetét
- c) a transzverzális hullám voltát
- d) a fény elektromágneses természetét

Válasszuk ki a hamis állítást!

- a) Két hullám interferenciája során az eredő hullám intenzitása eltér a két hullám intenzitásának összegétől
- b) Csak azonos frekvenciájú hullámok interferálhatnak
- c) Csak transzverzális hullámok interferálhatnak
- d) Az interferencia során az eredő hullám intenzitása akkor maximális, ha a két hullám útkülönbsége a hullámhossz egész számú többszöröse

# Hullámok viselkedése két közeg határán

Két különböző közeg határához érve a hullám egy része mindig visszaverődik, a másik része pedig megtörve behatol a másik közegbe. Bizonyos esetekben a hullám teljes mértékben visszaverődik.



A visszaverődési szög megegyezik a beesési szöggel.

A törési szög és beesési szög kapcsolatát a **Snellius-Descartes törvény** adja meg.

A hullám **frekvenciája ugyanaz** a két közegben:  $f_1 = f_2 = f$

Felhasználva, hogy minden hullám esetén:  $v = \lambda f$

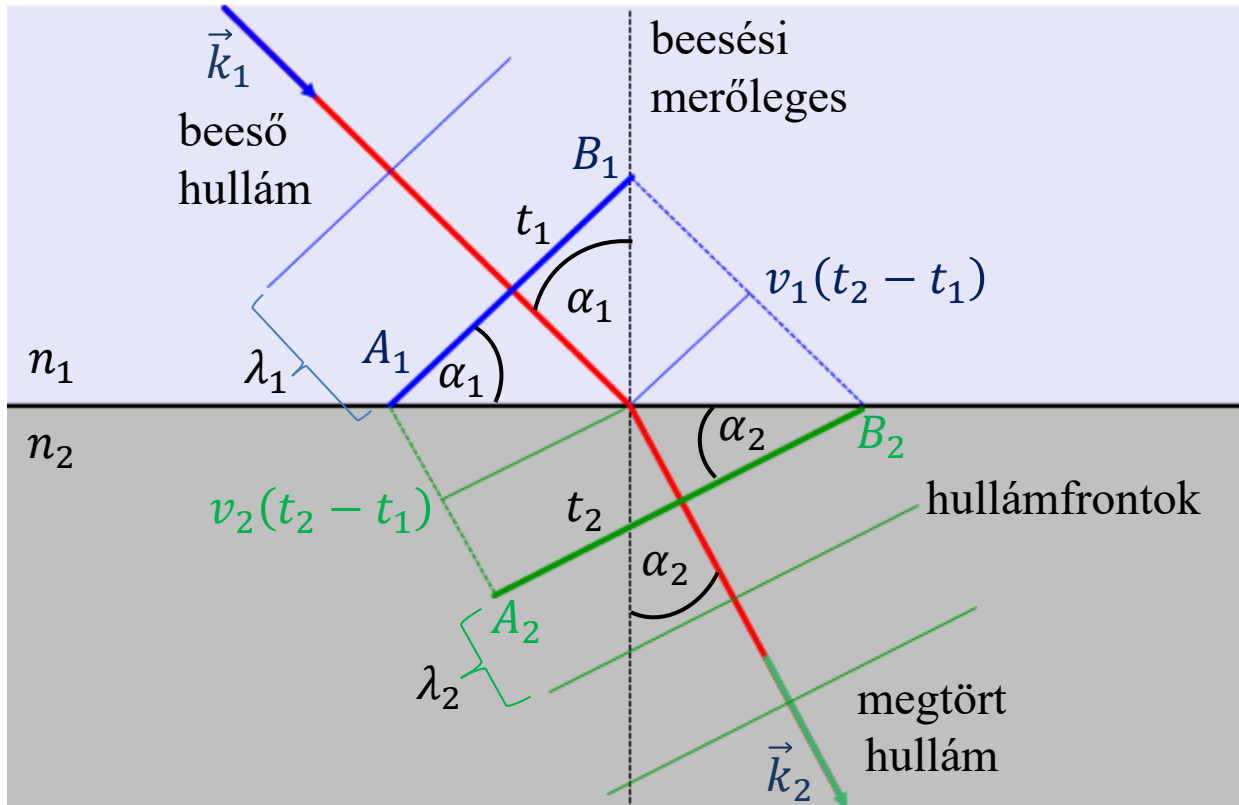
A hullámhosszakra:  $\lambda_1 = v_1/f$  és  $\lambda_2 = v_2/f$

Tehát a hullámhossz optikailag sűrűbb közegben kisebb.

$$\rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1/f}{v_2/f} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

# Snellius-Descartes törvény

Az  $A_1B_1$  vonal jelzi a hullám fázisfelületét a  $t_1$  időpontban.  
Az  $A_2B_2$  vonal jelzi a hullám fázisfelületét a  $t_2$  időpontban.



$$\sin \alpha_1 = \frac{v_1(t_2 - t_1)}{A_1B_2}$$

$$\sin \alpha_2 = \frac{v_2(t_2 - t_1)}{A_1B_2}$$

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$$

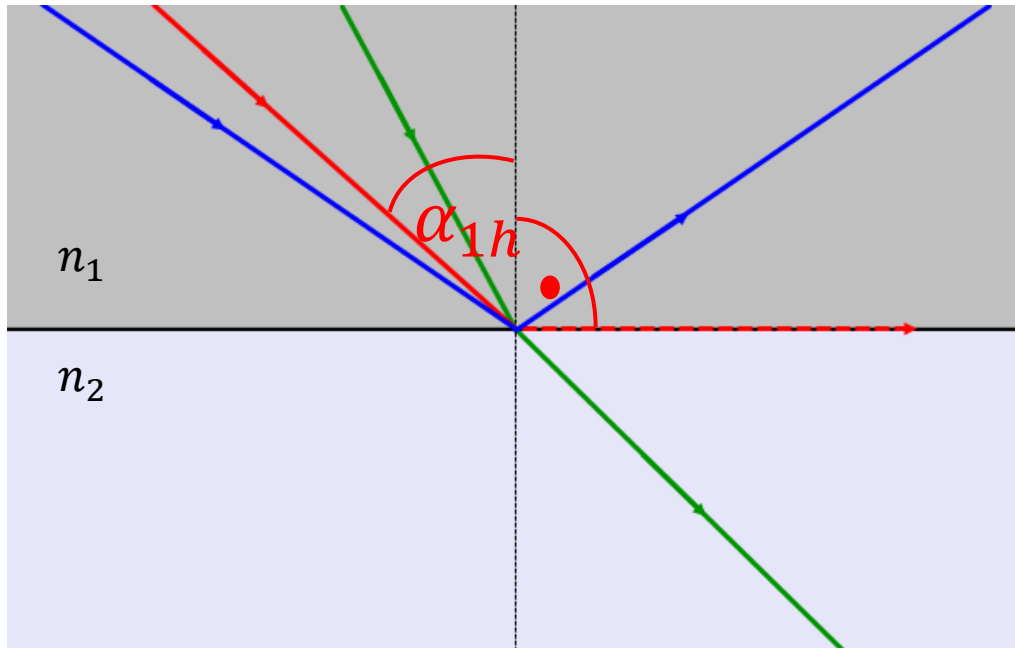
Ha a hullám optikailag sűrűbb közegbe érkezik, akkor a törési szög kisebb, mint a beesési szög.

Ha a hullám optikailag ritkább közegbe érkezik, akkor a törési szög nagyobb, mint a beesési szög.

# Teljes visszaverődés

Amikor a hullám optikailag sűrűbb közegből lép át optikailag ritkább közegbe ( $n_1 > n_2$ ), akkor az  $\alpha_1$  beesési szöget növelve a törési szög egyre jobban megközelíti a derékszöget, a megtört hullám intenzitása pedig egyre csökken.

Amikor a beesési szög meghaladja az  $\alpha_1$  határszöget, teljes visszaverődés áll fent.

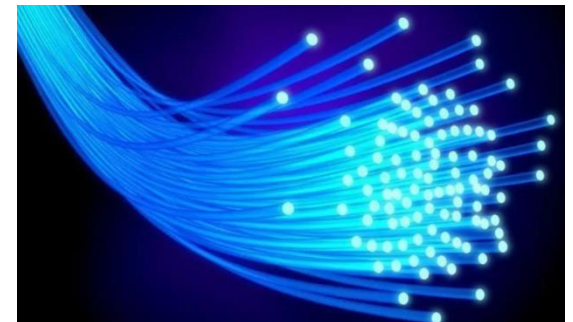


A határszögre:

$$n_1 \sin \alpha_{1h} = n_2 \sin 90^\circ$$

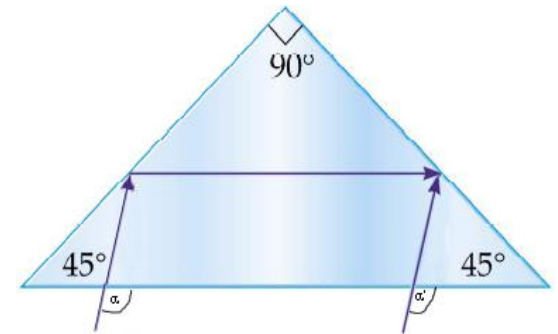
$$\sin \alpha_{1h} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$

Ezt a jelenséget optikai szálakban hasznosítják.

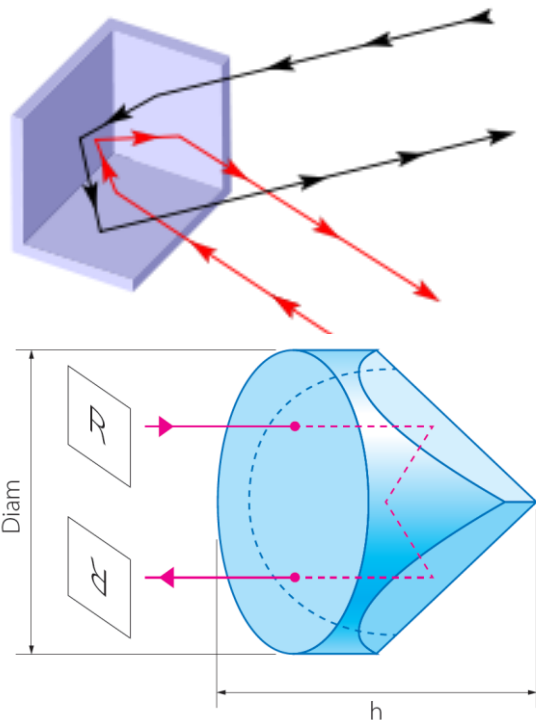


# A teljes visszaverődés lézerfizikai alkalmazása: a sarokprizma

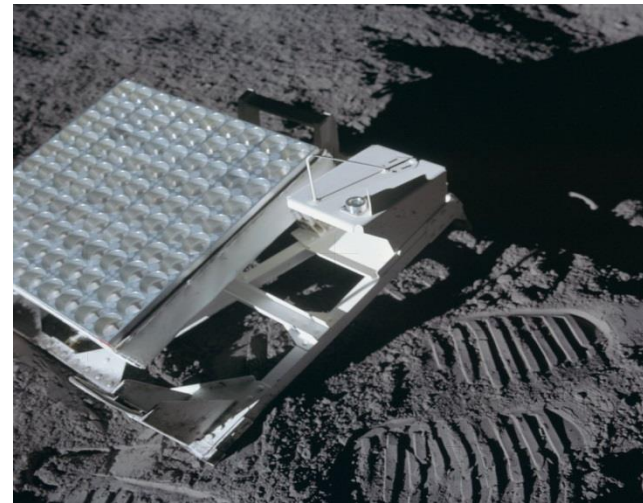
Sarokprizma két dimenzióban:  $\alpha = \alpha'$ ,  
belátható, ugyanabba az irányba veri vissza a fénysugarat  
amelyből elindult (csak egy picit eltolva)



A sarokprizma három dimenzióban is működik (sőt igazán csak ott): retroreflector



Különleges felhasználása: lézertükör a Holdon



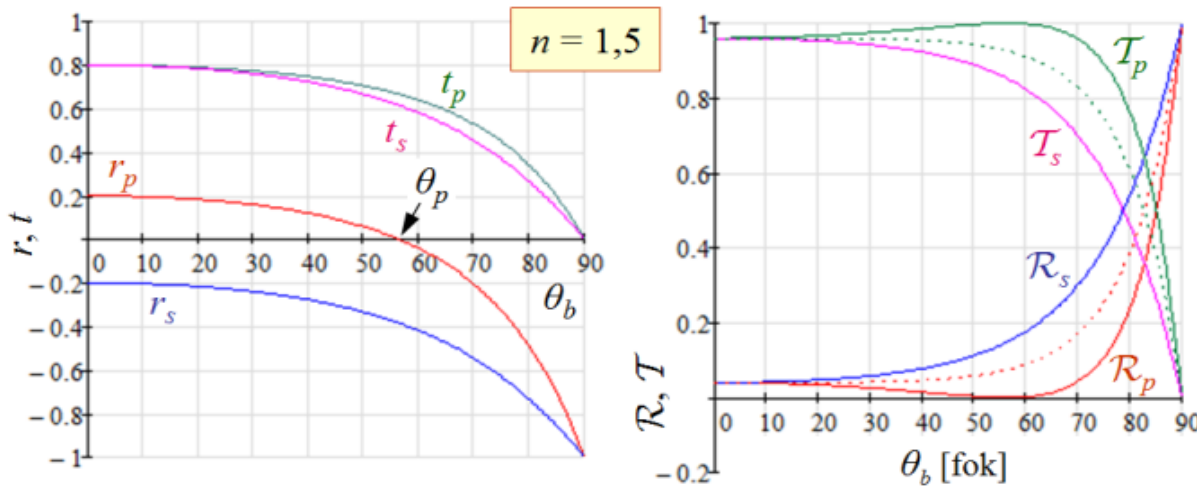
A „macskaszem” is lézertükör (csak pontatlan)

# Polarizálás visszaverődéssel

A Brewster-szög jelentése közismert: ha a visszavert és a megtört fénysugár  $90^\circ$ -ot zár be, akkor a visszavert fény lineárisan poláros lesz. Ekkor a beesési szöget polarizációs szögnek vagy Brewster-féle szögnek nevezzük.

$$n_{21} = \frac{\sin \theta_b}{\sin \theta_i} = \frac{\sin \theta_b}{\sin(90^\circ - \theta_b)} = \frac{\sin \theta_b}{\cos \theta_b} = \operatorname{tg} \theta_b \qquad \theta_b = \operatorname{tg}^{-1} n_{21} = \operatorname{tg}^{-1} 1,5 = 56,3^\circ$$

Nézzük ezt meg egy kicsivel részletesebben! Vizsgáljuk meg a beesési síkra merőleges (s) és a beesési síkban lévő (p) komponensek reflexióját és transzmisszióját!

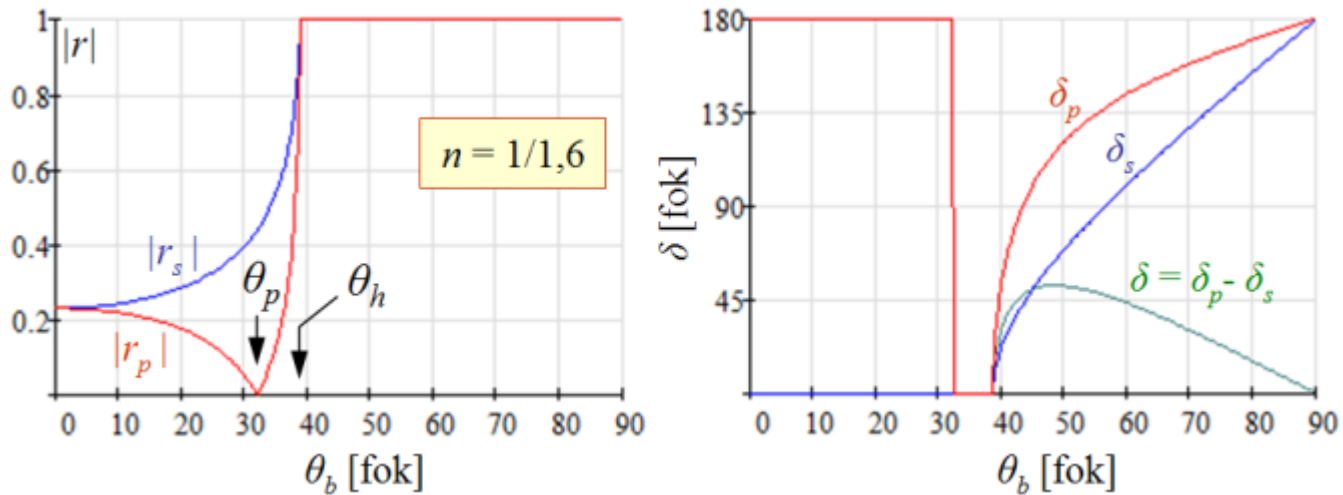


$\theta_b$ -nél a visszavert fs. a beesési síkra merőlegesen polarizált lesz, innentől p-nek fázisugrása lesz. A merőlegesen polarizáltak végig az van.



## Polarizálás visszaverődéssel/2

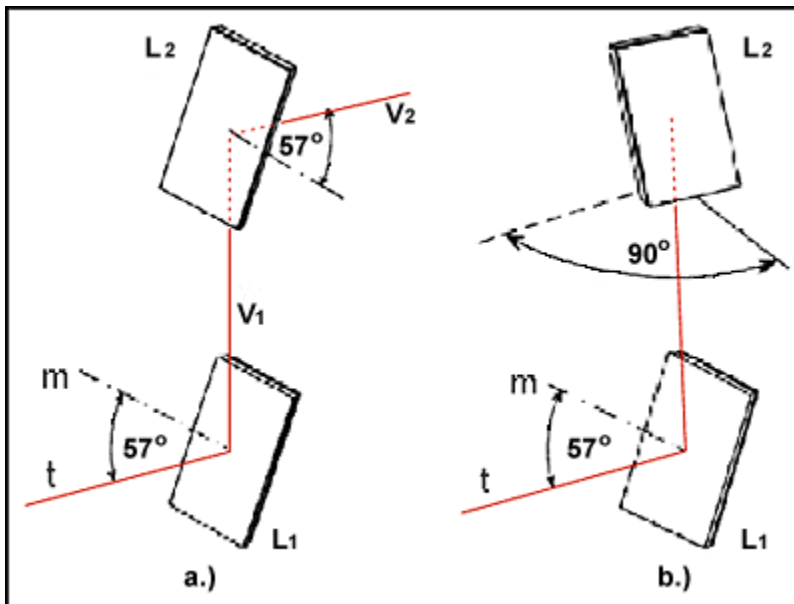
Polarizáció az  $n < 1$  esetben is van: az előbb ismertetett Brewster-féle törvénynek megfelelően a polarizációs szög alatt beeső fény visszaverődve a felületről lineárisan poláros lesz. Egy nagyon lényeges különbség van azonban a két eset között: a beesési szöget növelve, egy bizonyos határszög után az  $r_p$  és  $r_s$  reflexiók együtthatók komplex értéket vesznek fel. Mindkettőnek az abszolút értéke pontosan egységnyi lesz. Ennek következtében a felület egy tökéletesen visszaverő tükörként viselkedik (teljes visszaverődés).



Az amplitúdók előjelen láthatjuk, hogy a Brewster-szög alatt ilyenkor az s hullám esetén nincs fázisugrás, a p hullám esetén pedig van  $\pi$  fázisugrás. Tehát a fázisugrások pont ellentétesen viselkednek, mint az  $n > 1$  esetben.

# Polarizálás visszaverődéssel/3

Ha üveglapra kb.  $57^\circ$ -os beesési szögben fénynyalábot ejtünk, az arról visszaverődő fény síkban polárossá válik. A visszavert fényben az E elektromos térerősség vektorok az üveglemez felületén párhuzamos egyenes mentén rezegnek. A fény síkban poláros voltáról meggyőződhetünk úgy, hogy az első lemeztől (a polarizátorról) visszaverődő fény útjába egy második üveglemezt (analizátor) helyezünk, amelyre ismét  $57^\circ$ -os beesési szögben érkezik a fénysugár.



ha a polarizátor és analizátor síkja párhuzamos, a felső lemeztől visszaverődik a fény.

Ha az analizátort elforgatjuk, a visszaverődő fény intenzitása nullára csökken

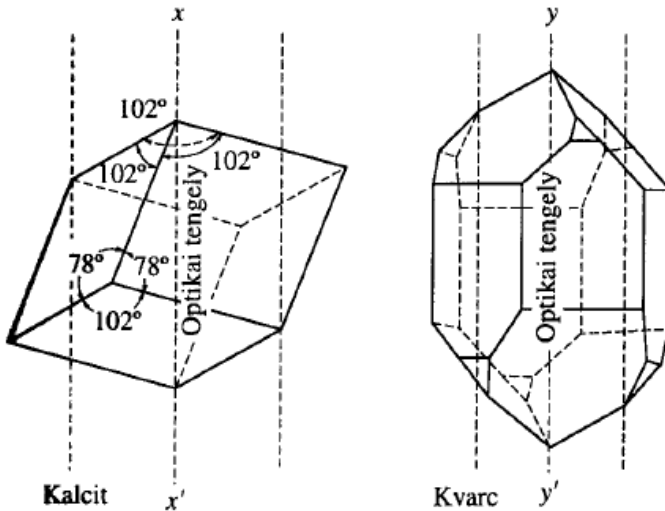
(Malus kísérlete, 1809)

# Kettős törés

*Erasmus Bartholinus* dán professzor a kereskedőtől kapott egy átlátszó kristályt, úgynevezett **izlandi pátot** (mészpát v. nagykristályos kalcit), amelyen keresztülnézve meglepve tapasztalta, hogy a tárgyaknak kettős képe látszik.

A legtöbb kristály **optikailag anizotrop**, amely azt jelenti, hogy a fizikai tulajdonságok szempontjából az irányok nem egyenértékűek, így bizonyos fizikai mennyiséget irányfüggőek lehetnek. Az ilyen **kristályra eső természetes fény két, egymásra merőleges síkban poláros sugárra bomlik**. Egyetlen (esetleg két) olyan irány van csupán, amelyben a

természetes fény változás nélkül halad: ezt az irányt a kristály **optikai tengelyének** nevezzük. A természetes fénysugár a kristályban irány szerint is kettéválik. Ez alól csak az optikai tengely irányában és az erre merőleges irányban haladó sugarak kivételek.



# Kettős törés/2

A mézspát számos királyformában megtalálható a természetben, de leginkább romboéder formára hasadva fordulnak elő.

Amikor polarizálatlan fény esik egy mézspátra, akkor a visszaver sugáron kívül a megszokott, megtört sugár helyett **kettő** figyelhető meg. Ezt a jelenséget a mézspát esetén **kettőstörésnek** nevezzük. Megmérve a törési szögeket különböző beeséseknél, azt tapasztalhatjuk, hogy **az egyik sugár eleget tesz a Snellius-Descartes-féle törési törvénynek:**

$$\frac{\sin \phi}{\sin \phi'} = n$$

míg a másik fénysugár nem. Azt a sugarat, amely teljesíti a fénytörés törvényét, közönséges (**ordinárius**) vagy O sugárnak nevezzük. Ezek a sugarak szabályosan viselkednek, terjedési sebességük nem irányfüggő. A másikat pedig különleges (**extraordináris**) vagy E sugárnak nevezzük, aminek a sebessége irányfüggő.

Mivel a mézspátkristálynak a szemben lévő oldalai mindig párhuzamosak, ezért a két megtört sugár a beeső fényvel, s így egymással is párhuzamosan hagyja el a kristályt. **Az O sugár mindig a beesés síkjában található.** Ez az különleges sugárról csak ritkán mondható el. Ha a beeső fénysugár merőleges a felszínre, akkor az E sugár valamilyen szögben megtörik, s a beeső fénysugárral párhuzamosan hagyja el a kristályt, míg az O sugár egyenesen, eltérés nélkül fog továbbhaladni. A kristály O sugár körüli elforgatása ebben az esetben azt eredményezi, hogy az E sugár a rögzített O tengely körül forog körbe.

# Kettős törés/3

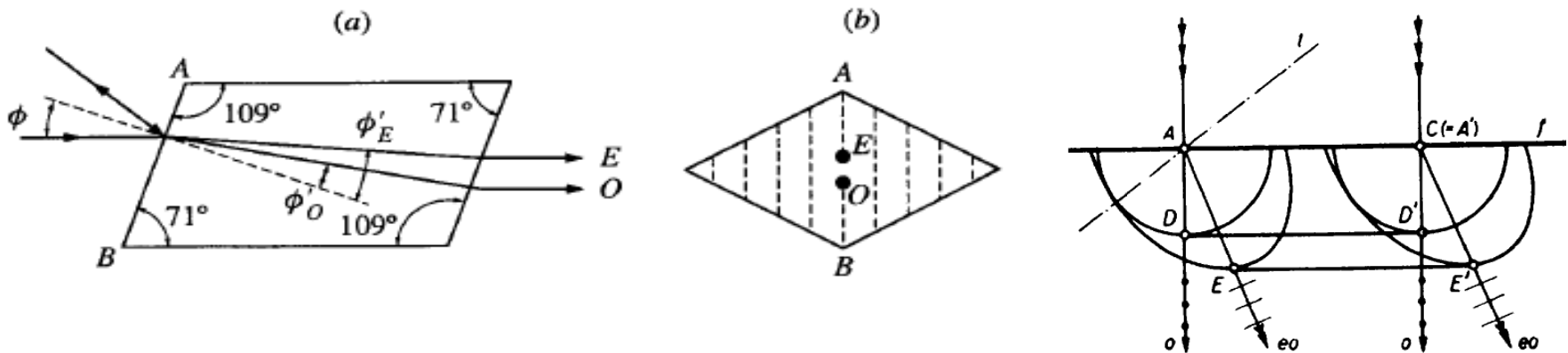
Mind az ordinárius, mind az extraordinárius sugarakra definiálhatjuk a törésmutatót a szokásos definícióval:

$$n_o = c/v_o$$

$$n_{eo} = c/v_{eo}$$

ahol a  $v_o$  és  $v_{eo}$  a fázissebesség az ordinárius és extraordinárius sugarakra,  $c$  a vákuumbeli fázissebesség. Mivel az extraordinárius sugarakra a fénysebesség irányfüggő, így az ezekre vonatkozó törésmutató szintén irányfüggő. Nyilván az optikai tengely irányában a kétfajta sugárra vonatkozó törésmutató megegyezik.

A két törésmutató eltérése a legtöbb kristályra 1% alatti. A már említett mészpátra viszont a 10%-ot is meghaladja:  $n_o=1,658$ ;  $n_{eo}=1,486$  (589 nm-nél) és  $n_o=1,683$ ;  $n_{eo}=1,498$  (400 nm-nél).



# Kettős törés/4

Megjegyzések:

1, A kettős törés ad lehetőséget a fázistolásra, tehát a két egymásra merőleges polarizációjú hullám fáziskülönbségének a megváltoztatására.

Csináljunk pl. mézspátból a sárga színre  $\lambda/2$  lemezt ( $\pi$  fázistolás)!

Emlék:  $n_o=1,658$ ;  $n_{eo}=1,486$  (589 nm-nél)

Mivel anyagban a hullámhossz rövidül ( $\lambda = \lambda_{\text{vákuum}}/n$ ), az ordinárius sugár hullámhossza lesz rövidebb, belőle kell egy félel több:

$$d = m \cdot \lambda_{eo} = (m+1/2) \cdot \lambda_o \text{ ahol } m \text{ egy szám (nem feltétlenül egész)}$$

$$d = m \cdot \lambda_v / n_{eo} = (m+1/2) \cdot \lambda_v / n_o$$

$$m \cdot n_o = (m+1/2) \cdot n_{eo} \rightarrow m \cdot (n_o - n_{eo}) = n_{eo}/2 \rightarrow 2m = n_{eo}/(n_o - n_{eo}) \rightarrow m = 4,32$$

Azaz  $d = 4,32 \cdot 0,589 / 1,486 = 1,71 \mu\text{m}$ , tehát  $\lambda/2$  lemez vastagsága legalább ennyi (ha az optimális irányítással hasítottuk le a fóliát a kristályról (nem valószínű, hogy ez a mézspáttal menne)

2, A kettős törés külső tényezőkkel is befolyásolható, pl. a, mechanikai feszültség, vagy b, elektromos feszültség

a, plexi vonalzó keresztezett polarizációs szűrők között

B, Kerr-effektus  $n_{eo} - n_o = K_2 \lambda E^2$

# Geometriai optika

Egy átlátszatlan test nyílásából indulva a fény egyenesekkel határolt **fénynyaláb** formájában terjed. A minden határon túl elvékonyodott fénynyalábot **fénysugárnak** nevezzük, és egy irányított egyenesnek fogjuk fel. **Valójában nem minden határon túl, a hullámhossz mindenképpen egy abszolút határ!**

A **geometriai optika** keretében erre a fénysugárra használunk egyszerű matematikai és geometriai módszereket.

**Mindenfajta méretnek (nyaláb átmérők, akadályok és nyílások mérete) nagyobbak (lehetőleg sokkal nagyobbak) kell lennie a hullámhossznál! Ellenkező esetben csak a hullámoptika használható!**

Homogén közegben a fény **egyenes vonalban** terjed.

Két közeg határfelületén a beeső fény egy része **visszaverődik**, másik része  **megtörik** és behatol a másik közegbe.

A fényvisszaverődés törvényei:

- a beeső fénysugár, a beesési merőleges, a visszavert fénysugár egy síkban vannak
- a beesési szög egyenlő a visszaverődési szöggel

A fénytörés törvényei:

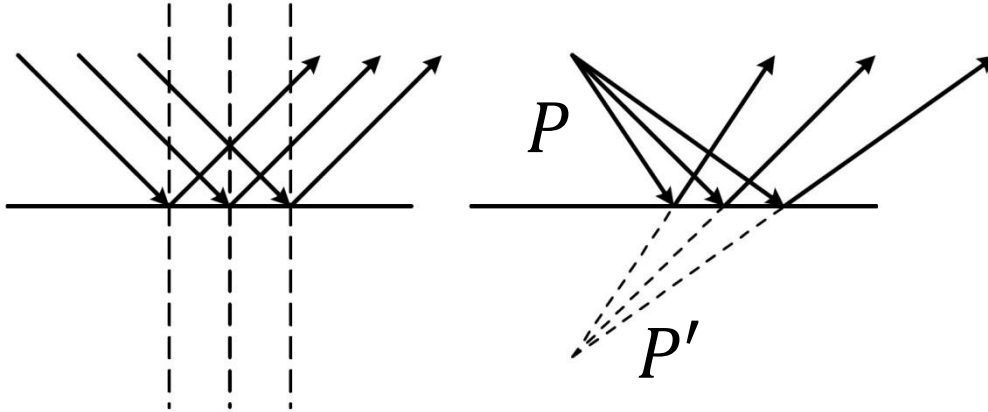
- a beeső fénysugár, a beesési merőleges, a megtört fénysugár egy síkban vannak
- a beesési szög és a törési szög kapcsolatát a Snellius-Descartes törvény adja meg:

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$$

## Visszaverődés sík határfelületen (síktükör)

A párhuzamos fénysugarak párhuzamosan verődnek vissza.

A széttartó vagy összetartó fénvsugarak visszaverődés után is széttartóak, összetartóak.

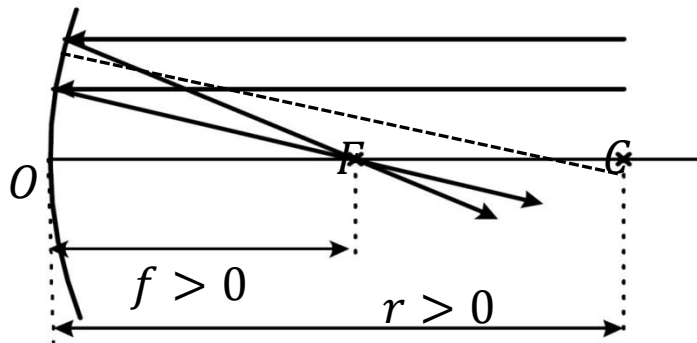


A  $P$  pontszerű forrásból induló széttartó fénysugarakat visszafelé meghosszabbítva az egyenesek a  $P'$  pontban találkoznak. Ez a  $P$  fényforrás **látszólagos képe**.

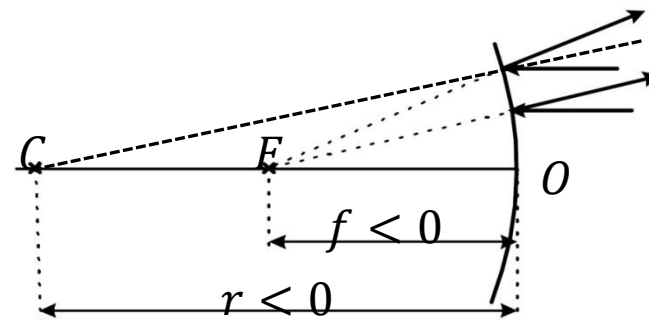
## Fény visszaverődése gömbtükörről

A **homorú gömbtükör** a ráeső **párhuzamos** fénysugarakat **összetartóvá**, a **domború gömbtükör** pedig **széttartóvá** teszi.

A beesési merőlegeseket a kör  $C$  középpontjából kell húzni.



homorú gömbtükör

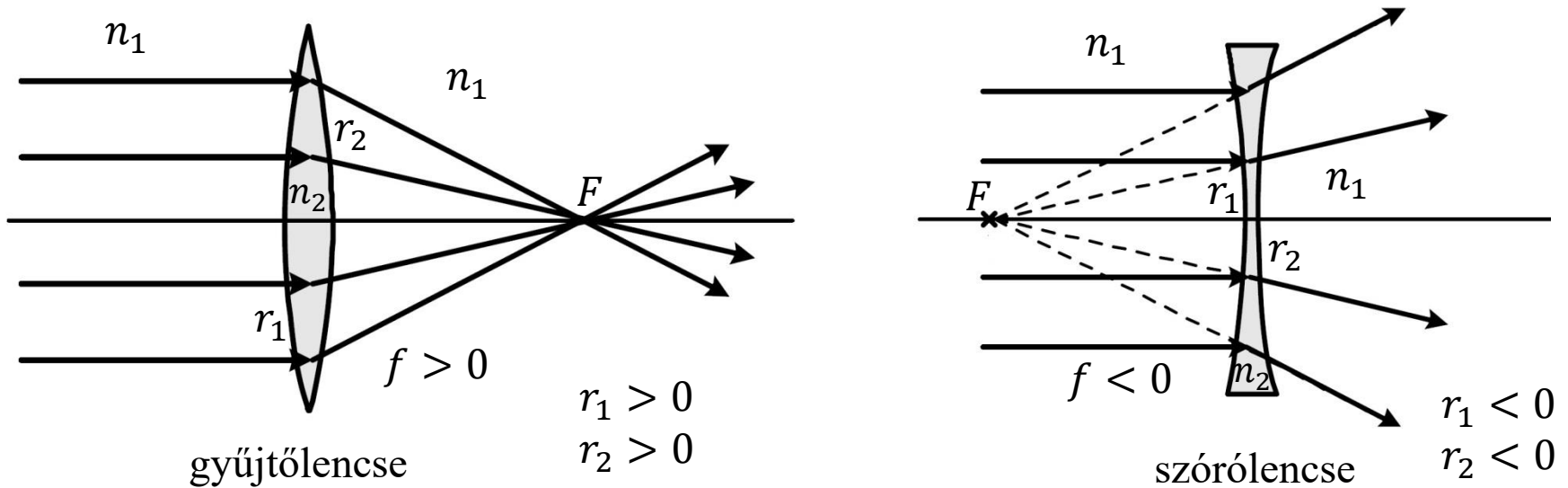


domború gömbtükör



# Fény törése vékony lencsékben

A **gyűjtőlencse** a ráeső **párhuzamos** fénysugarakat **összetartó**vá, a **szórólencse** pedig **széttartó**vá teszi.



A sugarak, illetve a meghosszabbításaik az  $F$  fókuszban találkoznak.

A fénysugarak az **optikai tengely**hez nagyon közel vannak, így a szögek is kicsik.

A lencse nagyon vékony, így a fénysugarak eltolódása elhanyagolható.

A szórólencsénél virtuális fókuszról beszélünk, ugyanis maguk a sugarak nem találkoznak egy pontban:  $f < 0$

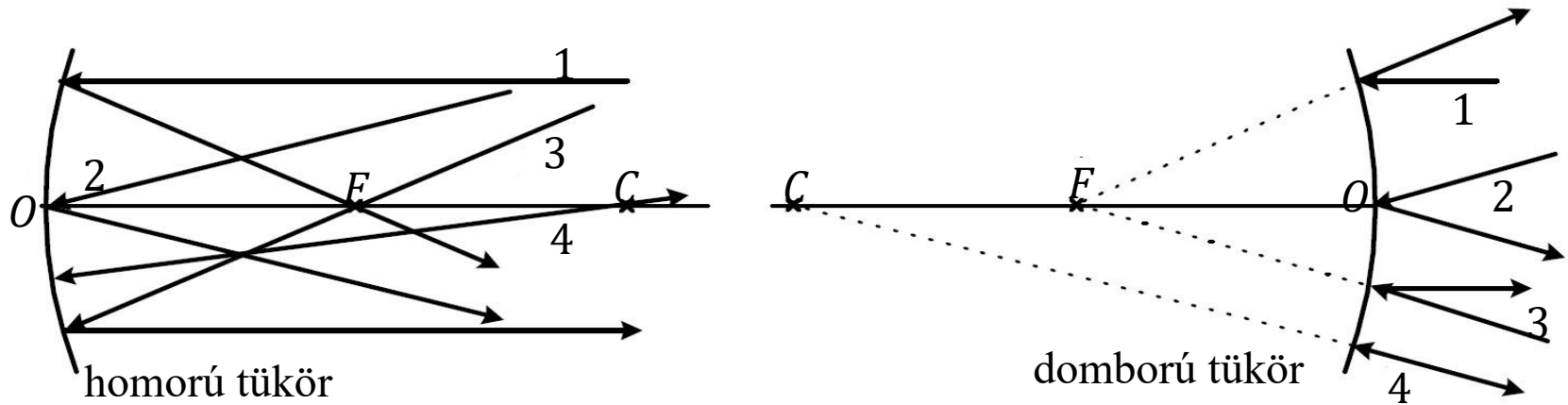
Lencsék fókusz távolsága: 
$$\frac{1}{f} = \left( \frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$

Dioptria: 
$$D = \frac{1}{f}$$

(az  $f$  méterben!)

# Jellegzetes fénysugarak - gömbtükrök

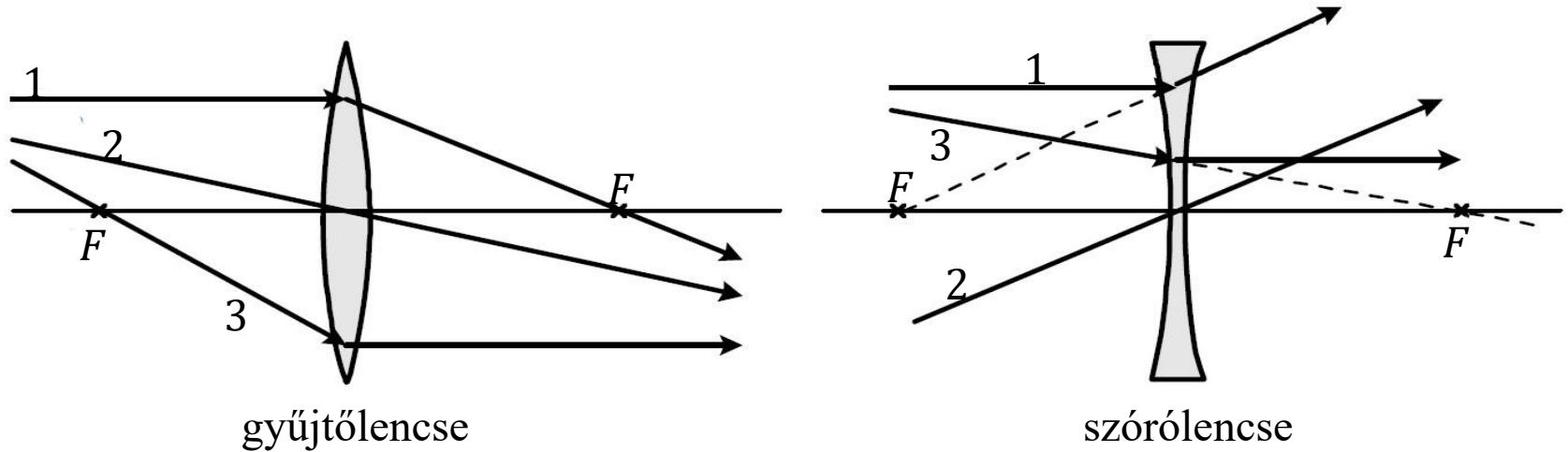
A kialakuló kép megszerkesztéséhez fel lehet használni néhány jellegzetes fénysugarat, amelyek metszéspontja megadja az adott pontszerű fényforrás képének helyét.



- 1: Az optikai tengellyel párhuzamos sugarak a fókuszon keresztül verődnek vissza. Domború tükörnél a sugaraknak a tükör mögötti meghosszabbításai mennek át a fókuszon.
- 2: Az optikai középpontba futó sugarak a visszaverődésük után ugyanakkora szöget zárnak be az optikai tengellyel, mint a beeséskor.
- 3: A fókuszponton áthaladó sugarak az optikai tengellyel párhuzamosan verődnek vissza. Domború tükörnél az olyan sugarak verődnek vissza az optikai tengellyel párhuzamosan, amelyek tükör mögötti meghosszabbításai átmennek a fókuszon.
- 4: A geometriai középponton átmenő sugarak önmagukban verődnek vissza. Domború tükörnél azok a sugarak verődnek önmagukban vissza, amelyeknek a tükör mögötti meghosszabbításai átmennek a geometriai középponton.

# Jellegzetes fénysugarak - lencsék

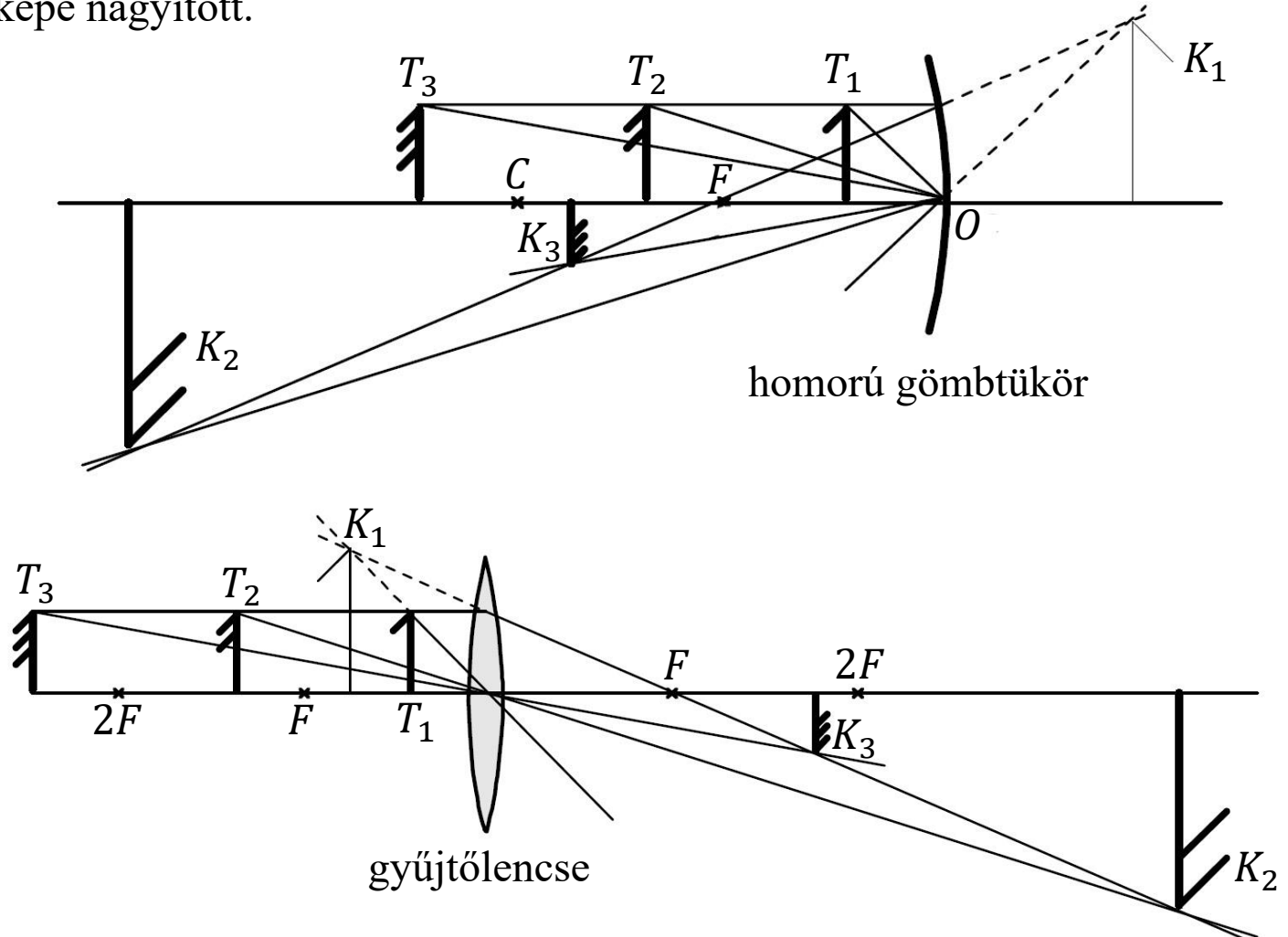
A kialakuló kép megszerkesztéséhez fel lehet használni néhány jellegzetes fénysugarat, amelyek metszéspontja megadja az adott pontszerű fényforrás képének helyét.



- 1: Az optikai tengellyel párhuzamos sugarak a fókuszon keresztül haladva törnek meg. Szórólencsénél a sugaraknak a visszafelé meghosszabbításai mennek át a fókuszon.
- 2: Az optikai tengelyre érkező sugarak egyenesen haladnak tovább.
- 3: A fókuszponton áthaladó sugarak az optikai tengellyel párhuzamosan haladnak a törés után. Szórólencsénél az olyan sugarak haladnak a törés után az optikai tengellyel párhuzamosan, amelyek meghosszabbításai mennek át a fókuszon.

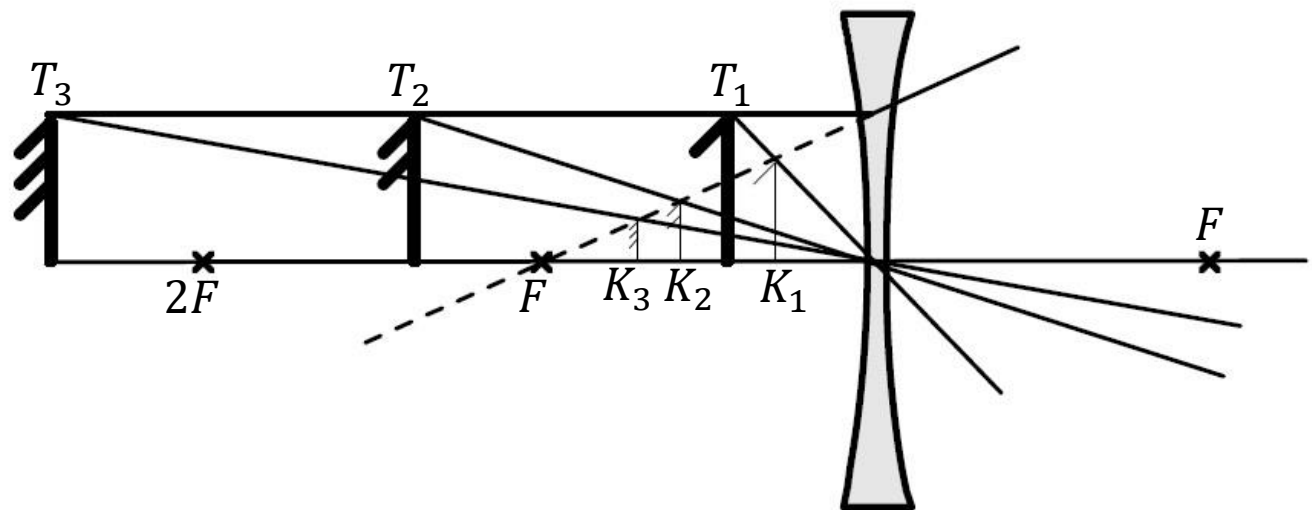
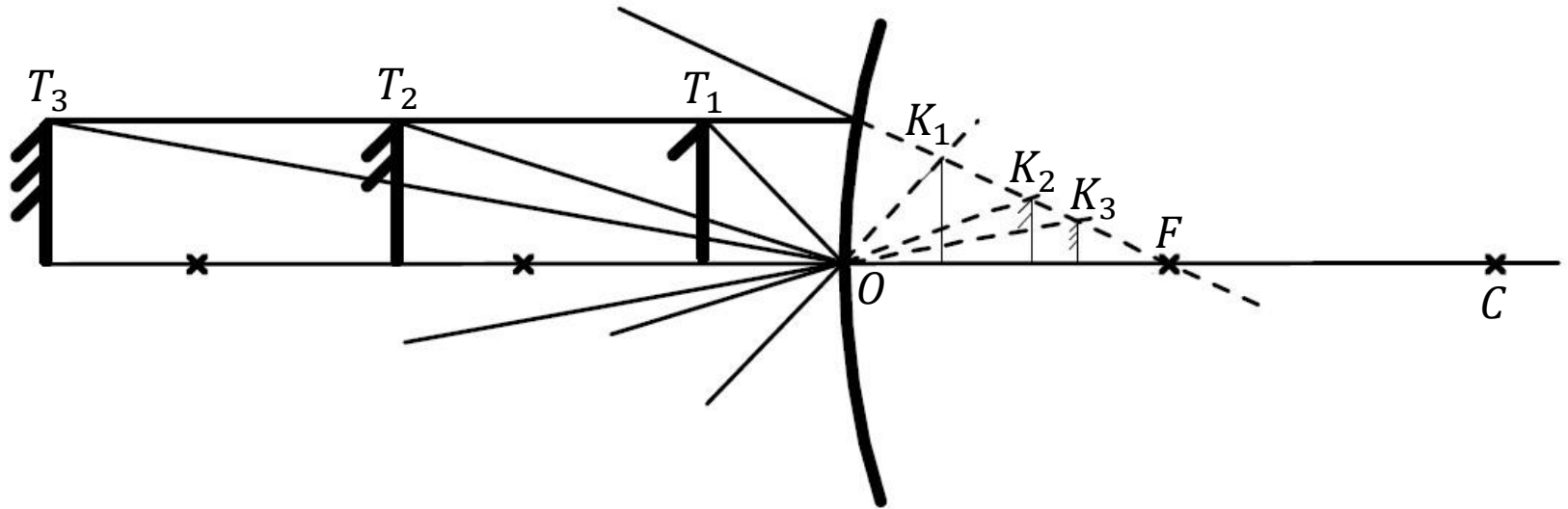
# Homorú gömbtükrő és gyűjtőlencse képalkotása

A fókuszon kívül elhelyezett tárgyról valódi, a fókuszon belül levő tárgyról pedig virtuális kép keletkezik. A valódi kép fordított, a virtuális kép egyenes állású. A geometriai középponton, illetve a kétszeres fókusztavon kívül elhelyezett tárgy képe kicsinyített, az azon belül elhelyezett tárgy képe nagyított.



# Domború gömbtükrő és szórólencse képalkotása

A domború gömbtükrő és a szórólencse minden esetben virtuális, kicsinyített és egyenes állású képet alkot.



# Képzéskészítésre vonatkozó törvények

A kis nyílásszögű gömbtükrök és a vékony lencsék leképezési törvénye a leképező eszköztől mért tárgy- és képtávolság, valamint a fókusz távolság közötti összefüggést adja meg:

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{f} = \sum \frac{1}{f_i} \quad D = \sum D_i$$

több lencse esetén

A nagyítás a kép és a tárgy méreteinek arányát adja meg:

$$N = \frac{K}{T}$$

egyenes állású képnél  $N > 0$ , mert  $K > 0$   
fordított állású képnél  $N < 0$ , mert  $K < 0$

A hasonló háromszögek felhasználásával a nagyítás szintén kifejezhető a tárgy- és képtávolsággal:

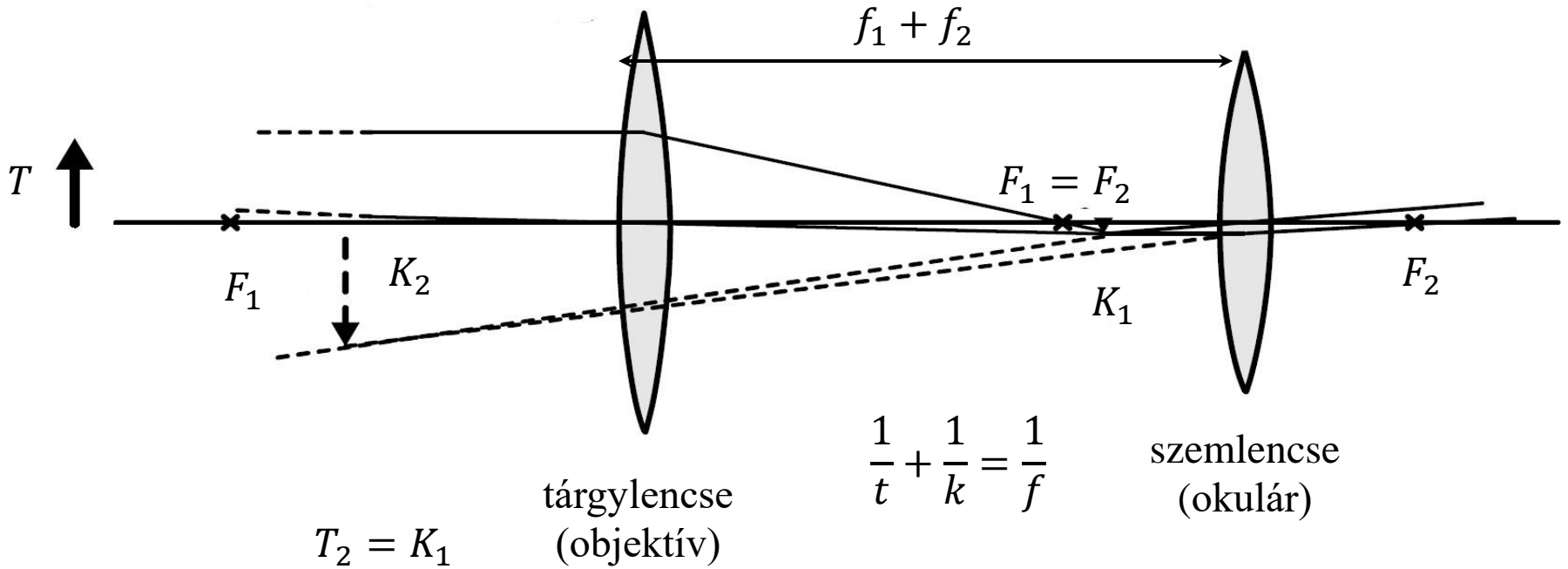
$$N = -\frac{k}{t}$$

## Előjel konvenciók:

- az  $r$  és  $f$  pozitív, ha a tükör homorú és negatív, ha a tükör domború.
- a  $t$  pozitív, ha a tükörhöz vagy lencséhez érkező sugarak széttartanak (valódi tárgy) és negatív, ha összetartanak (látszólagos tárgy).
- a  $k$  pozitív, ha a kép valódi és negatív, ha a kép látszólagos.
- vékony lencsénél az  $r$  pozitív, ha a gömbfelület kívülről nézve domború és negatív, ha kívülről nézve homorú.
- síkfelület esetén a görbületi sugár végtelen.
- gyűjtőlencsék fókusz távolsága pozitív, szórólencséké negatív.

# Távcső (csillagászati)

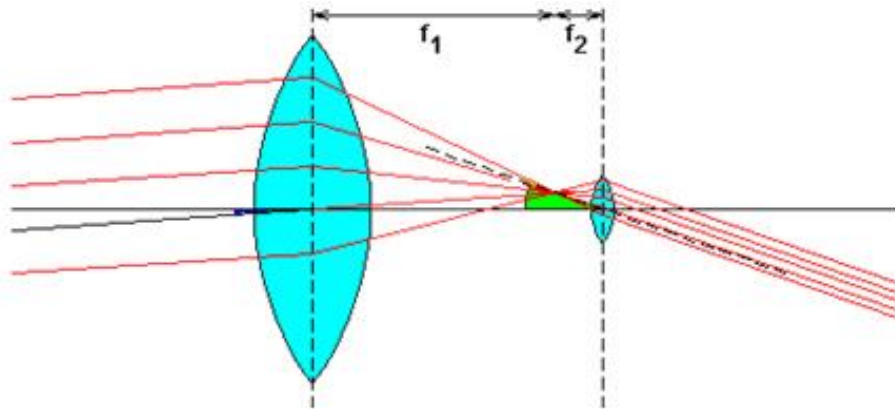
A tárgylencse fordított kicsinyített képet létesít a nagyon távoli tárgyról, a két lencse **közös fókuszának** közelében. A szemlencse egyszerű nagyítóként erről állít elő látszólagos képet (látószög nagyítás).



$$\frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f}$$

$$N = N_1 N_2 = \frac{k_1}{t_1} \cdot \frac{k_2}{t_2} = \frac{k_1}{t_1} \cdot \frac{k_2}{f_1 + f_2 - k_1}$$

# Távcső/fordított távcső = nyalábszűkítő/nyalábtágító



$$N = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{f_1}{f_2}$$

Távcső = nyalábszűkítő

a távcső megnöveli a látószöget: mintha közelebb mentünk volna  
→ növeli a nyaláb divergenciáját

szűkíti a fénynyalábot: a távcsőből kisebb átmérőjű nyaláb jut ki, mint ami bement

ezáltal növeli a fényerőt (csak a kis tárgyaknál)

Fordított távcső = nyalábtágító  
Inverted telescope = beam expander

a fordított távcső lecsökkenti a látószöget: mintha távolabb mentünk volna  
→ csökkenti a nyaláb divergenciáját (azaz párhuzamosít)

tágítja a fénynyalábot: a távcsőből nagyobb átmérőjű nyaláb jut ki, mint ami bement

Erre igen sok alkalmazásban szükség lesz



# Diszperzió

Egy közeg törésmutatója általában függ a rajta áthaladó fény hullámhosszától. Emiatt a különböző színű fénysugarak különböző mértékben törnek meg.

Az ilyen eszközökkel a fehér fény színeire bontható:

