Műszaki lézerfizika

1. előadás: A fizikai optika áttekintése

Ez elektromágneses hullámegyenlet levezetése (ismétlés)

Valódi töltésektől és vezetési áramoktól mentes szigetelőkre ($\mu_r \approx 1$) az egyenletek:

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \qquad \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \nabla \cdot \vec{D} = \nabla \cdot \vec{E} = 0 \qquad \nabla \cdot \vec{B} = \nabla \cdot \vec{H} = 0$$

Az anyagegyenletek továbbá: $\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H}$ $\quad \vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} = \varepsilon \vec{E}$

Felhasználva az összefüggést: $\nabla \times (\nabla \times \vec{u}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{u}) - \Delta \vec{u}$

$$\begin{cases} \Delta \vec{E} - \varepsilon\mu \dfrac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \\ \Delta \vec{H} - \varepsilon\mu \dfrac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0 \end{cases}$$

Δ: Laplace operátor

Ezekből levezethetők a homogén hullámegyenletek a térerősségekre:
Bármely komponensre (*i* lehet *x*, *y*, vagy *z*):

$$\frac{\partial^2 E_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial z^2} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 E_i}{\partial t^2} = 0 \qquad \frac{\partial^2 H_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_i}{\partial z^2} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 H_i}{\partial t^2} = 0$$

A hullámok fázissebessége (ismétlés)

$$\frac{\partial^2 E_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial z^2} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 E_i}{\partial t^2} = 0 \qquad \frac{\partial^2 H_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_i}{\partial z^2} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 H_i}{\partial t^2} = 0$$

Összehasonlítva az általános homogén hullámegyenlettel egy tetszőleges *u* mennyiségre:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \qquad \left(\Delta u - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0\right)$$

Δ: Laplace operátor

Az általános alakban v a hullám terjedési sebessége, tehát az elektromágneses hullámra:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$ amely vákuum esetén: $$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \approx 3 \cdot 10^8 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$ (a fény sebessége vákuumban)

Ezt elméletileg Maxwell vezette le és vette észre a levezetett fázissebesség egyezését a megmért fénysebességgel. „Valószínűsíthető, hogy a fény (és a hősugárzás) is egy a felírt törvények szerint az elektromágneses térben terjedő zavar" (1864).

Az így megjósolt EM hullámokat (a rádióhullám tartományban) Hertz előállította és kísérletileg kimutatta 1888-ban.

Monokromatikus síkhullám megoldás (ismétlés)

Az előbbi homogén hullámegyenleteknek egyik lehetséges megoldásai a síkhullámok.
Ha a **hullám forrásától elegendően messze** vagyunk akkor mindig tekinthetjük a hullámokat síkhullámoknak. Egy *z* irányba terjedő síkhullámra:

$$E_x = E_{x0}\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{z}{\lambda}\right)\right] = E_{x0}\sin(\omega t - kz)$$

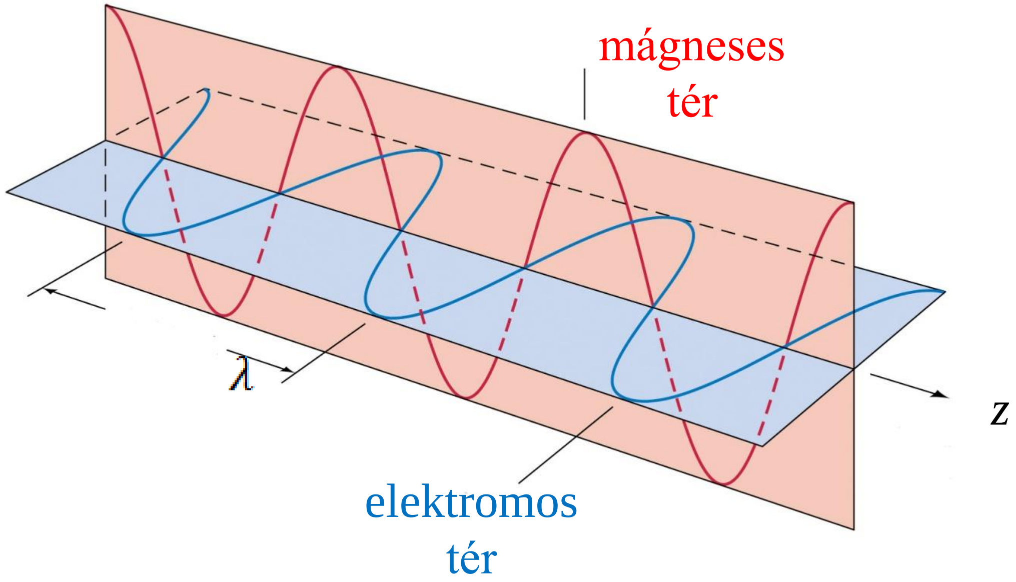
$$H_y = H_{y0}\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{z}{\lambda}\right)\right] = H_{y0}\sin(\omega t - kz)$$

T: periódusidő λ: hullámhossz

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$ körfrekvencia

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$ (kör)hullámszám

Ez a megoldás monokromatikus mivel csak egyféle frekvenciát tartalmaz.



Az elektromágneses hullámban $\vec{\boldsymbol{E}}$ és $\vec{\boldsymbol{H}}$ merőleges,
Továbbá $\vec{\boldsymbol{E}}$, $\vec{\boldsymbol{H}}$, és $\vec{\boldsymbol{v}}$ jobbsodrású rendszert alkot (itt *x*, *y*, *z*).

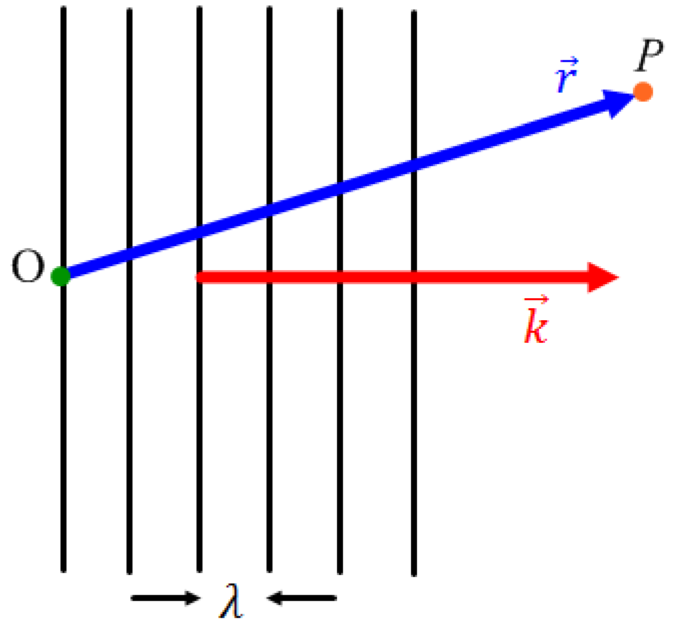
Az elektromágneses hullám **transzverzális**.

Az elektromos és mágneses tér egymással azonos fázisban van.

Tetszőleges irányba terjedő síkhullám (ismétlés)

Általánosan a hullám terjedési irányát a körhullámszám vektor iránya jelöli ki (a sebesség iránya is ugyanaz). Az elektromos és mágneses térerősség a hely és idő függvényében:

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 \sin\left(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r}\right) \qquad \vec{H}(\vec{r},t) = \vec{H}_0 \sin\left(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r}\right)$$



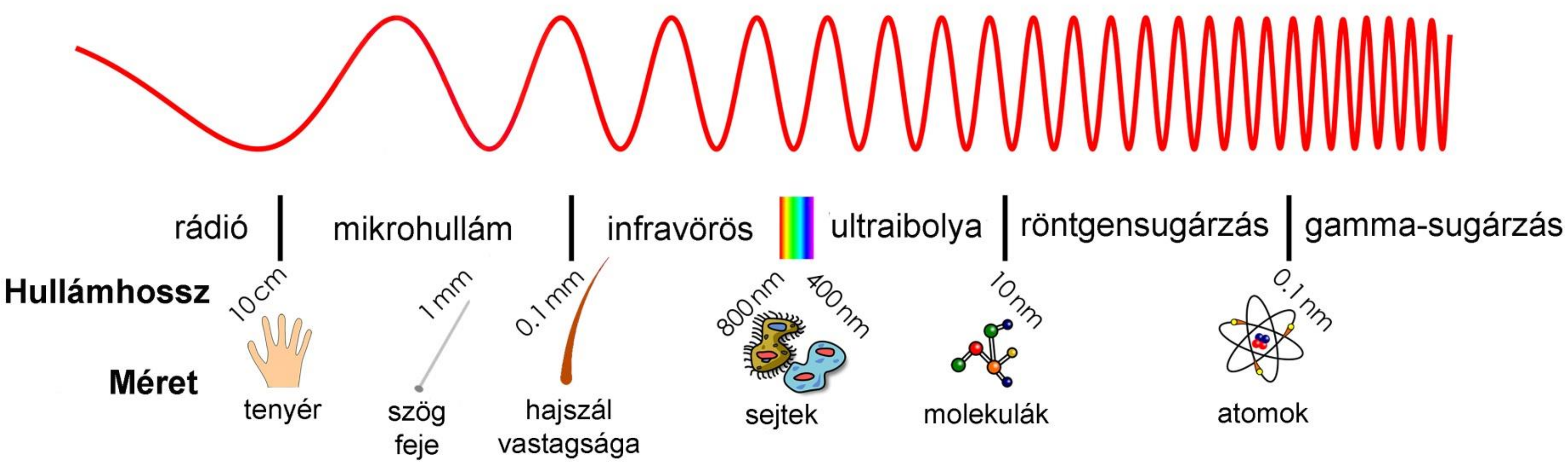
Térben az azonos fázisban lévő pontok halmaza egymást hullámhossznyi távolságonként követő síkok.

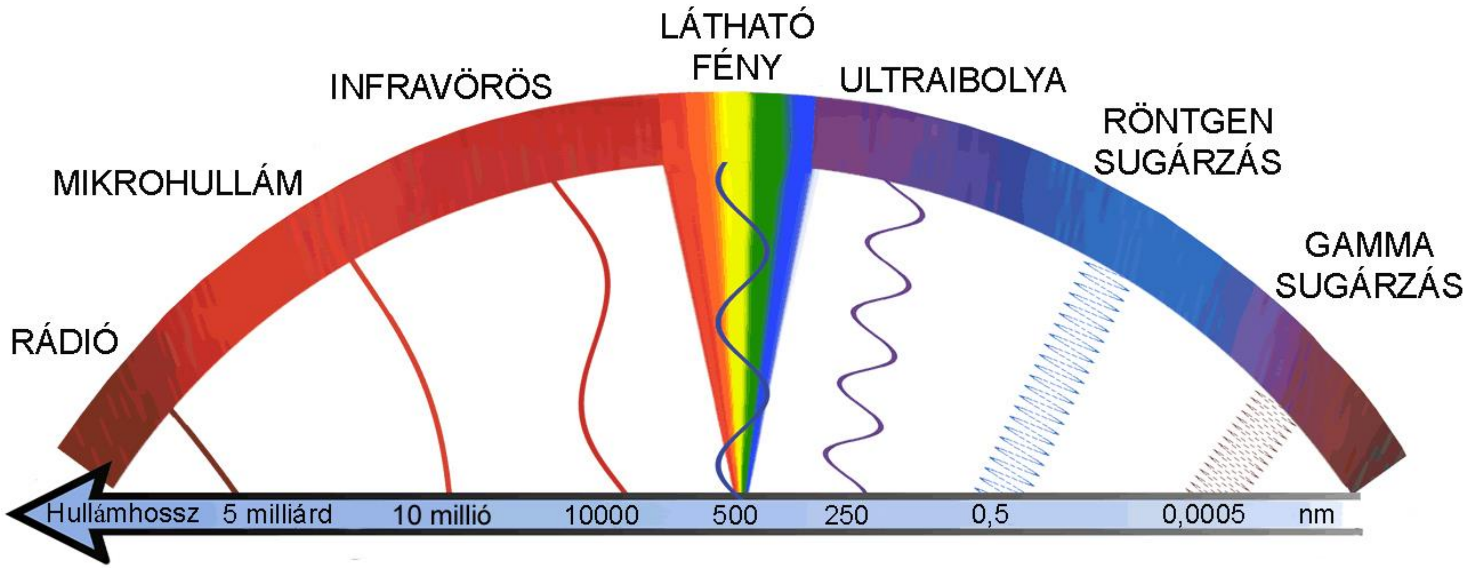
Általában az elektromágneses hullám sok különböző frekvenciájú hullámból tevődik össze. A különböző frekvenciák arányát mutatja az elektromágneses hullám spektruma (színképe).

Ha a hullámhossz nagyjából 400 és 800 nm között van, akkor a hullám a látható tartományba esik.

A teljes elektromágneses színkép (ismétlés)

Az elektromágneses hullám hullámhossza (frekvenciája, vagy energiája) több nagyság-rendenkeresztül változhat. A látható tartomány (fény) ennek csak nagyon kis része:





Energiaterjedés az elektromágneses hullámban (ismétlés)

Az elektromágneses hullám terjedése során energia is áramlik. Az energiaterjedés iránya ugyanaz mint a hullám iránya, és a pillanatnyi energia-áramsűrűséget egy pontban a **Poynting-vektor** adja meg:

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \qquad [\vec{S}] = \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}} = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

Egy tetszőleges felületen átáramló pillanatnyi teljesítmény tehát: $P(t) = \int_F \vec{S} \cdot d\vec{A}$

Az elektromágneses tér energiasűrűsége: $w_{EM} = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 + \frac{1}{2}\mu H^2$

Az elektromos és mágneses tér fázisa megegyezik, és az általuk tárolt energia is:

$\frac{1}{2}\varepsilon E^2 = \frac{1}{2}\mu H^2 \quad \rightarrow \qquad$ a csúcsértékekre: $\frac{1}{2}\varepsilon {E_0}^2 = \frac{1}{2}\mu {H_0}^2 \rightarrow \ {H_0}^2 = \frac{\varepsilon}{\mu} {E_0}^2$

Tehát a Poynting-vektor kifejezhető csak az egyik térerősséggel:

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} = EH\vec{e} = \vec{e}E_0\sin(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r})H_0\sin(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r}) =$$

$$\vec{e}E_0\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_0\sin^2(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r}) = \vec{e}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}{E_0}^2\sin^2(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r})$$

$\vec{e}$ a hullám terjedési irányába mutató egységvektor

Emellett írható még: $\vec{S} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E^2\vec{e} = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon\mu}}\varepsilon E^2\vec{e} = v\varepsilon E^2\vec{e} = v w_{EM}\vec{e} = w_{EM}\vec{v}$

Koherens hullámok interferenciája (ismétlés)

Az energia-áramsűrűség nagyságának időátlagát a hullám intenzitásának nevezzük:

$$I = \langle S \rangle = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \langle E^2 \rangle = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \frac{1}{T} \int_0^T {E_0}^2 \sin^2(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) dt = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \frac{{E_0}^2}{2}$$

Ha két egyenlő frekvenciájú, egymásra nem merőleges síkokban rezgő hullám a tér egy részében úgy találkozik, hogy a fázisuk közötti különbség huzamosabb ideig állandó akkor abban a térrészben állóhullám jön létre.
Az ilyen hullámokat **koherens** hullámoknak nevezzük, a megfigyelhető jelenség pedig az **interferencia**.

Legyen a két hullám: $\vec{E}_1 = \vec{E}_{10} \cos(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r})$ $\quad \vec{E}_2 = \vec{E}_{20} \cos(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r} + \delta)$

Az eredő térerősség minden pontban és időben a két térerősség vektori összege:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{E}_{10} \cos(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}) + \vec{E}_{20} \cos(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r} + \delta)$$

Az eredő térerősség négyzete: $E^2 = \vec{E}^2 = {\vec{E}_1}^2 + {\vec{E}_2}^2 + 2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2$

Az interferencia tag (ismétlés)

A két koherens hullám által létrehozott intenzitás:

$$I = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\langle E^2\rangle = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\langle {E_1}^2\rangle + \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\langle {E_2}^2\rangle + \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\langle 2\vec{E}_1\cdot\vec{E}_2\rangle = \underbrace{\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\frac{{E_{10}}^2}{2}}_{I_1} + \underbrace{\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\frac{{E_{20}}^2}{2}}_{I_2} + \underbrace{\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\langle 2\vec{E}_1\cdot\vec{E}_2\rangle}_{I_{12}}$$

Az interferencia tag:

$$I_{12} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\left\langle 2\vec{E}_{10}\cdot\vec{E}_{20}\cos\left(\omega t - \vec{k}_1\cdot\vec{r}\right)\cos\left(\omega t - \vec{k}_2\cdot\vec{r} + \delta\right)\right\rangle \quad \begin{cases}\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta \\ \cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta\end{cases} \quad +$$

$$I_{12} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\left\langle \vec{E}_{10}\cdot\vec{E}_{20}\left[\cos\left(2\omega t - \vec{k}_1\cdot\vec{r} - \vec{k}_2\cdot\vec{r} + \delta\right) + \cos\left(\vec{k}_2\cdot\vec{r} - \vec{k}_1\cdot\vec{r} - \delta\right)\right]\right\rangle$$

Az első tag időátlaga 0, másodiké önmaga, hisz az időtől független:

$$I_{12} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\vec{E}_{10}\cdot\vec{E}_{20}\cos\left[\left(\vec{k}_2 - \vec{k}_1\right)\cdot\vec{r} - \delta\right] = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\vec{E}_{10}\cdot\vec{E}_{20}\cos[\Delta\varphi]$$

$\Delta\varphi$: fáziskülönbség

Speciális eset: $\vec{E}_{10} = \vec{E}_{20} = \vec{E}_0$ tehát $I_1 = I_2 = I$ konstruktív és destruktív interferencia:

$$I_k = I + I + 2I = 4I \quad (\Delta\varphi = 0)$$

$$I_d = I + I - 2I = 0 \quad (\Delta\varphi = \pi)$$

Interferencia tehát akkor van, ha az eredő hullám intenzitása nem egyenlő a két részhullám intenzitásának az összegével

$$I = I_1 + I_2 + I_{12}, \quad ahol\ I_{12} \neq 0$$

Az interferencia feltételeinek (koherencia feltételek) összefoglalása:

1) $\omega_1 = \omega_2$, azaz a két hullám frekvenciája azonos,

Mi van ha csak majdnem egyenlő?

2) $\vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \neq 0$, azaz a két hullám térerősség-vektora nem merőleges egymásra,

3) $\varphi_{01} - \varphi_{02} = \acute{a}lland\acute{o}$, azaz a hullámvonulatok kezdőfázis-különbségei időben állandók,

4) $\Delta s < \sigma_k$, azaz a két úton haladó fényhullám útkülönbsége kisebb, mint a koherenciahossz.

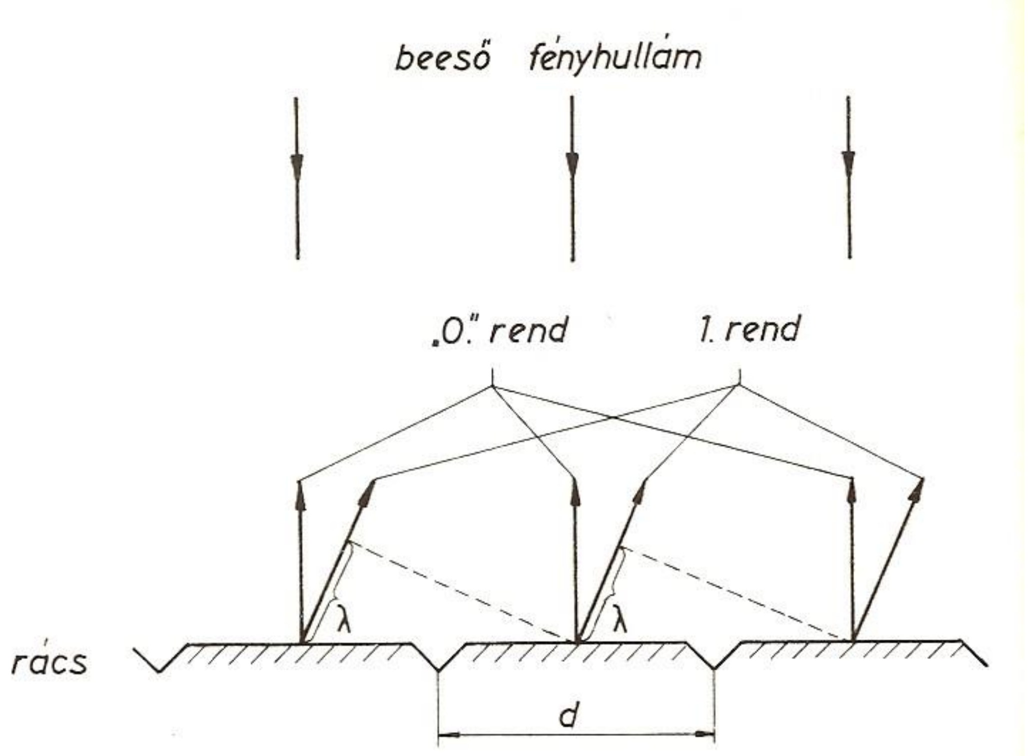
Megjegyzés: hanghullámok esetén csak az 1) feltétel, rádióhullámok esetén 1) és 2) feltétel kell, a fény esetében bonyolódik el a helyzet!

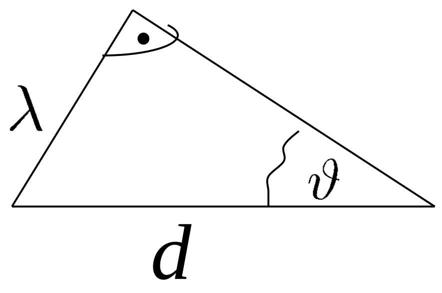
$$I_{12} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu_0}} \cdot \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \cdot \cos\delta$$

A fentiek a hullámhossz segítségével is megfogalmazhatók: a fáziskülönbség $\delta = k_2 x_2 - k_1 x_1 + \delta_{01} - \delta_{02}$, ha $\delta_{01} = \delta_{02}$ és $k_1 = k_2 = k$, akkor: $\delta = k \cdot (x_2 - x_1) = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta x$. Tehát ha a két hullám között a szétváláskor nem jött létre fáziskülönbség, és szétválás után is azonos közegben haladnak, akkor a fáziskülönbség az útkülönbséggel arányos, az arányossági tényező $\frac{2\pi}{\lambda}$. Ennek megfelelően maximális az erősítés, ha az útkülönbség a hullámhossz egész számú többszöröse: $2m\pi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta x \rightarrow \Delta x = \lambda \cdot m$, m – egész szám.

Maximális gyengítés (esetleg kioltás) pedig a hullámhossz felének páratlan számú többszöröseivel megegyező útkülönbség esetén lesz: $(2m+1)\pi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta x \rightarrow \Delta x = (2m+1) \cdot \frac{\lambda}{2}$.

Fontos példa az interferenciára

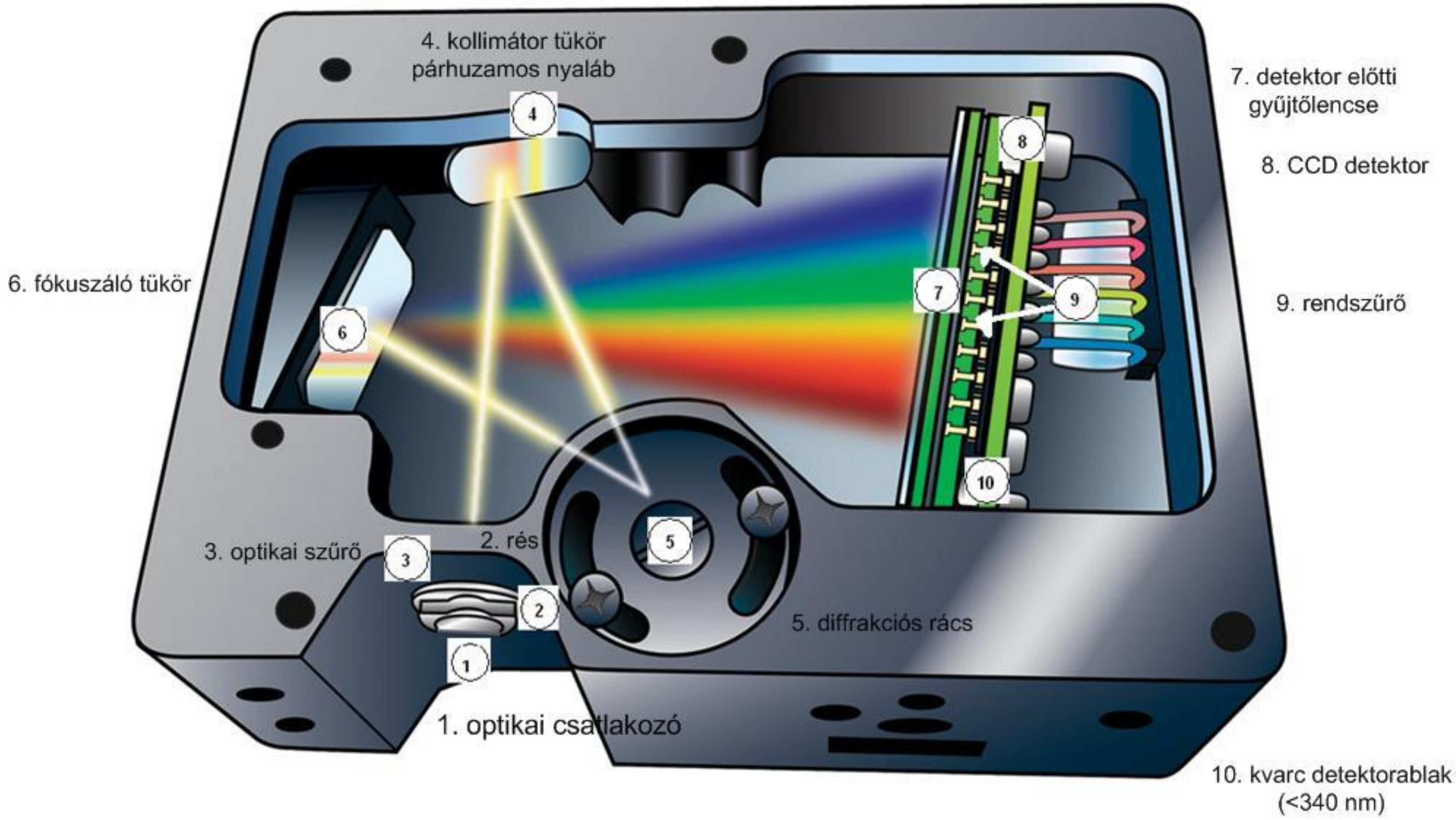




$$\frac{\lambda}{d} = \sin\vartheta$$

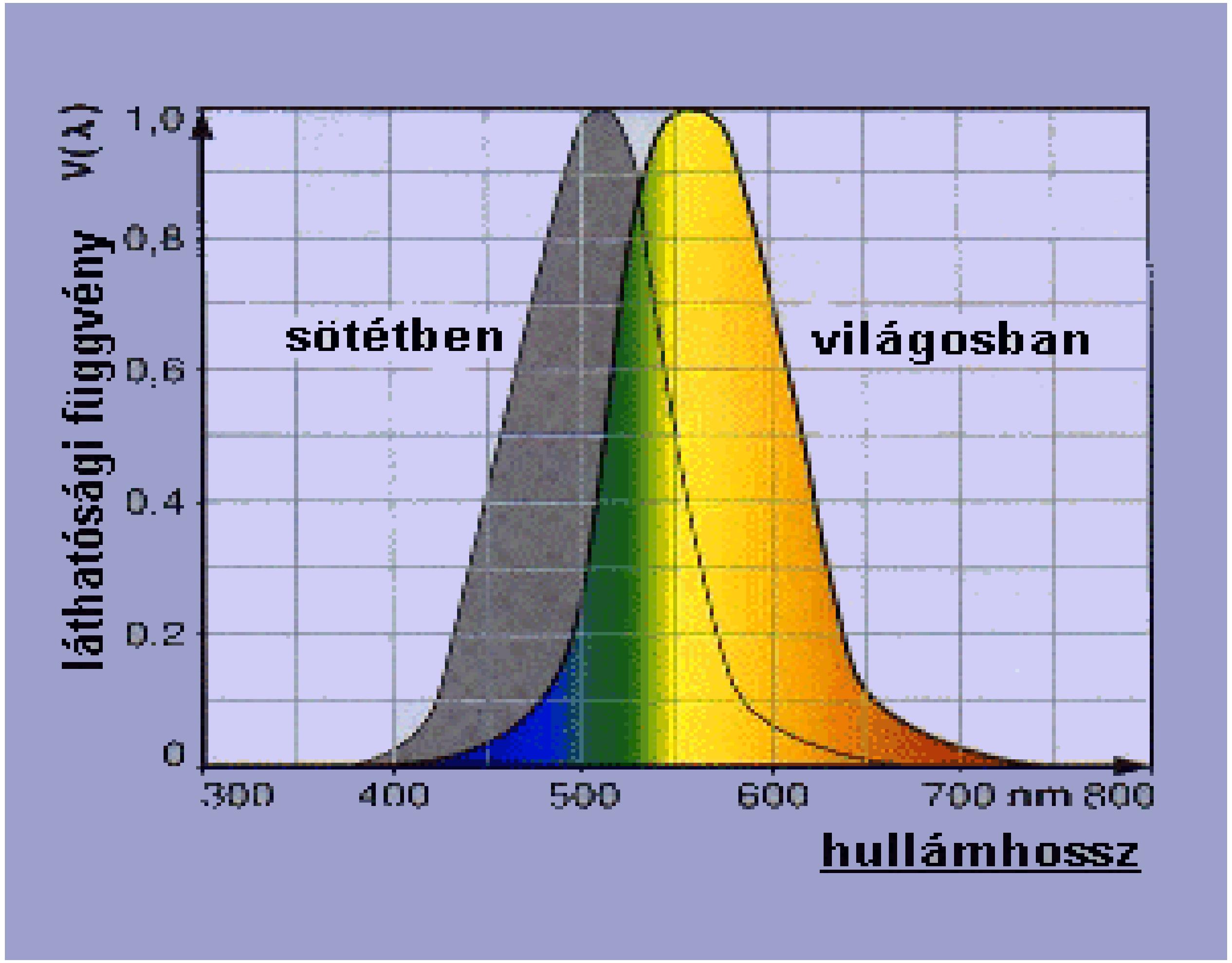
A **reflexiós optikai rács** periodikus szerkezetén a fényhullám elhajlást szenved. (Azaz azokba az irányokba is van reflexió, amelyekre a szomszédos hullámok útkülönbsége λ.)

USB4000 száloptikás spektrométer

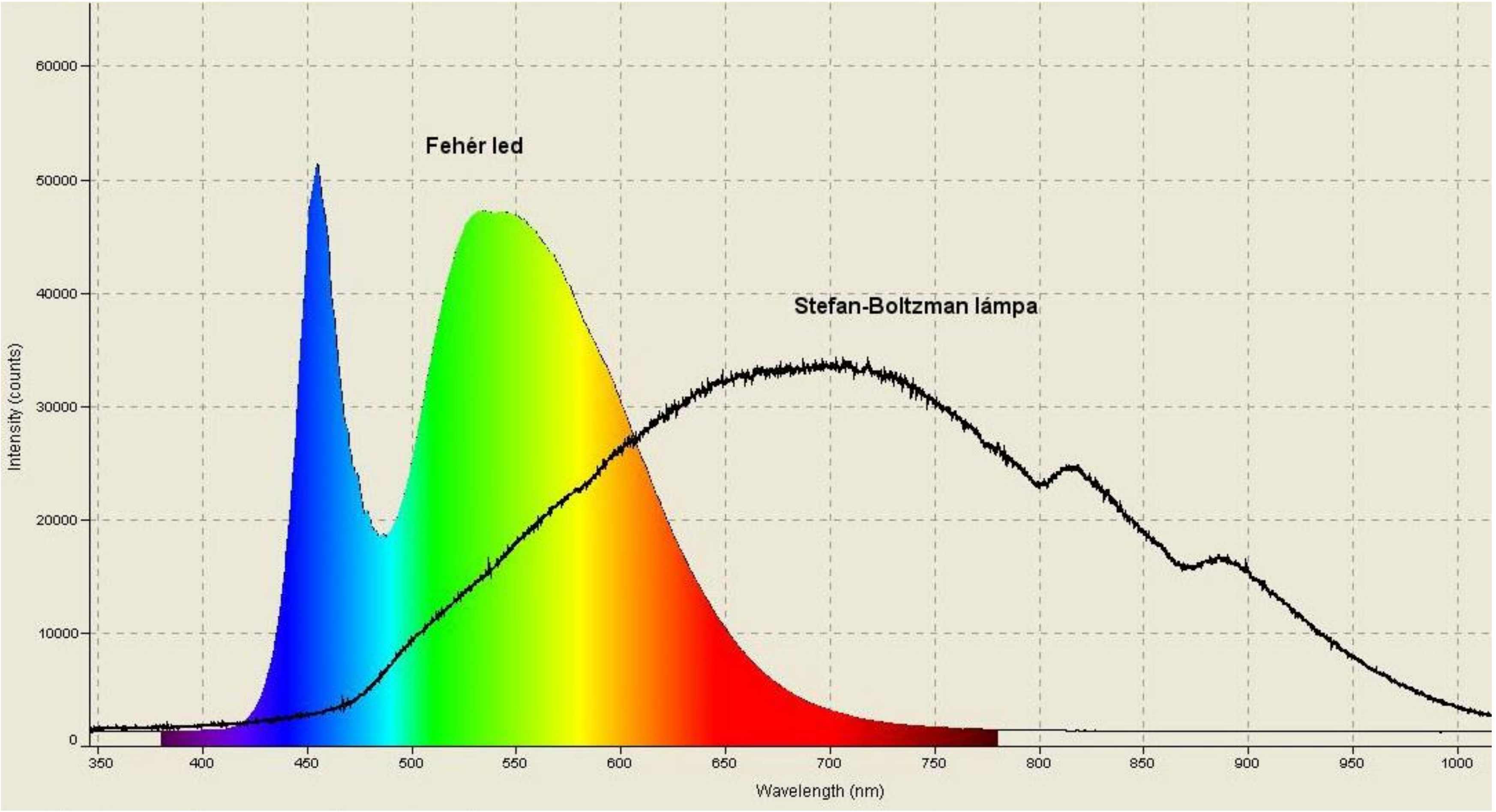


25 mikrométeres rés, 7,5 pixeles felbontás
3648 pixel, 650 nm-es tartomány, 1,336 nm-es felbontás

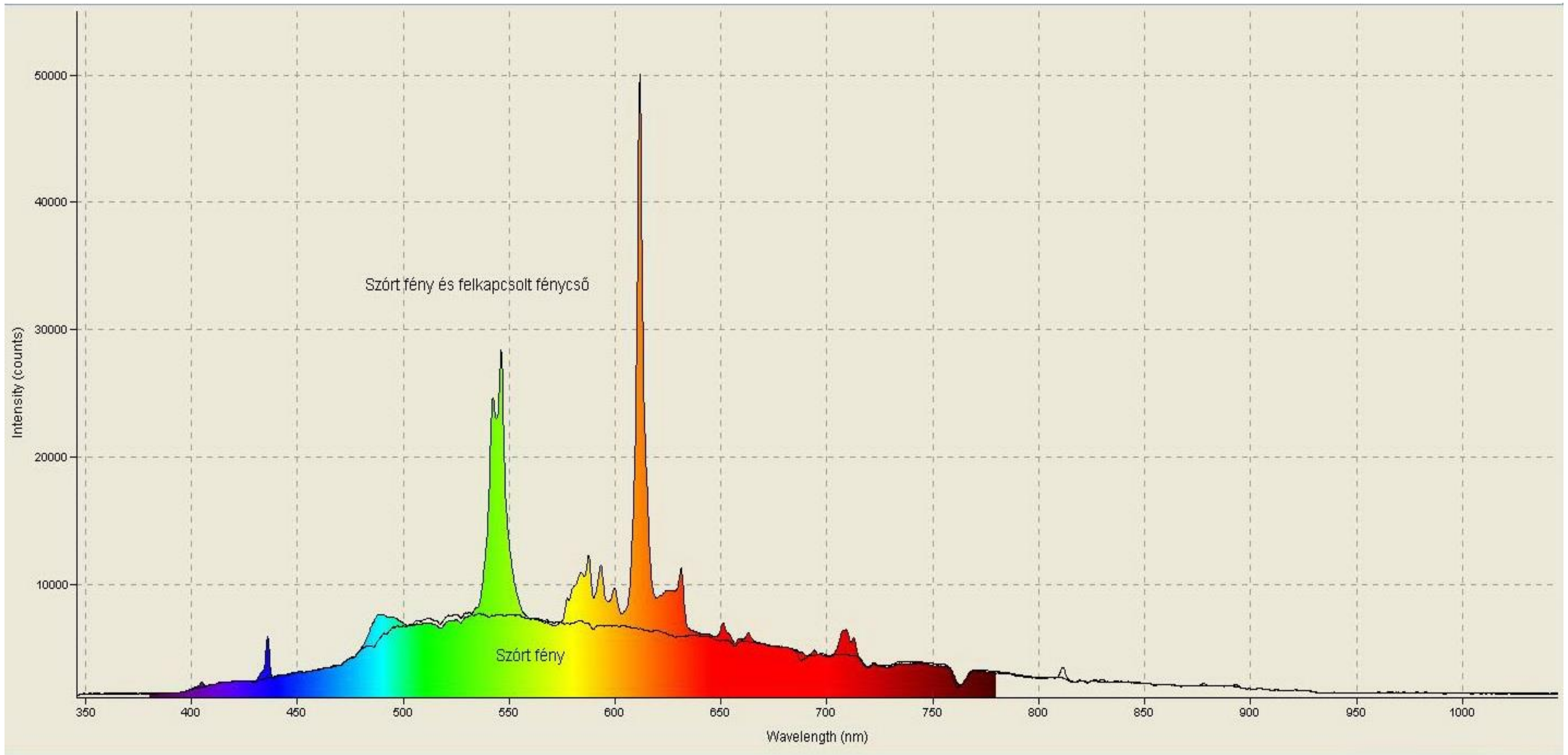
A laboratóriumba az ablakokon át beszóródott napfény spektruma.
A spektrum burkolója egy kb. 5800 K-es feketetest sugárzáshoz tartozó görbe.
De a burkolót megszaggatják mind az ún. Fraunhofer vonalak (ezek a Nap felszínét elhagyó sugárzásban megjelenő elnyelési vonalak), valamint a Föld atmoszférájában lévő gázok által okozott abszorpciók.



Az átlagember szemének relatív érzékenysége

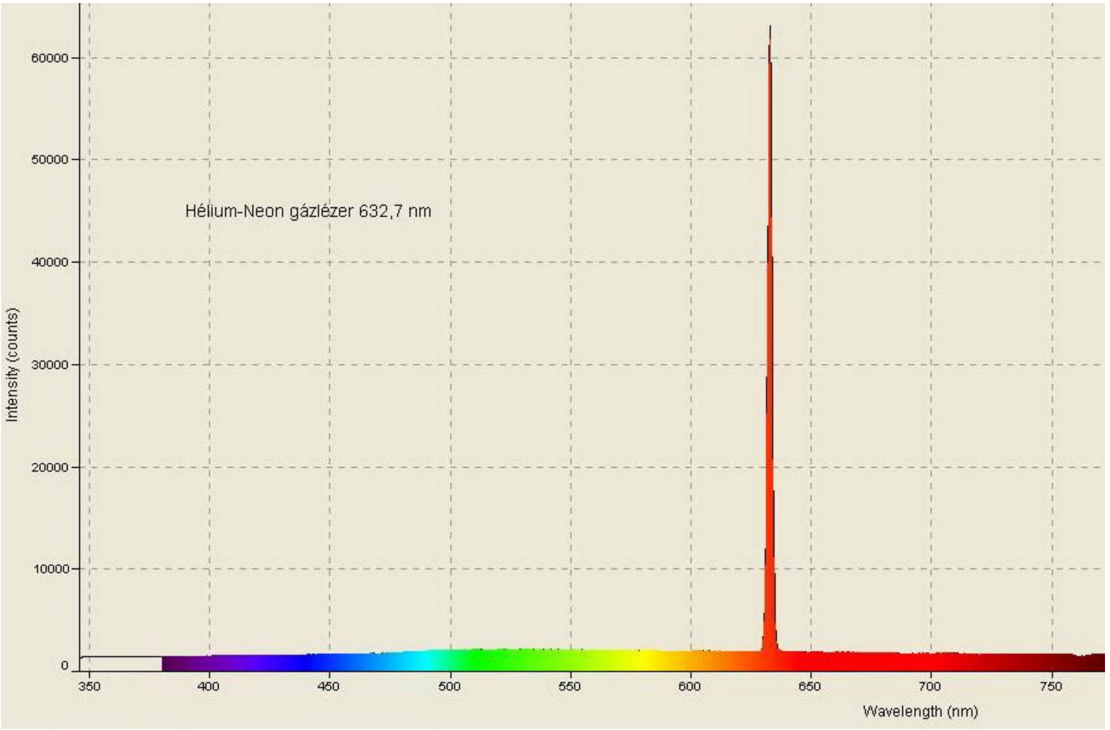


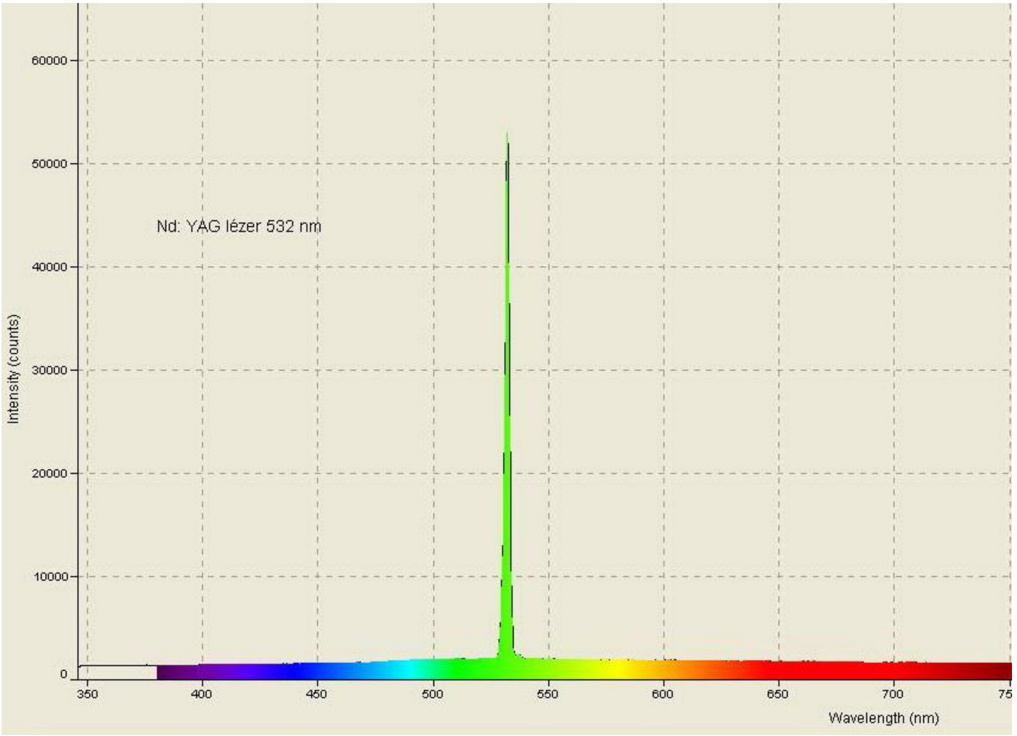
A **LED-ek spektruma folytonos**, de sokkal keskenyebb az izzó szilárd testek spektrumánál. A LED-ek összetételének, paramétereinek változtatásával megváltoztathatjuk spektrumukat is.



Igen látványos spektrumot kaphatunk abban az esetben, ha a szórt napfény mellett felkapcsoljuk a terembeli világítást.
A kisnyomású Hg-lámpákat gyakran fénycsőnek hívjuk, ezekben a csövekben általában két ultraibolya tartományba eső vonal gerjed a 185 nm-es és 257,3 nm-es. Ezeket UV-be eső sugárzásokat konvertálja a fénycső belső falára felvitt fénypor a látható tartományba.

A lézerek különleges fényforrások, mert a spektrumuk egyetlen, igen szigorúan monokromatikus vonalat tartalmaz. A következő ábrákon a **He-Ne gázlézer**, illetve a **frekvencia kettőzött Nd:YAG lézer** spektruma látható.

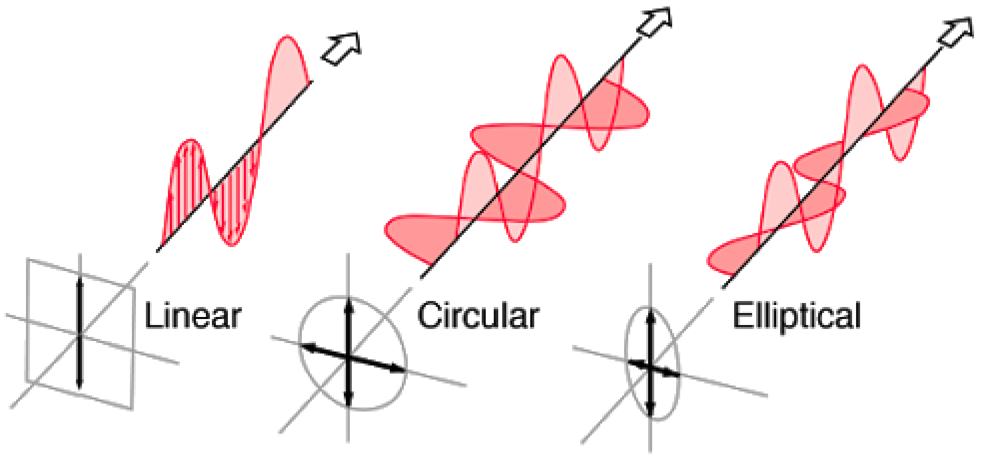




Polarizáció

Általános esetben az $\vec{E}$ vektor (és így a rá merőleges $\vec{B}$ vektor is) forog az $\vec{n}$ vektor körül, miközben a vetületei leírhatók a fenti módon. Ilyenkor a térerősség-vektor végpontjának a terjedési irányra merőleges vetülete egy ellipszist ír le. Ezt a fényt szokás elliptikusan polárosnak nevezni. Ez az általános eset, a természetes fény polarizációja általában ilyen. Ennek egy speciális esete a cirkulárisan poláros fény, ekkor a térerősség-vektor végpontjának vetülete egy kört ír le.

Az ellipszis másik elfajulása az egyenes. Ilyenkor a térerősség-vektor végpontjának vetülete egy egyenes mentén mozog (a rezgés síkja állandó). Az ilyen fényt lineárisan polárosnak (vagy síkban polárosnak) nevezzük. Az elliptikusan poláros fényt felfoghatjuk két egymásra merőleges polarizációjú, egymáshoz képest eltolt fázisú lineárisan poláros fény szuperpozíciójának is.
Amikor egyszerűen poláros fényről beszélünk, akkor legtöbbször lineárisan poláros fényre gondolunk. A lézerek többsége poláros fényt bocsájt ki, a többi fényforrás fénye pedig különböző módszerekkel (szórás, visszaverődés, stb.) polárossá tehető.



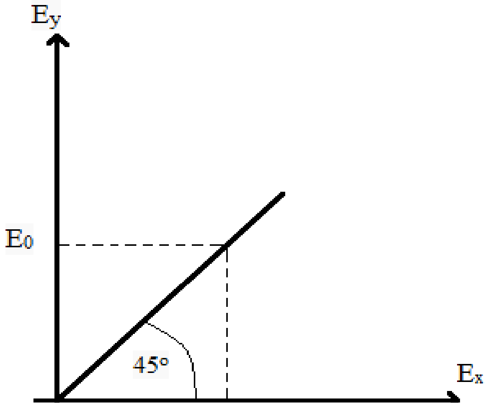
A fázistoló lemezek

Az egyik irányú hullám (pl.:x) fázisát eltolják a másik irány fázisához képest. Ez **fázistoló lemezekkel** történik, ennek eredményeként megváltozik a polarizáció jellege is

- Pl.: Induljunk ki egy **lineárisan poláros hullámból:**

$E_x = E_0 \sin(\omega t)$,

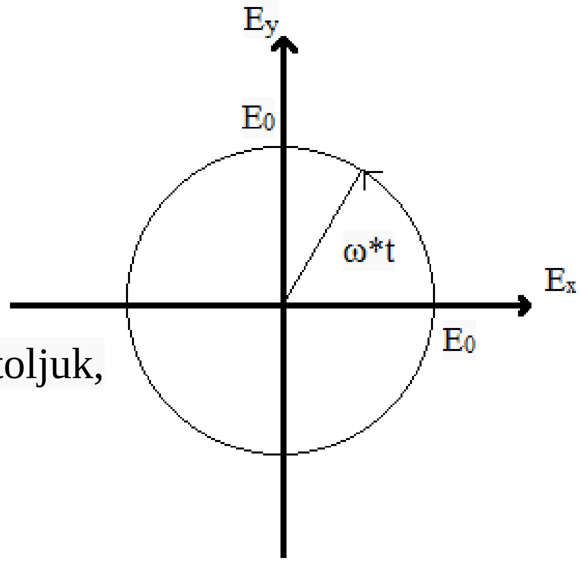
$E_y = E_0 \sin(\omega t)$



- Az x irányú komponens π/2 eltolása után **cirkulárisan poláros hullámunk lesz (**A térerősség vektor vége egy kört ír le).

$E_x = E_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \pi/2) = E_0 \cos(\omega t)$

$E_y = E_0 \cdot \sin\omega t$

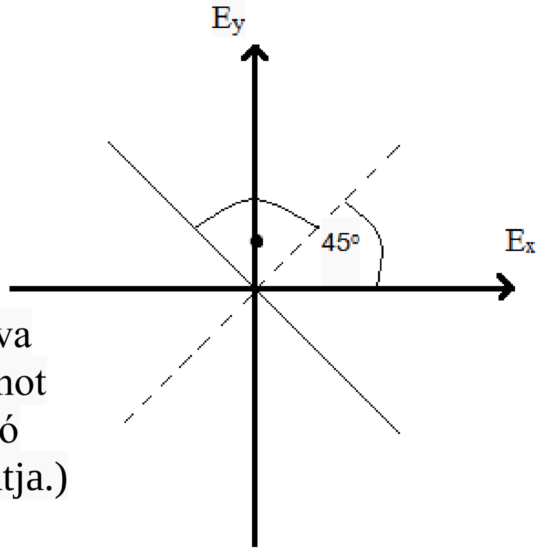


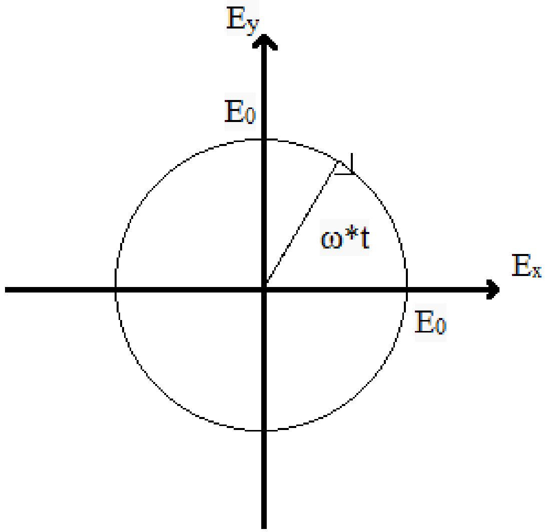
Ha az egyik irányú térerősséget leíró hullám fázisát π/2 -vel eltoljuk, akkor a lineárisan poláros hullám, cirkulárisan poláros lesz.

- Újabb $\pi/2$-vel való eltolást követően:

  $E_x=E_0 \cos(\omega t+\pi/2)= - E_0 \sin(\omega t)$

  Ekkor ismét lineárisan poláros lesz, de 90^o elfordítva az eredeti hullámtól.(Ha a lineárisan poláros hullámot végeredményben π-vel toljuk el, akkor a polarizáció síkot 90^o-kal elforgatja.)





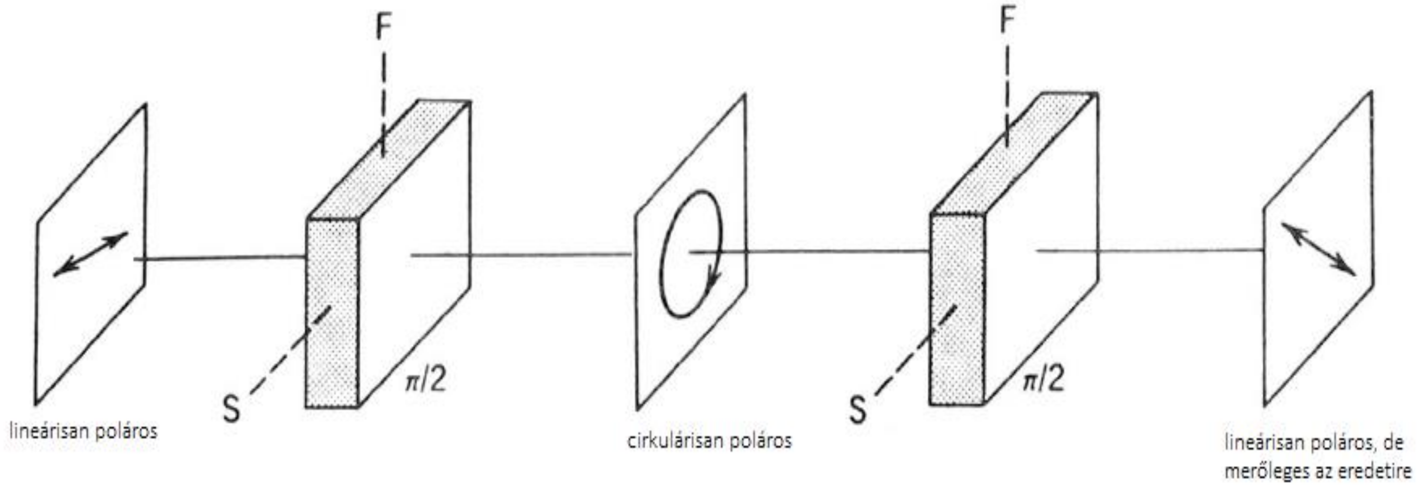
- Ha az előző esetre ismét $\pi/2$-vel való fázistolást alkalmazunk, abban az esetben ismét cirkulárisan poláros hullámot kapunk, de az eredeti cirkulárisan poláros hullámmal ellentétes irányút.

(Ha a cirkulárisan poláros hullámra π-vel való fázistolást alkalmazunk akkor az eredetivel ellentétes irányú cirkulárisan poláros hullámot kapunk.)

A π/2 fázistoló lemezeket λ/4 lemezeknek nevezik,

a π fázistoló lemezeket, pedig λ/2 lemezeknek is nevezik.

Grafikusan összefoglalva:



Tehát:

- a π/2 lemez vagy másik nevén λ/4 lemez lineárisan poláros fényből cirkulárisan polárost csinál (vagy fordítva)
- a π lemez vagy másik nevén λ/2 lemez elforgatja 90^{o}-kal a polarizációs síkot (vagy megfordítja a cirkulárisan poláros fény forgási irányát)