

# Diagnosztikai képalkotó eljárások fizikai alapjai

## GEFIT303B

9. előadás: Az atommag főbb tulajdonságai, a nukleáris kölcsönhatás, atommag modellek

# Ellenőrző kérdések

Párosítsuk össze a sugárvédelemben használt műszereket és a velük végzett méréseket!

- |                            |  |
|----------------------------|--|
| a) proporcionális számláló | 1) ionizáló részecskék pályavonalának láthatóvá tétele |
| b) szcintillációs számláló | 2) sugárzás gyengülése anyagon történő áthaladás során |
| c) diffúziós ködkamra      | 3) dózismérés  |
| d) GM-cső                  | 4) gamma spektrum felvétele                            |

Megoldás: a3, b4, c1, d2

Mi nem jellemzi a gáztöltésű detektorok Geiger-Müller számláló tartományát?

- a) A csőfeszültség nagyobb, mint a proporcionális tartományban
- b) Az elektron lavinák a cső teljes hosszában beindulnak
- c) Az áramimpulzus nagysága arányos a kezdeti ionok számával
- d) A pozitív ionok által létrehozott tértöltés megszakítja a kisülést

## Az atommag összetétele

1932: Chadwich felfedezi a neutront

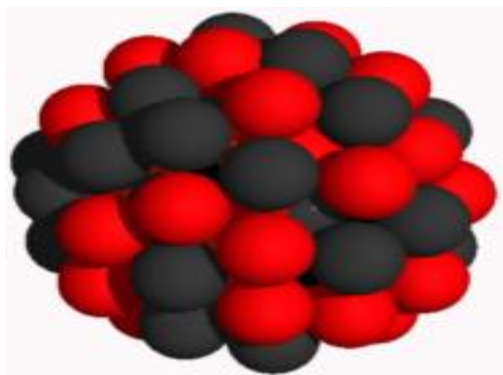
Módszer:  $\alpha$ - részecskékkel beríliumot bombáztak. A sugárzás energiáját a Compton-effektus alapján akarták mérni, de mindig különböző eredményeket kaptak. A kezdeti feltételezésük:



Valójában a következő igaz:  ${}^4_2\text{He} + {}^9_4\text{Be} \rightarrow {}^{12}_6\text{C} + n$

n=neutron  $m_n \approx m_p$  de  $m_n > m_p$  (0,5% különbség)

Heisenberg es Ivanyenko rájön arra, hogy az atommag áll: **Z db protonból és A-Z db neutronból**



### Izotópia

Egy kémiai elem különböző tömegszámú változatait izotópoknak nevezzük.

és  ${}^A_Z\text{X}$  és  ${}^{A'}_Z\text{X}$  ahol  $A' \neq A$  izotópok

A radioaktív bomlás vizsgálata során derült rájuk fény. Minden elem a természetben különböző izotópok keveréke.

## Az atommag mérete

Ismételjük meg a Rutherford kísérletet, de arany helyett alumínium céltárgyon (Marsden-kísérlet)

Eredmény: eltérés van a Rutherford-formulától  $\vartheta=180^\circ$  körül.

Következmény: az  $\alpha$ -részek ténylegesen el is érik az atommagot, melyeknek ütközési paramatérük kicsi volt.

Tehat:  $r_{\min}(\text{Au}) > R_{\text{Au}}$  R: atommag  
 $r_{\min}(\text{Al}) < R_{\text{Al}}$

Az ehhez hasonló, csak pontosabb mérések eredménye:

$$R = R_0 A^{\frac{1}{3}} \quad R_0 = (1,4-1,5) \cdot 10^{-15} \text{ m}$$

*Megjegyzések*

$$(I) \quad V_{\text{atommag}} = \frac{4}{3} R^3 \pi = \frac{4}{3} \pi R_0^3 A$$

azaz a térfogat arányos a tömegszámmal

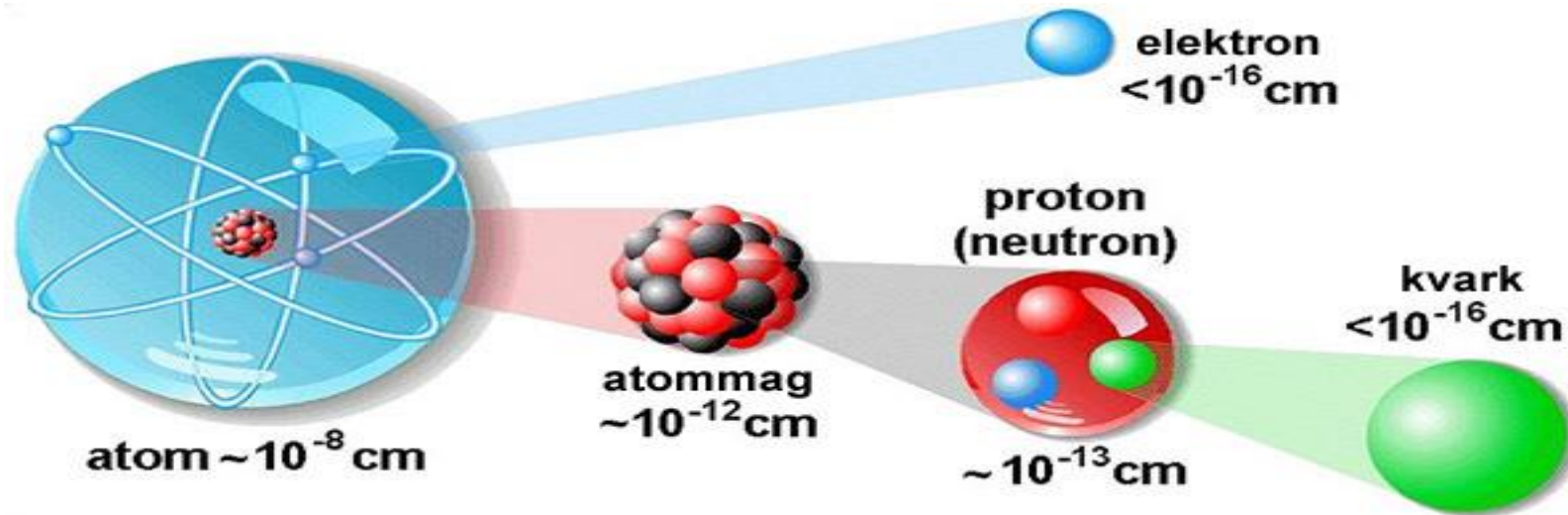
$$V_{\text{atommag}} \sim A$$

Mivel a tömeg is arányos a tömegszámmal, a kettő hányadosa független tőle, azaz **minden atommag sűrűsége ugyanakkora**

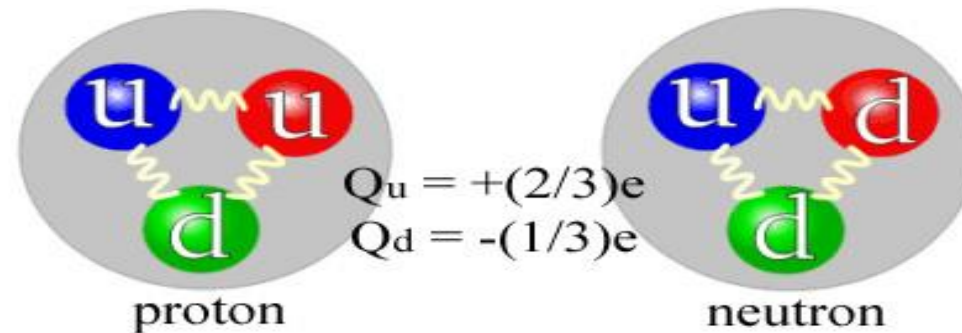
$$\rho_{\text{mag}} = m_p / 4R_0^3 = 1 / (6 \cdot 10^{23}) \cdot 1 / 4 (1,5 \cdot 10^{-15})^3 \text{ g/m}^3 \approx 10^{20} \text{ g/m}^3$$

**Azaz az atommag a legsűrűbb anyagoknál is  $10^{15}$ -ször sűrűbb (mert igen kicsi a mérete)!**

# Az atommag szerkezete



Ma már tudjuk, hogy a protonok és neutronok nem elemi részecskék, hanem 3 db un. **kvark** alkotja őket. A kvarkok elemi részecskék, a nukleonok felépítésében kétféle kvark vesz részt: **u** és **d** kvark.



# A nukleáris kölcsönhatás

**A nukleáris kölcsönhatás az atommagot alkotó nukleonok (azaz protonok és neutronok) közötti vonzó kölcsönhatás.**

Ez tartja össze az atommagot a protonok Coulomb taszítása ellenére, tehát **erősebb, mint az elektromágneses kölcsönhatás.**

(A másik két kölcsönhatás fajta: a gravitációs és az un. gyenge kölcsönhatás, Ezek sokkal gyengébbek ezeknél. A gravitáció különösen gyenge, de nagy hatótávolságú és mindig vonzó, ezért a világegyetem egyben tartásában mégis kiemelkedő a szerepe.)

**A nukleonokat alkotó kvarkok kölcsönhatása az un. erős kölcsönhatás**, ennek „maradék” a nukleáris kölcsönhatás.

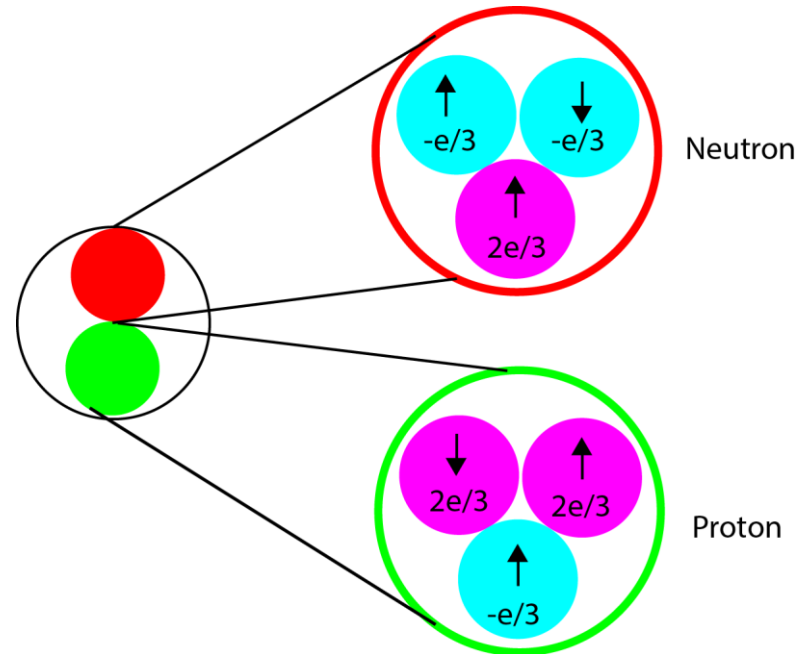
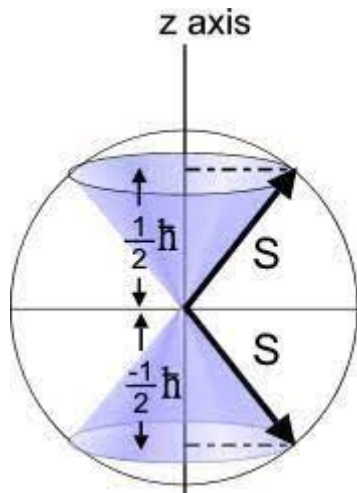
Van némi hasonlóság a van der Waals kölcsönhatáshoz, amely a semleges atomok vonzó kölcsönhatása, amely tehát a töltött részecskék elektromos kölcsönhatásának a „maradék”.

Tehát: az **u és d kvark** kölcsönhatása az **erős kölcsönhatás**. A belőlük felépülő **proton (uud) és neutron (udd)** kölcsönhatása a **nukleáris kölcsönhatás**.

Az **elektronok és az atommag** kölcsönhatása az **elektromágneses kölcsönhatás**. A belőlük felépülő **semleges atomok** kölcsönhatása a **van der Waals kölcsönhatás**.

# A nukleonok spinje

- A kvarkok az elektronhoz hasonlóan feles spinű részecskék. A 3 db kvarkból felépülő protonok és neutronok szintén feles spinűek. **Minden feles spinű részecskének (elektronnak, neutrínónak, nukleonoknak, kvarkoknak) ugyanakkora a spinje. Ezeket fermionoknak is nevezzük.**
- Emlékeztető: a „feles spin” azt jelenti, hogy a részecske sajátperdületének vetülete egy kitüntetett irányra  $+\hbar/2$  vagy  $-\hbar/2$  lehet.
- Ezekre a részecskékre vonatkozik a Pauli-elv, azaz egy adott kvantumállapotot legfeljebb két proton (neutron) tölthet be ellentétes spinnel.



# A spinhez tartozó mágneses nyomaték

Ismeretes, hogy elektron esetében a mágneses nyomaték z komponensének nagysága egyenlő a Bohr-magnetonnal ( $\mu_B$ ), amely a spinvetület ( $\hbar/2$ )  $e/m_e$  –szerese. (Az elektron negatív töltése miatt a spin és a mágneses nyomaték vetülete ellentétes előjelű.)

$$M_S^Z = \pm \mu_B = \pm \frac{e\hbar}{2m_e} = \pm \frac{e}{m_e} S_z$$

Ha a proton elemi részecske lenne azt várhatnánk, hogy a mágneses nyomatékának komponense:

$$M_S^Z = \pm \mu_N = \pm \frac{e\hbar}{2m_p} = \pm \frac{e}{m_p} S_z$$

Ahol  $\mu_N$  az ún. **mag-magneton** és  $m_p$  a proton tömege. A semleges neutron esetében pedig nulla mágneses nyomatékra számítanánk. Megjegyezzük, hogy **a proton** nagy tömege miatt ( $m_p \approx 1830 m_e$ ) **a mágneses nyomatéka három nagyságrenddel kisebb az elektronénál** ( $\mu_N \approx \mu_B/1830$ ).

A nukleonok mágneses nyomatéka – az összetett szerkezetük miatt – a fenti értékeknél lényegesen nagyobb. Az általános képlet:

$$M_S^Z = \pm g \mu_N$$

Ahol  $g$  az ún. giromágneses együttható. Ennek értéke protonra **2,792**, neutronra pedig **-1,91**. Ezek az értékek a kvarkok segítségével jól értelmezhetőek.



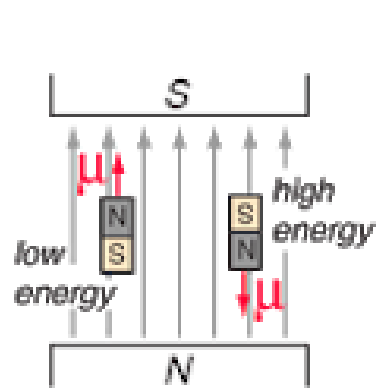
# Mágneses térbe helyezett mágneses eszközök

mágnesrúd

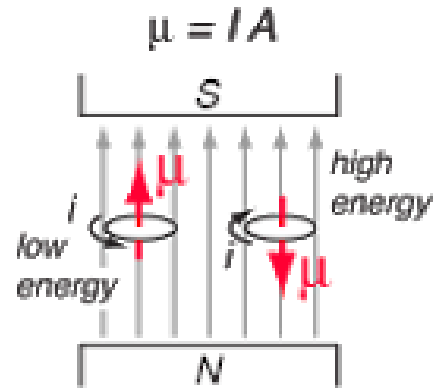
köráram

elektron

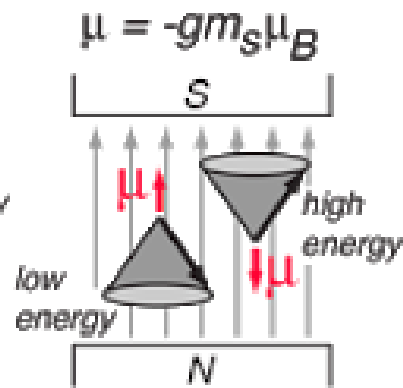
proton



Bar magnet  
magnetic moment



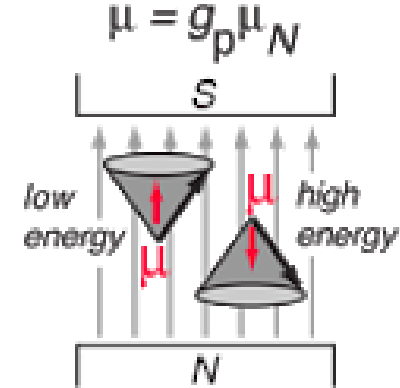
Current loop  
magnetic moment



Electron spin  
magnetic moment

$$g = 2$$

$$\mu_B = 5.79 \times 10^{-5} \text{ eV/T}$$



Proton spin  
magnetic moment

$$g = 2.79$$

$$\mu_N = 3.15 \times 10^{-8} \text{ eV/T}$$

$$B=1\text{T}$$

$$W_m = 5,79 \cdot 10^{-5} \text{ eV}$$

$$W_m = 8,79 \cdot 10^{-8} \text{ eV}$$

$$f = 2W_m/h$$

$$f = 27,9 \text{ GHz}$$

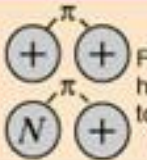
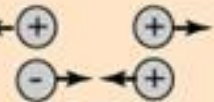
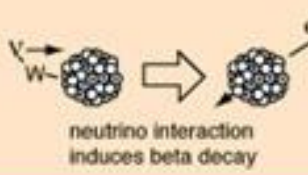

$$f = 42,4 \text{ MHz}$$

# A nukleáris kölcsönhatás további tulajdonságai

1) *Nukleonok között hat, függetlenül attól, hogy protonról (p) vagy neutronról (n) van szó.* Másképpen fogalmazva a nukleáris kölcsönhatás **töltésfüggetlen**, tehát az n-n, p-p és az n-p kölcsönhatások ugyanolyan erősek.

2) **De az erős kölcsönhatás spinfüggő.** A n-n és p-p pár sohasem alkot kötött rendszert, mert spinjeik ellentétes irányba mutatnak (Pauli-elv), de a n-p pár (a deutérium) létezik, mert a Pauli-elv nem zárja ki, hogy a protonok és neutronok ugyanazt az állapotot egyező spinnel betöltsék.

3) **Nagyon rövid hatótávolságú** kölcsönhatás (gyakorlatilag csak a szomszéd - egymással érintkező - nukleonok hatnak így kölcsön). A nukleáris kölcsönhatás telített: bizonyos hatásgömbön belüli nukleonokat kell csak figyelembe venni a kölcsönhatás során. (Hasonlóan a van der Waals kölcsönhatáshoz.)

Fundamental Forces					
<b>Strong</b>		Force which holds nucleus together	Strength <b>1</b>	Range (m) $10^{-15}$ (diameter of a medium sized nucleus)	Particle gluons, $\pi$ (nucleons)
<b>Electromagnetic</b>			Strength $\frac{1}{137}$	Range (m) Infinite	Particle photon mass = 0 spin = 1
<b>Weak</b>		neutrino interaction induces beta decay	Strength $10^{-6}$	Range (m) $10^{-18}$ (0.1% of the diameter of a proton)	Particle Intermediate vector bosons $W^+$ , $W^-$ , $Z_0$ , mass > 80 GeV spin = 1
<b>Gravity</b>			Strength $6 \times 10^{-39}$	Range (m) Infinite	Particle graviton ? mass = 0 spin = 2

# Ellenőrző kérdések

Válasszuk ki a nukleáris kölcsönhatásra nem jellemző tulajdonságot!

- a) A kvarkok közötti erős kölcsönhatás maradéka
- b) Nagy hatótávolságú (hasonlóan a gravitációhoz)
- c) Nukleonok között hat
- d) Töltésfüggetlen

Állítsuk az alapvető kölcsönhatásokat erősségük szerint növekvő sorrendbe (tehát a leggyengébb legyen elől)!

- a) Gravitációs-, gyenge-, elektromágneses-, erős kölcsönhatás
- b) Gyenge-, elektromágneses-, gravitációs-, erős kölcsönhatás
- c) Gyenge-, gravitációs-, elektromágneses-, erős kölcsönhatás
- d) Gravitációs-, elektromágneses-, gyenge-, erős kölcsönhatás

# Az atommag kötési energiája

Kötési energia:  $E_k$

Az az energianagyság, amivel össze vannak kötve a nukleonok. Az atommag energiájának és az azt alkotó nukleonok energiájának különbsége. Ekkora nagyságú energia szabadul fel, ha a nukleonok atommaggá egyesülnek. És ennyi energiát is kell befektetni, hogy kiszabadítsuk a nukleonokat az atommagból.

$E_k$  előjelét a fizikában negatívnak szokás venni.

Kötési energia és tömegdefektus / tömeghiány /

Legyen  $M(A,Z)$  az  $A$  tömegszámú,  $Z$  rendszámú atom atommagjának a tömege. Legyen  $m_p$  a proton tömege,  $m_n$  a neutron tömege.

$$\Delta m = M(A,Z) - Z \cdot m_p - (A - Z) \cdot m_n \quad \text{ez egy negatív érték}$$

$\Delta m$  : tömegdefektus : a protonok és neutronok egyesítésekor felszabadult energia eltávozott, és elvitt egy bizonyos tömeget. Másképpen fogalmazva: az atommag tömege kisebb, mint a benne lévő nukleonok össztömege

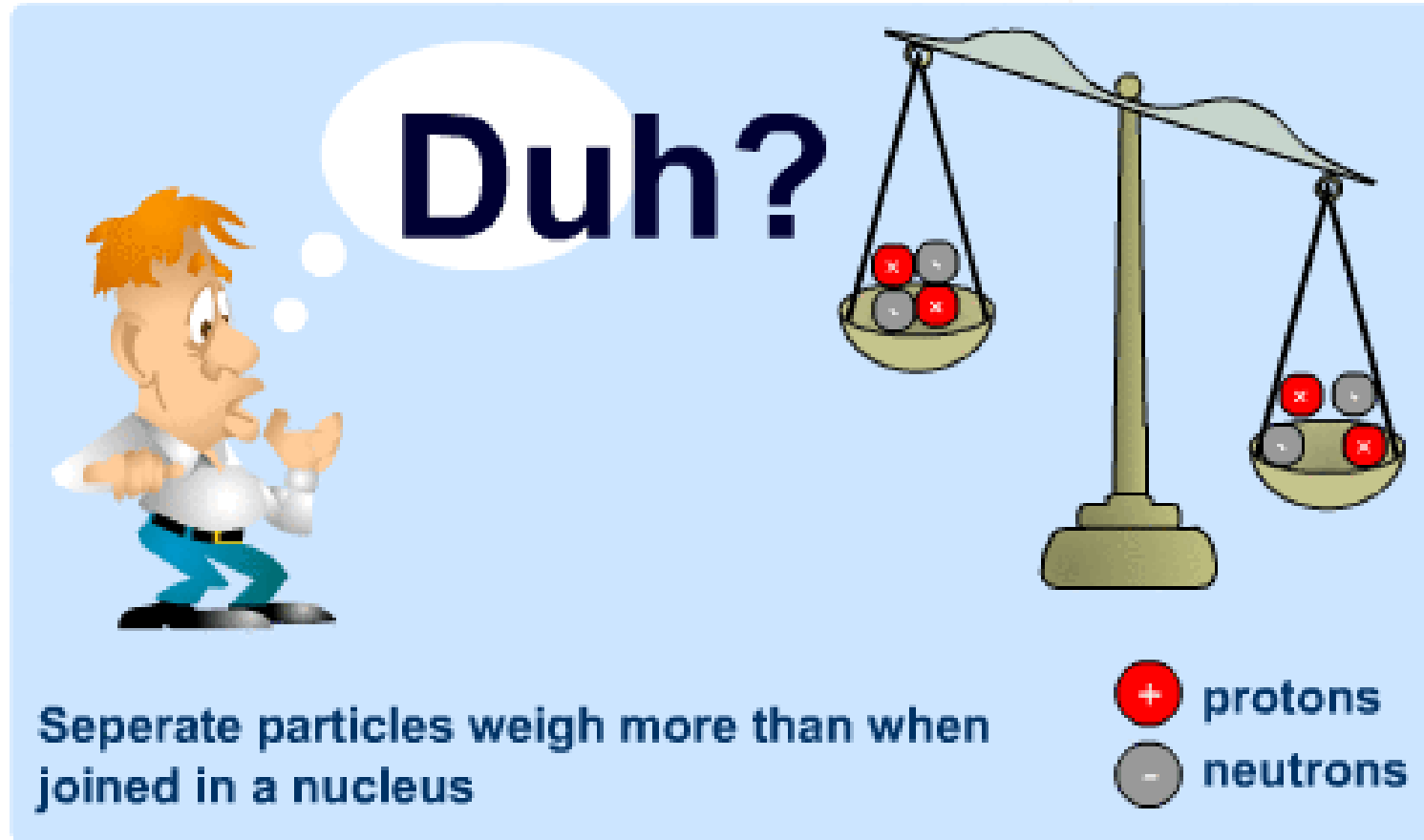
Tömegspektrométerrel az atommagok tömege mérhető, így a tömegdefektus is meghatározható.

A relativitáselméletből következik :  $\Delta m \cdot c^2 = E_k$

$E_k$ -t csak néhány atommagra lehet közvetlenül meghatározni, de azokra nagy pontossággal. Ezekre a magokra a tömeg-energia ekvivalencia kísérletileg igazolható.

A magok többségére a kötési energia a tömegdefektusból határozható meg.

**Tömegdefektus: az atommag tömege kisebb, mint az őt alkotó részecskék összömege**



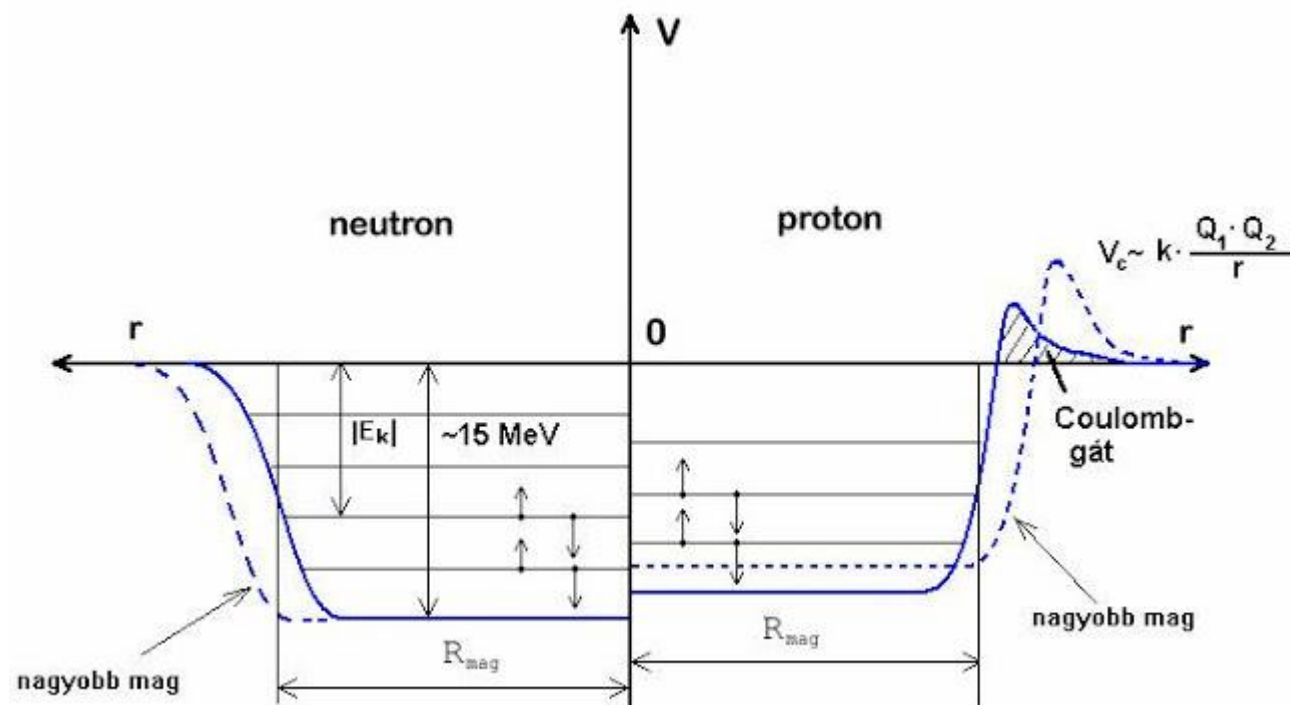
# A potenciáلكád modell

A nukleáris kölcsönhatáshoz pontos analitikus függvényt nem tudunk rendelni (mint például az elektrosztatikushoz a Coulomb-törvényt).

Közelítés: átlagos potenciáltér, amelyben a nukleonok mozognak. A nukleonokra a magon belül nem hat erő, csak a mag határán. Ott a mag „beszippantja” a nukleont. A magon kívül a proton taszítást érez, a neutronra nem hat erő.

A potenciáلكád a proton és a neutron számára eltérő, mert a proton a nukleáris kölcsönhatás mellett az elektromágnesesben is részt vesz (taszítják egymást).

A potenciáلكádban kötött állapotok alakulnak ki, amelyet a nukleonok párosával tölthetnek be (egy szintre vagy egy nukleon, vagy kettő, de ellentétes spinnel a Pauli-elv szerint).



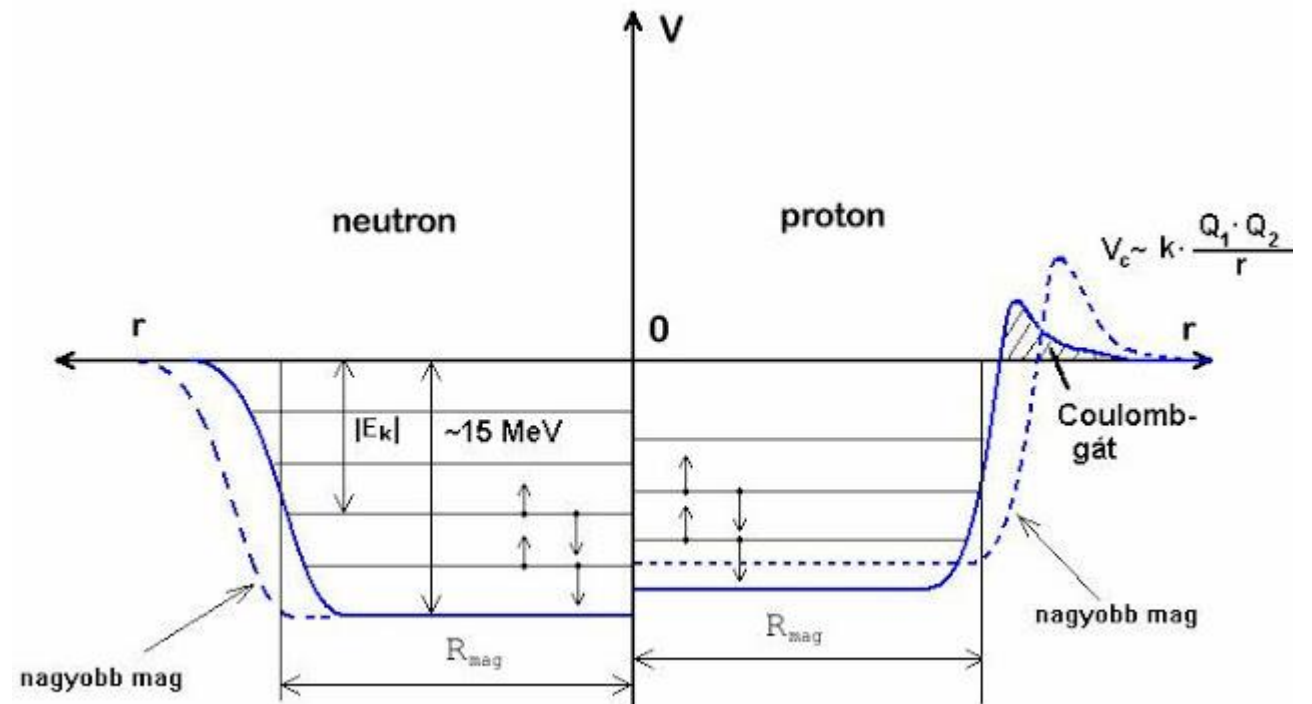
# A potenciálkád modell

Az atommag méretét növelve a neutronok „kádja” - a nukleáris kölcsönhatás telítődése miatt - egy méret fölött már nem mélyül (illetve alig mélyül). A protonok kádja viszont sekélyebb lesz, mert a több proton több taszítást és ezáltal nagyobb Coulomb energiát jelent.

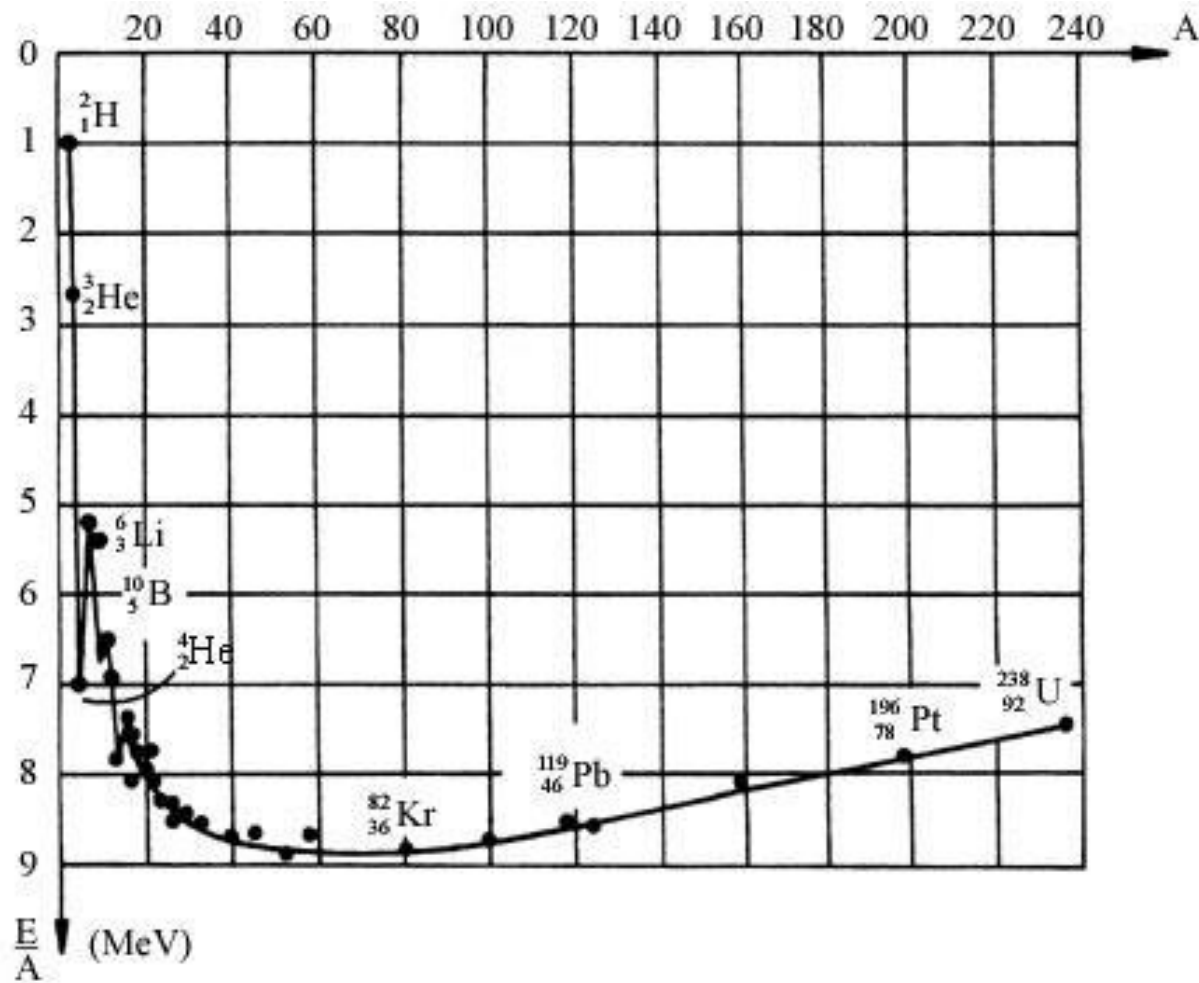
Nagyobb kádban sűrűbben vannak az energiaszintek.

Emlék: nagyobb kádban kisebb a minimális Kinetikus energia

$$T_{\text{kin.}} \geq \frac{\hbar^2}{8m\Delta x^2}$$



# Az egy nukleonra jutó kötési energia ( $\epsilon = E_k/A$ ) a tömegszám függvényében



- Az ábráról látható, hogy az egy nukleonra jutó kötési energia értéke átlagosan

$$\epsilon \approx -8 \text{ MeV/nukleon.}$$

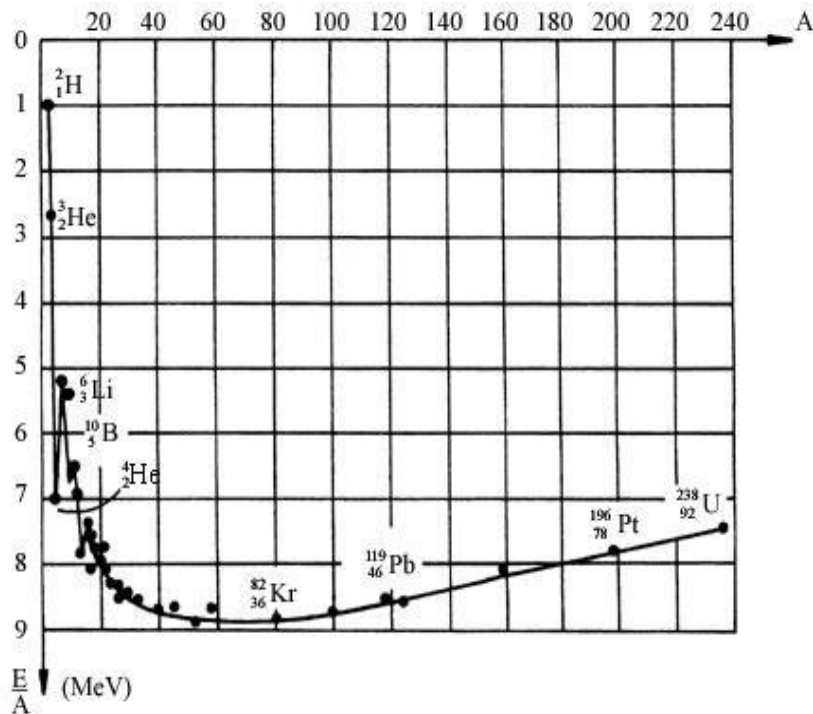
- Ha a tömegszám  $A$  kicsi, akkor még ugrál a görbe, majd nagy értékekre  $\epsilon$  kisimul, az energiavölgy minimuma a

*vas környékén van:  $Z=26$ ,  $A=56$ .*

- A nukleáris energia felszabadítása olyan magátalakulással lehetséges, melynek során a fajlagos kötési energia tovább csökken.



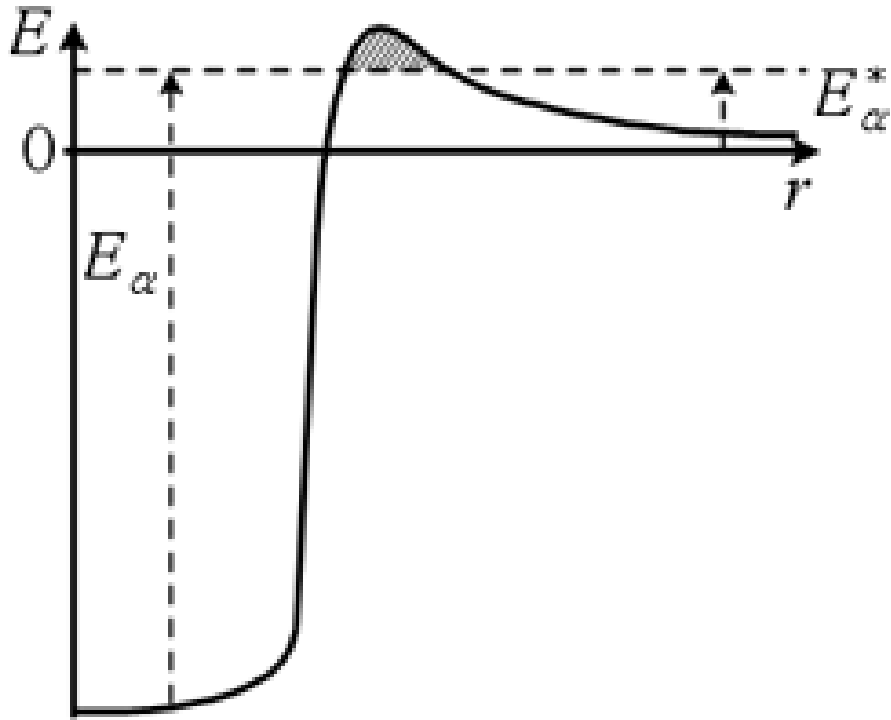
# Az $\epsilon(A)$ függvény



A görbe jellemzői :

- Az adatok jól illeszkednek egy simán futó görbére, kivéve a nagyon könnyű elemeket és néhány mágikus számot:  
 $Z$ , vagy  $A-Z=2,8,20,50,82,126$   
Oka : Ezek a magban lezárt nukleonhéjakat jelentik, amelyet a potenciálgödör modell nem vesz figyelembe.
- Optimális  $\epsilon$  nagyságából  $A \sim 50$  környékén :  
Ha  $A \ll 50$ , akkor túl nagy a felületi energia (túl sok nukleon van a felületen.)  
Ha  $A \gg 50$ , akkor túl nagy a Coulomb energia
- Különösen erős kötés van a  ${}^4\text{He}$  és az  ${}^{16}\text{O}$  esetében  
( $4=2+2$ ,  $16=8+8 \Rightarrow$  ezek kétszer mágikusak)
- Az ábráról látható, hogy két lehetőség is van a nukleáris energia felszabadítására, az egyik a kisebb magok egyesítése (fúzió), a másik a nagyobb magok hasítása (maghasadás vagy fission).

## Az $\alpha$ -bomlás értelmezése



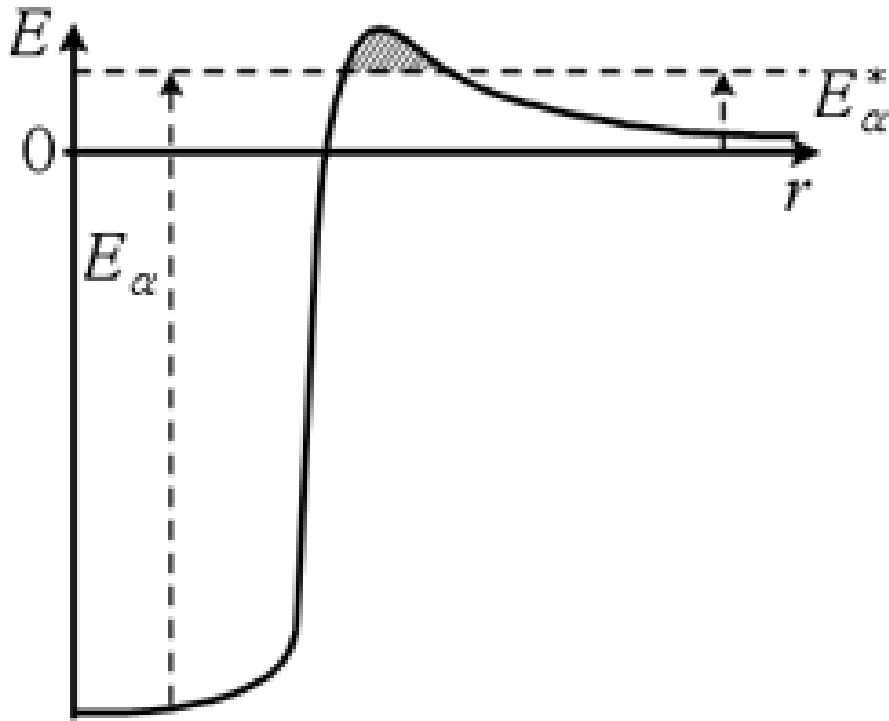
Kezdetben az  $\alpha$ -részecske az atommag középpontjához közel, az ábra bal oldalán tartózkodik, a potenciálgödör mélyén.

A potenciális energiája egy nagy negatív szám, az összenergiája a magban viszont pozitív  $E_\alpha$  (ezt vízszintes szaggatott vonal jelöli).

Ez az energia a klasszikus megfontolás szerint nem elegendő a kilépéshez, ugyanis a besatírozott területet (a gátat) a részecske semmiképp sem tudná átlépni.

Az  $\alpha$ -részecske energiája az atommag középpontjától mért távolság függvényében a potenciálgödör modell szerint

# A kvantummechanikai alagút effektus



Az  $\alpha$ -részecske energiája az atommag középpontjától mért távolság függvényében a potenciálgát modell szerint

A Coulomb-gáton nem zérus valószínűséggel mégis átjut a részecske, amelyre a kvantummechanika ad magyarázatot, amely szerint a részecske véges valószínűséggel megtalálható a magon kívül is. A jelenséget **alagúteffektus**nak hívják, mert kicsit olyan, mintha a részecske alagutat fúrt volna a potenciálgátba (a vízszintes szaggatott vonal mentén) és azon kiszökött volna.

Erre utal az is, hogy a magtól távol az  $\alpha$ -részecske energiája  $E_\alpha^*$  lesz. Az alagúteffektus valószínűsége annál nagyobb, minél kisebb a besatírozott terület. Ezért ha az  $\alpha$ -részecske energiája nagy (a vízszintes szaggatott vonal magasan van), akkor a bomlás felezési ideje kicsi, ellenkező esetben nagy.

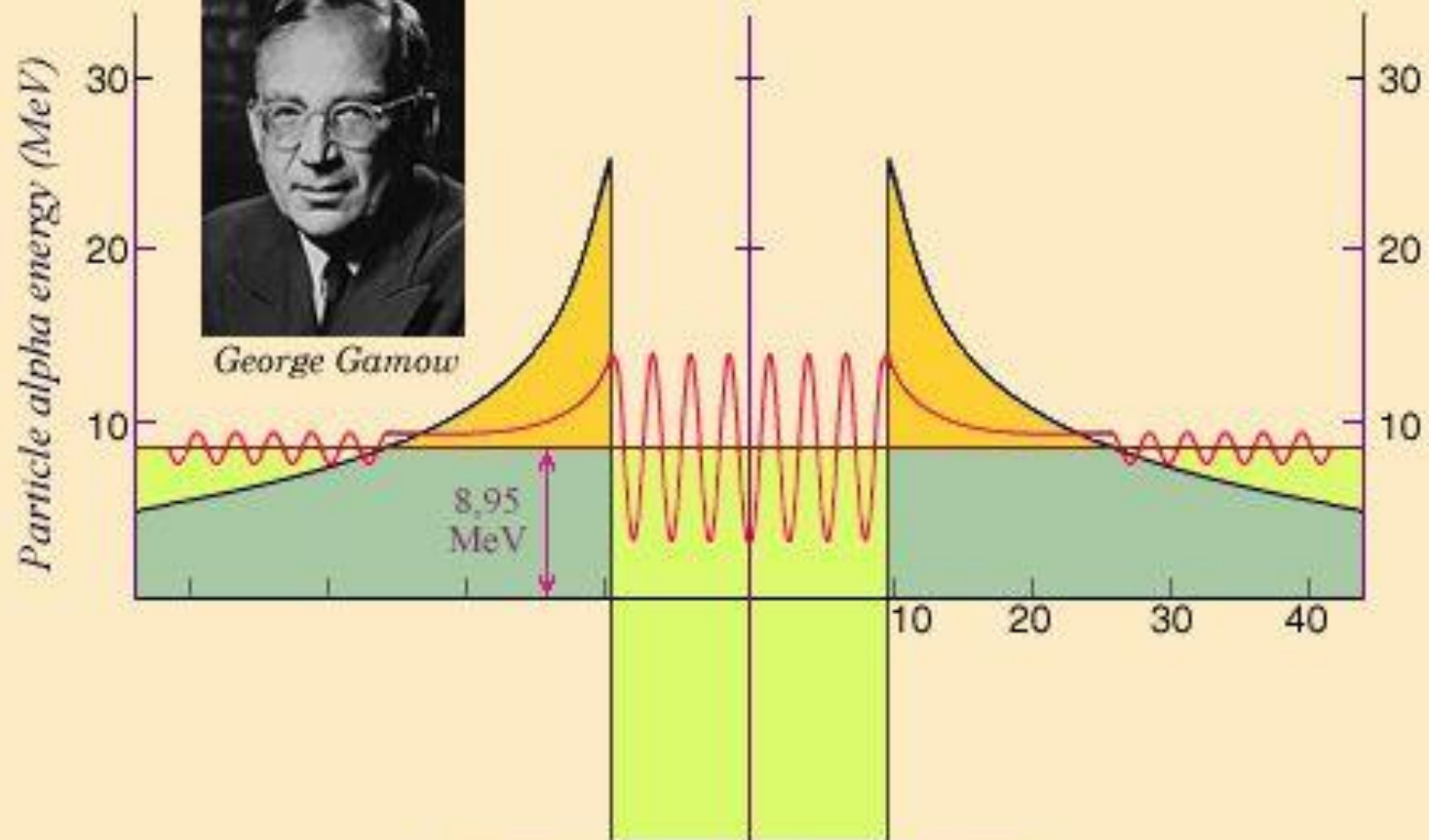
Például, ha  $E_\alpha \approx 4 \text{ MeV}$  akkor  $T_{1/2} = 10^9 \text{ év}$ ,

ha  $E_\alpha \approx 9 \text{ MeV}$  akkor  $T_{1/2} = 10^{-8} \text{ s}$

*alpha decay of Polonium-212 (Z=84)*

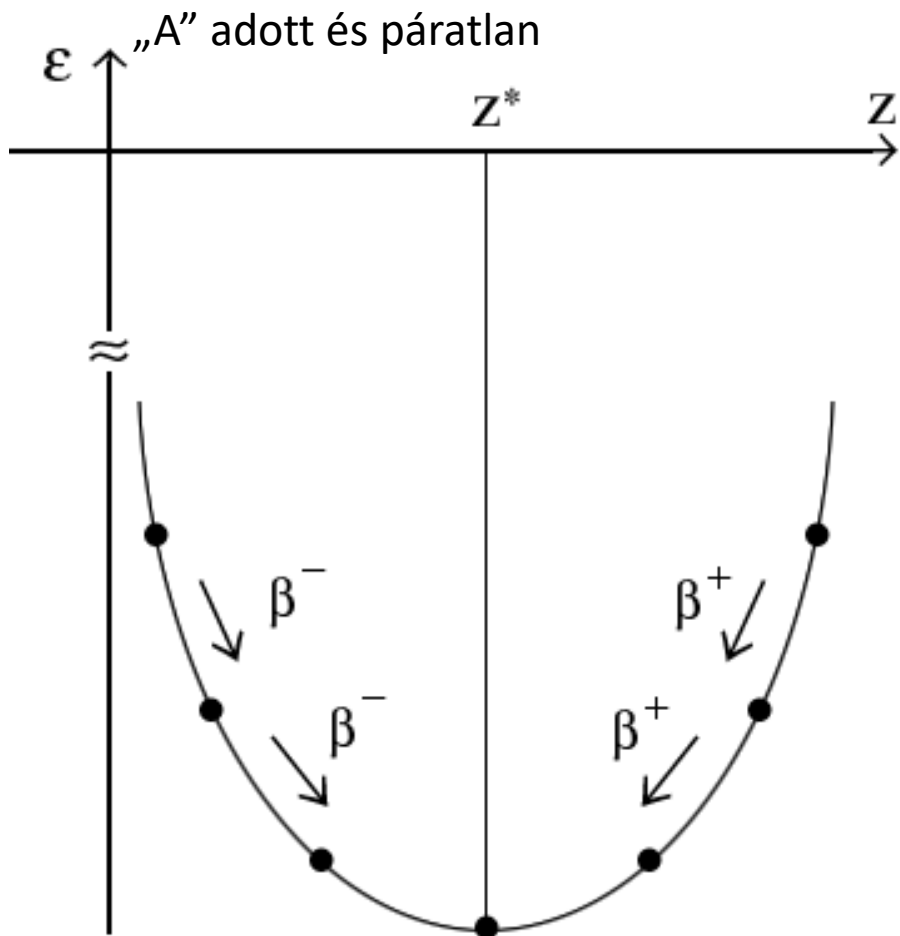


George Gamow



*Distance between centers (fermis)*

## A $\beta$ -bomlás értelmezése



Az egy nukleonra jutó kötési energia állandó tömegszám esetén a  $Z$  rendszám függvényében, parabola, vagyis akár túl sok a proton a neutronok számához képest, akár túl kevés, az sem jó, ui. a mag mindkét esetben távol van az energia-minimumtól.

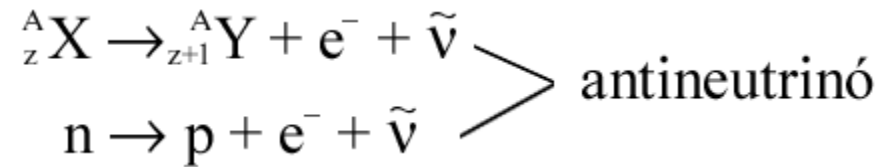
Minden  $A$ -hoz található egy optimális  $Z$ , ahol a kötési energia a legmélyebb.

Kis magoknál a legmélyebb az egy nukleonra jutó kötési energia, ha  $Z=N=A/2$  teljesül.

Nagy magoknál kedvezőbb, ha több a neutron, mint a proton. Ha egy adott tömegszámú magnál az optimálishoz képest túl sok a neutron, akkor az negatív  $\beta$ -bomlással, ha túl kevés, akkor pozitív  $\beta$ -bomlással vagy elektronbefogással bomlik.

## A béta-bomlás formái (ism)

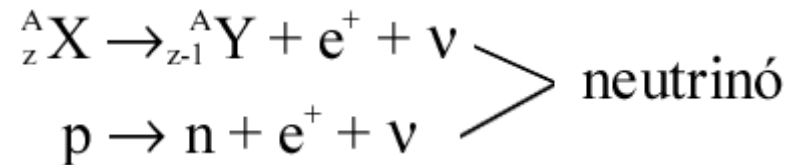
### $\beta^-$ : negatív $\beta$ -bomlás



Tehát a negatív béta bomlás során lényegében az történik, hogy a magban lévő egyik neutron protonra és elektrorra (és persze az észrevétlenül elszökő antineutrínóra) bomlik. A proton a magban marad (növelve ezzel a rendszámot), a másik két részecske viszont kirepül a magból.

Ez a bomlás a magában álló neutronnal is megtörténik, a bomlás felezési ideje 10 perc körül van. Atommagban azonban csak akkor történhet meg, ha ez a mag számára energetikailag kedvező (a mag kötése erősödik, azaz  $\varepsilon$  mélyebbre kerül a fenti ábrán). Hogy ténylegesen végbemegy-e a bomlás és milyen felezési idővel, az sok – itt nem tárgyalt – egyéb tényező függvénye.

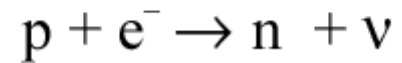
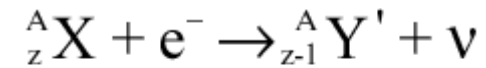
### $\beta^+$ : pozitív $\beta$ -bomlás



Tehát a pozitív béta bomlás során tehát a magban lévő egyik proton neutronra és pozitronra (és persze az észrevétlenül elszökő neutrínóra) bomlik. A protonnak ez a bomlása csak az atommagban történhet meg (ha ez energetikailag lehetséges (lásd fent)), magában álló proton sohasem bomlik el ilyen módon.

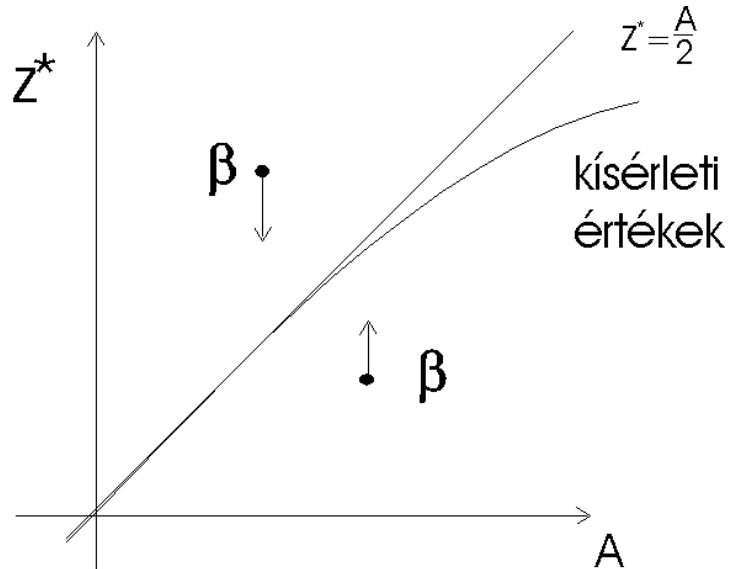
## A béta-bomlás formái (ism)/2

A pozitív béta bomlásnak mindig alternatívája az **elektron befogás**. Ilyenkor a magban lévő proton egy atomi belső héjon lévő (hozzá igen közel is előforduló) elektront fog be, létrehozva a magban maradó neutront és a kirepülő és elszökő neutrínót:



A  $\beta$ -bomlás tehát minden esetben az optimális proton – neutron arányt állítja be.

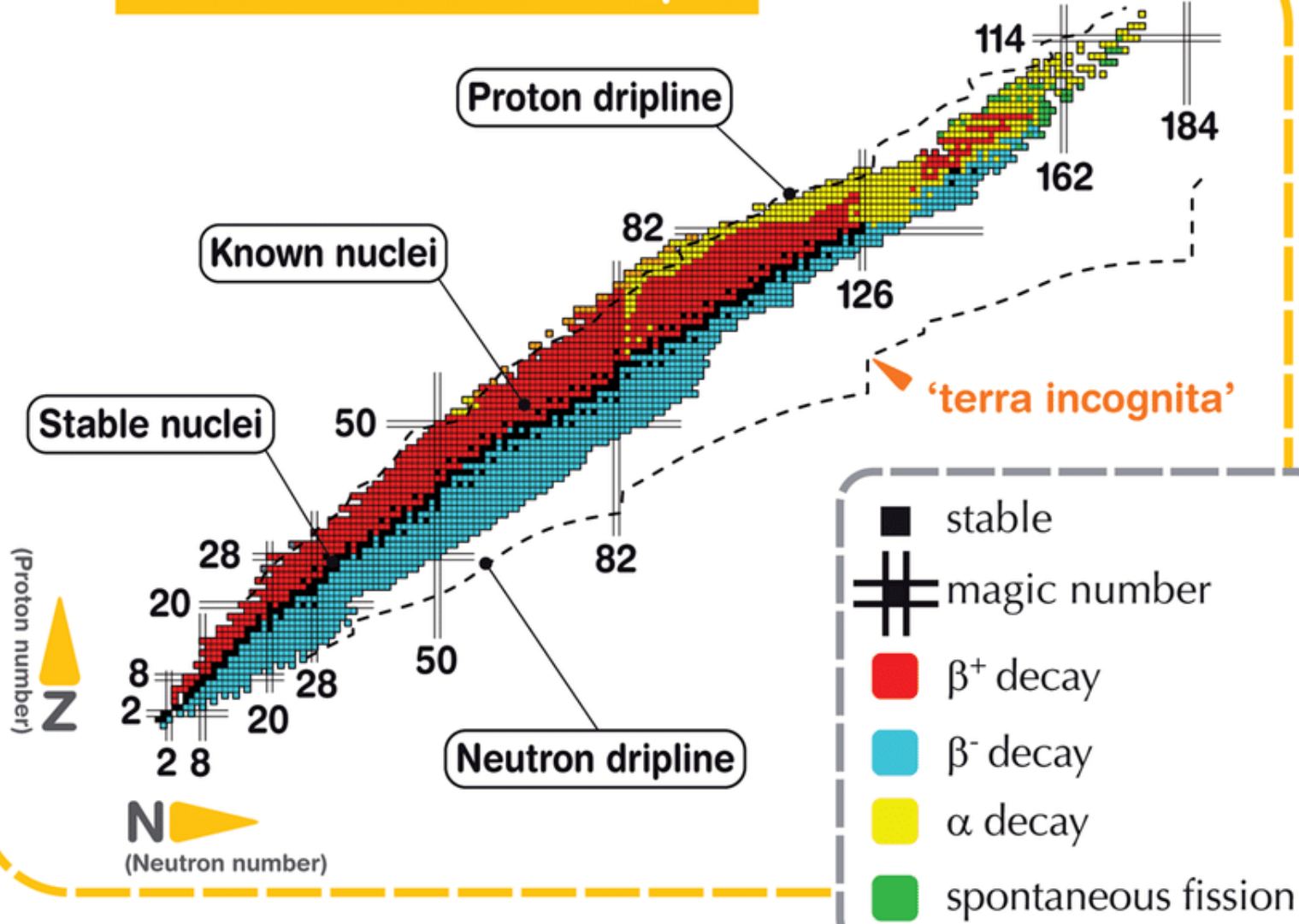
A  $Z^*(A)$  függvény:



A  $\beta$ -bomlásért felelős kölcsönhatás az ún. gyenge kölcsönhatás. Ez a 4. kölcsönhatási forma a természetben. /nincs több/

A görbe vonal feletti nukleonok  $\beta^+$  bomlók, míg az alattiak  $\beta^-$  bomlók. Így juthatnak a stabil vonalra.

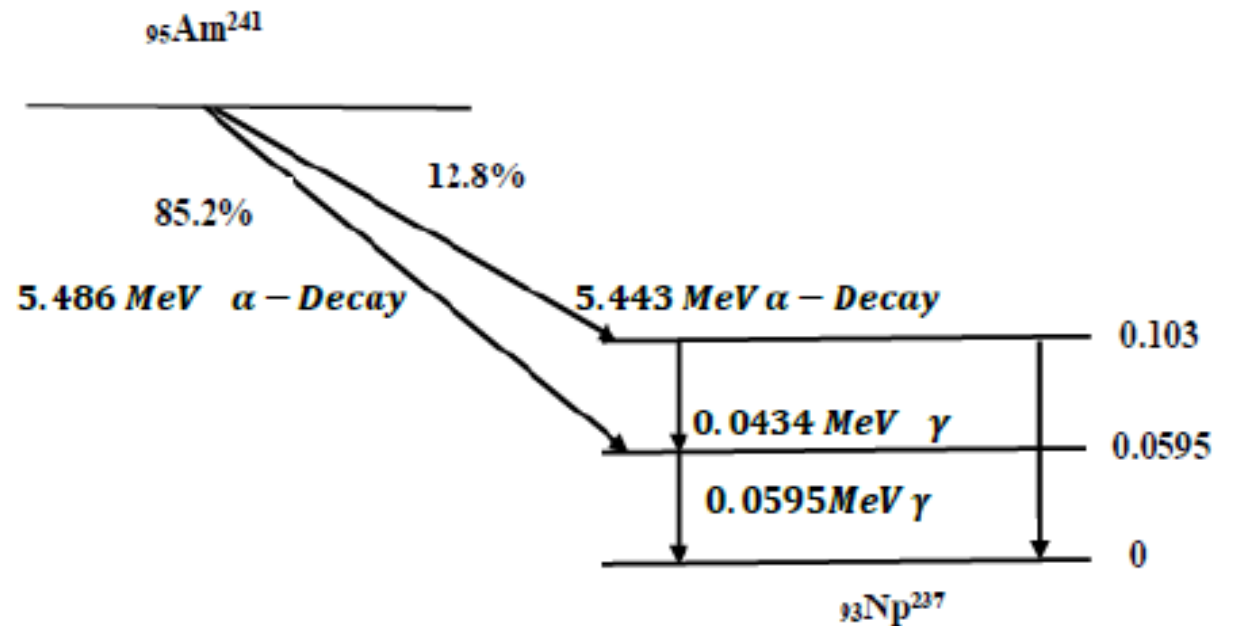
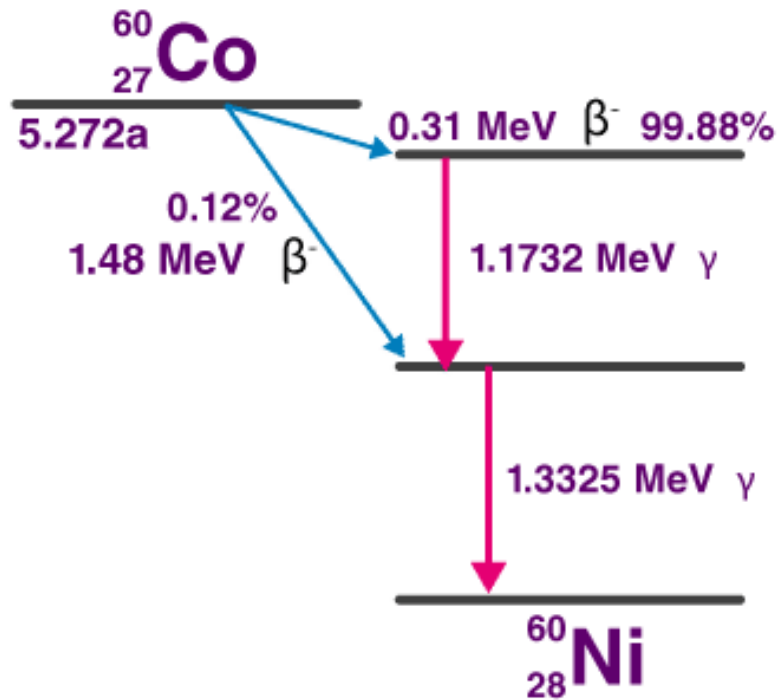
# The Nuclear Landscape





# Gamma-bomlás

Az alfa és béta-bomlást követően az atommag általában gerjesztett állapotban marad. Ennek legerjesztődése közben bocsátja ki az atommag a gamma-sugárzást.



# Ellenőrző kérdések

Az atommag tömege pontosan egyenlő a benne lévő protonok és neutronok össztömegével, mert a nukleáris kölcsönhatásban az elektronok nem vesznek részt.

- a) Az állítás és az indoklás is helyes, közöttük nincs oki kapcsolat
- b) Az állítás igaz, de az indoklás nem
- c) Az állítás hamis, de az indoklás önmagában helyes
- d) Az állítás és az indoklás is helyes, közöttük oki kapcsolat van

Válasszuk ki a hibás állítást!

A potenciáلكád modell szerint:

- a) a nukleonokra a magon belül nem hat erő, csak a mag határán
- b) a magon kívül a proton taszítást érez, a neutronra nem hat erő
- c) a potenciáلكád mélysége arányos az atommag méretével
- d) a potenciáلكádban kötött állapotok alakulnak ki, amelyet a nukleonok párosával tölthetnek be