

Diagnosztikai képalkotó eljárások fizikai alapjai GEFIT303B

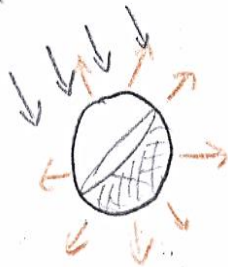
3. előadás: Az anyag hullámtermészete,
atomok

78. A Föld minden, a napsugárzásra merőleges négyzetméterét másodpercenként 1390 J energiájú elektromágneses sugárzás éri el ($S = 1390 \text{ W/m}^2$; szoláris állandó). Mennyi lenne a Föld hőmérséklete, ha az minden pontján azonos hőmérsékletű abszolút fekete test lenne?

$$P_{be} = P_{ki}$$

A
Napsugárzás

hőmérsékleti sugárzás



$$P_{be} = S \cdot A_{\text{felvétel}}$$

$$P_{ki} = \sigma T^4 \cdot A_{\text{gömb}}$$

$$S \cdot R_{\oplus}^2 \pi = \sigma T^4 \cdot 4 R_{\oplus}^2 \pi$$

$$S = 4 \sigma T^4$$

$$\sigma T^4 = \frac{S}{4}$$

felül a Föld emisszivitása a napsugárzás felvételére
(így van az minden fekete gömb esetében)

$$T = \sqrt[4]{\frac{S}{4\sigma}} = 280 \text{ K} = +7^\circ\text{C}$$

igen közel van a tényleges
 $\sim 288 \text{ K}$ -hoz

de Broglie hipotézise (1923)

Láttuk, hogy foton lendülete és energiája a $p = \frac{h}{\lambda}$ és a $E = hf$ képletekkel számítható.

Ezek a képletek minden más részecskére is igazak, azaz minden anyagi részecskéhez λ és f rendelhető:

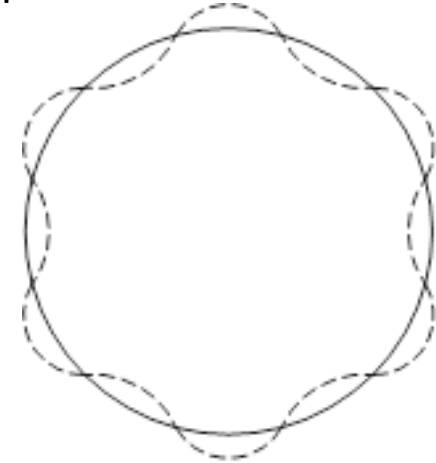
$$\lambda = h/p = h/mv; \quad f = E/h$$

Az atomban olyan stacionáris elektronpályák lehetségesek, ahol a λ egész számszor fér rá a kerületre.

Ezt a tapasztalat igazolja.

$$\frac{nh}{mv} = 2\pi r$$

$$n\lambda = 2\pi r$$



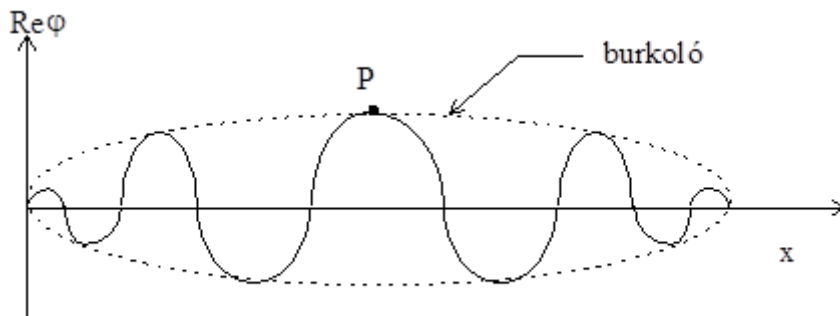
Az elektron pálya-impulzusmomentumára (pálya-perdületére) tehát:

$$L = mvr = \frac{nh}{2\pi} = n\hbar \quad \text{há vonás!}$$

A De Broglie hipotézis megmagyarázza az impulzusmomentum kvantált természetét!

Hullámcsomag

A hullámтанból ismert, hogy két igen közeli frekvenciájú hullám összetevése lebegést eredményez. Végtelen sok szinuszhullámból véges hosszúságú hullámvonulat (véges számú lebegés) is felépíthető.



A hullámcsomagot igen sok közeli frekvenciájú sima hullám összegzésével kapjuk.

de Broglie bizonyítja, hogy – bár a fázissebesség irreálisan nagy - a hullámcsomag burkolója elméletileg pontosan a részecske sebességével halad, tehát a kép ellentmondásmentes.

Megjegyzés

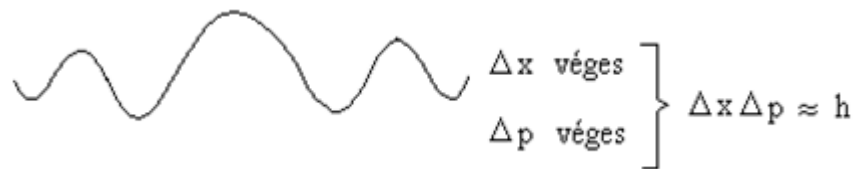
a, Ha csak egyetlen szinuszhullámom van akkor a felhasznált hullámszámtartomány nyilvánvalóan nulla és a hullám végtelen kiterjedésű. Ez az objektum tisztán hullámtulajdonságú.

$$k = k_0 \Rightarrow \Delta k = 0 \Rightarrow \Delta p = 0 \Rightarrow \Delta x \rightarrow \infty$$

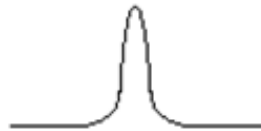


b, Ha véges nagyságú hullámszám tartományból építkezek (k_1), akkor hullámcsomagot kapok véges x_1 kiterjedéssel

Minél nagyobb hullámszámtartományból építem fel a hullámcsomagot, az annál keskenyebb lesz. Azaz, ha $k_2 > k_1$, akkor $x_2 < x_1$, vagy másképpen



c, Határesetben (ha Δk igen nagy, sőt $\Delta k \rightarrow \infty$), akkor Δx igen kicsi (sőt $\Delta x \rightarrow 0$). Ez a jól lokalizált részecske.

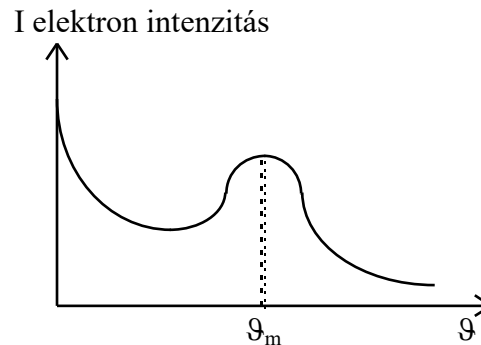
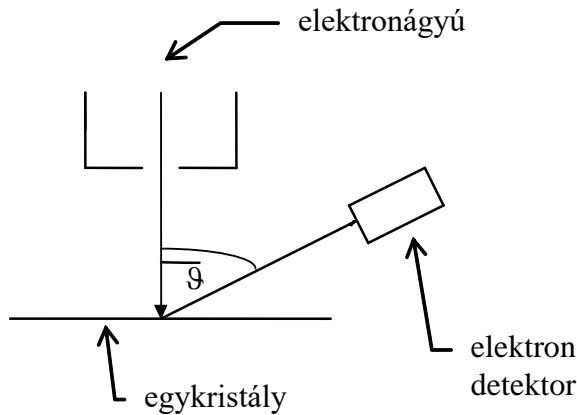


A korábbi tisztán hullám (a,) és tisztán részecske (c,) kép helyébe a kvantumelmélet az általánosabb hullámcsomagot (b,) hozza, amelynek az a, és c, eset csak határátmenetei.

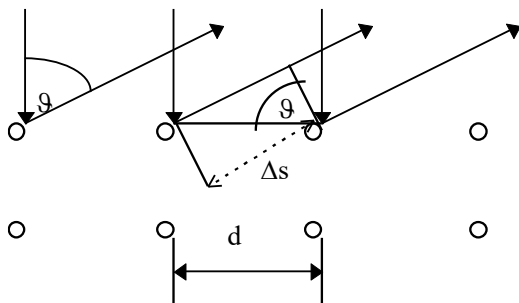
Kísérleti bizonyítékok az elektron hullámtermészetére

Davisson-Germer kísérlet / 1927 / G. P. Thomson / 1928 /

A kísérletet Davissonék végezték, a magyarázat G. P. Thomson érdeme.



Adott energiájú elektronokat Ni egykristályon szórattva egy adott szórási szögnél intenzitás maximumot mérünk. Ennek magyarázata az elektron hullámok interferenciájának figyelembe vételével lehetséges.



a körök atomok a kristályban (természetes rács), a rácsállandó d .

A két szomszédos atomon szórt elektron hullám akkor erősíti egymást, ha az útkülönbségük a hullámhosszuk egész számú többszöröse:

$$\Delta s = d \sin \vartheta = n\lambda$$

A de Broglie képletből:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE}}$$

$$\sin \vartheta_m = \frac{\lambda}{d} = \frac{h}{d\sqrt{2mE}}$$

A kvantummechanikai tárgyalásmódról

- A mikrorendszereket, azaz az atomokat és azok csoportjait (molekulák, kristályok) a **kvantummechanika** segítségével lehet tárgyalni. Ez az a pont, ahol át szokás térni a kvantummechanikai (QM) tárgyalásmódra.
- A QM segítségével levezethetők az óra második részében tanulmányozottak is: a Bohr-posztulátumok, az atomi energiaszintek léte, azok pontos értéke, a közöttük lehetséges átmenetek.
- Mi azonban most nem megyünk jobban bele a QM-ba. Az atomfizikai jelenségeket ezért továbbra is **a klasszikus fizika fogalmai segítségével** próbáljuk tárgyalni.
- Van még számos olyan jelenség van, amelyek csupán a klasszikus fizika ismeretében nem érthetünk meg, amelyeknél a QM további eredményeinek az alkalmazása elkerülhetetlen. A legfontosabb ilyen eredmény a Heisenberg-féle **határozatlansági reláció**.
- A reláció szerint az összetartozó (kanonikusan konjugált) fizikai mennyiségek egyszerre nem mérhetők tetszőleges pontossággal, egyidejűleg nem határozhatók meg. Az egyik mennyiség pontos mérése a másikat automatikusan határozatlanná teszi.

A határozatlansági reláció

Tekintsük például a helykoordinátát (x) és a hozzá tartozó lendület koordinátát (p_x)! A határozatlansági reláció szerint a helykoordináta bizonytalansága (Δx) és a lendület x koordinátájának bizonytalansága (Δp_x) között fennáll a

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar/2$$

Hasonló reláció áll fenn az energia (E) és az időkoordináta (t) között:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar/2$$

Tehát az energia és az időkoordináta sem mérhető egyidejűleg pontosan. Rövid időtartamra az energia nincs pontosan meghatározva. Minél tovább tart a részecske egy állapota (folyamata), annál pontosabban meghatározható (ill. meghatározott) az energiája! **(Pozitivizmus!!!)**

A határozatlansági reláció igen szépen mutatja, hogy a makrofizikai fogalmak a mikrovilág leírására csak korlátozottan alkalmasak. A kapható válasz pontosságát a kísérleti körülmények eleve behatárolják. Egy fizikai mennyiség mérési pontosságának nem lesz elvi határa, ha a kísérleti körülményeket meg tudjuk úgy választani, hogy a mért mennyiség konjugált párja a mérés során határozatlan marad.

:

A határozatlansági relációk néhány következménye

A pályavonalak kérdése:

A klasszikus fizika szerint a részecskének van pályavonala, mert egyszerre ismert a helyük és a sebességük. Nézzük, hogy mit szól ehhez a kvantumelmélet a makroszkopikus (pl. a mákszem ill. ettől nagyobbak) és a mikroszkopikus (pl. atomi elektron) részecskék esetében!



Egyszerre ismert r és v /ezáltal p /
tehát van trajektória.

A, mákszem pl. $m = 10^{-6}$ kg

$\Delta x \approx 10^{-6}$ m - helyét μm pontossággal tudjuk meghatározni

$$\Delta x \cdot m \cdot \Delta v_x \geq \frac{\hbar}{2} \approx 10^{-34}$$

$$\Delta v_x \approx \frac{10^{-34}}{10^{-6} \cdot 10^{-6}} = 10^{-22} \rightarrow \text{a mákszem sebességét } 10^{-22} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

pontossággal tudjuk meghatározni

Azonban ez nem igazi megszorítás, mert nincs olyan műszer amivel ilyen pontosan lehetne sebességet mérni. Tehát a mákszemnek van pályavonala. Természetesen minden tőle nagyobb részecskének, azaz **minden makroszkopikus részecskének is van pályavonala a kvantumelmélet szerint is.**

A pályavonalak kérdése/2

B, Elektron az atomban

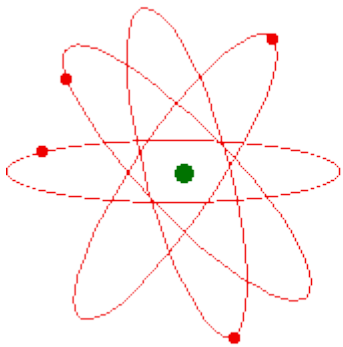
$$\Delta x \cong 10^{-10} \text{ m (atom mérete)}$$

$$m \cong 10^{-30} \text{ kg (elektron tömege)}$$

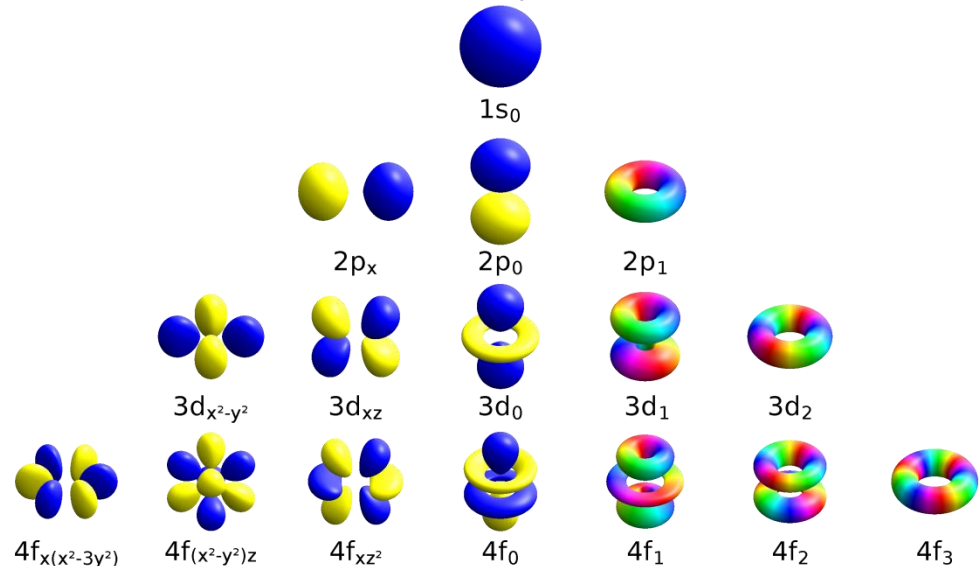
$$\Delta v_x \cong \frac{10^{-34}}{10^{-10} \cdot 10^{-30}} = 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

A H atomban az elektron sebessége ebbe a nagyságrendbe esik a klasszikus fizika szerint. Ha a mérési bizonytalanság a mérési eredmény nagyságrendjébe esik, ill. azt meghaladja, akkor a mérés nem vezet eredményre. Az atomi elektron sebességkoordinátái tehát nem mérhetőek, róluk egy fizikus ezért nem beszélhet.

Véggövetkeztetés: Az atomban az elektron mozgása méréssel nem követhető, tehát nincs pályavonala. (Semmilyen mérés nem igazolhatja tehát azt az ősi elképzelést, hogy az elektron keringene az atommag körül. Ezt is el kell feledni!)



wrong!
wrong!!
wrong!!!
wrong!!!!



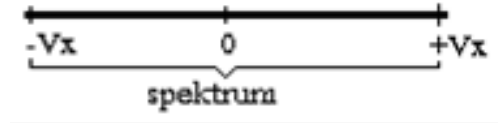
2, Zérusponti energia

(avagy abszolút zérus fokon van-e a részecskéknek mozgási energiája a kvantumelmélet szerint. Azt tudjuk, hogy a klasszikus fizika szerint zérus kelvinen a mozgási energia is zérussá válik.)

Mi lehet az x koordináták szórása ?

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta v_x \sim v_x$$



$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

A szórás nagyságrendileg egyezik a középtértől való maximális eltéréssel. (ettől kisebb)

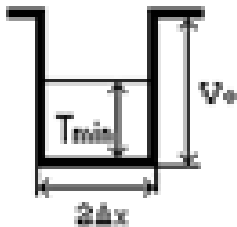
$$\Delta x \cdot m \cdot \Delta v_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

A kinetikus energia 1 dim.:

$$\Delta v_x \geq \frac{\hbar}{2m\Delta x}$$

$$T_{kin.} = \frac{1}{2} m v_x^2 = \frac{1}{2} m \Delta v_x^2 \geq \frac{\hbar^2}{8m\Delta x^2}$$

$$T_{kin.} \geq \frac{\hbar^2}{8m\Delta x^2}$$



Helyhez kötött részecskének tehát abszolút zérus fokon is marad mozgási energiája.

Ha viszont szabad a részecske ($\Delta x \rightarrow \infty$), akkor a kvantumelmélet szerint is megáll zérus kelvin hőmérsékleten.

Ellenőrző tesztkérdések

Válasszuk ki a hamis állítást!

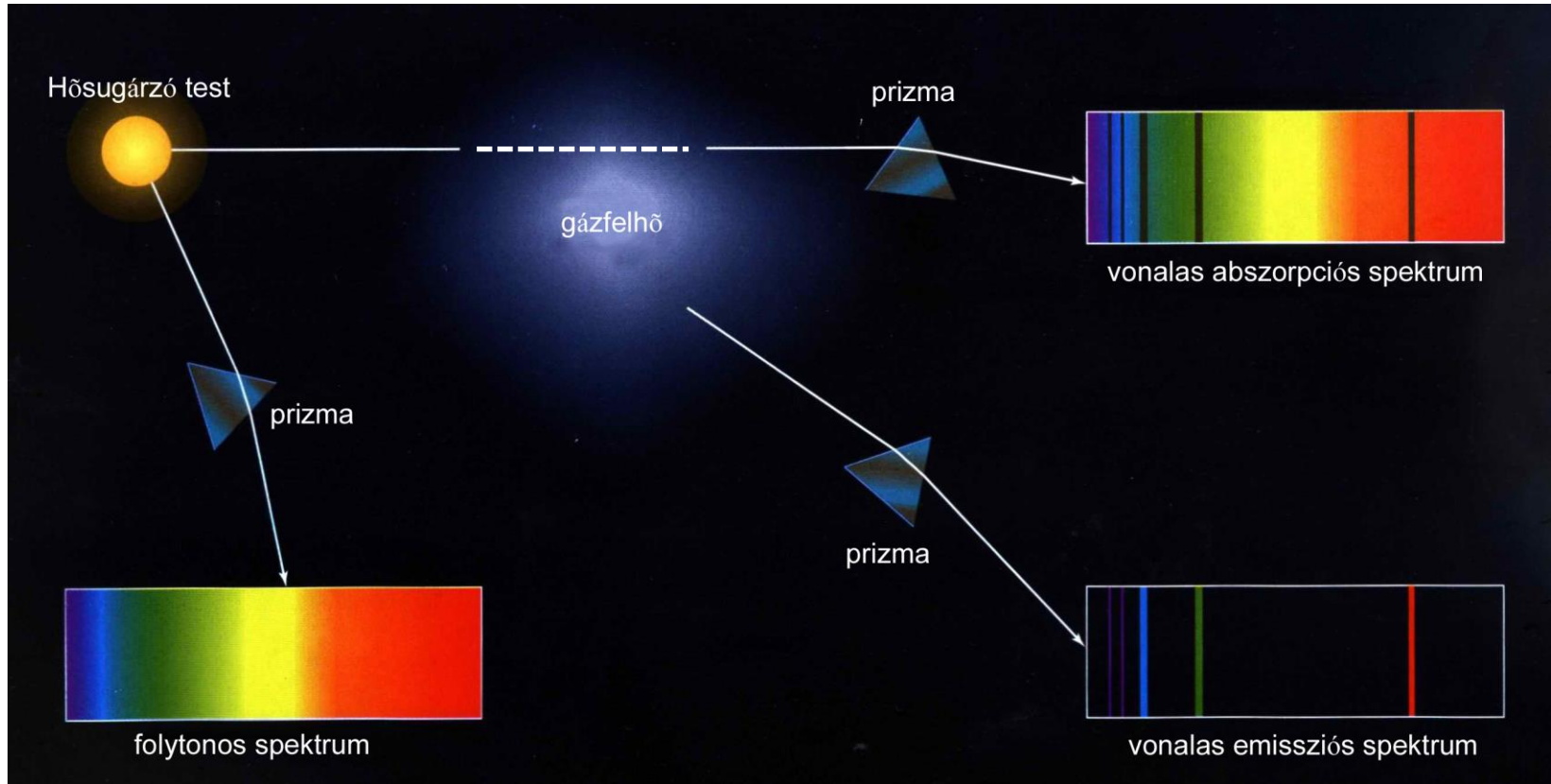
- a) Az anyag hullámtermészetére először de Broglie következtetett
- b) A részecskéhez rendelt hullámhossz arányos a részecske tömegével
- c) A részecskéhez rendelt hullámhossz fordítva arányos a részecske lendületével
- d) Az elektron hullámtermészetét interferencia kísérlettel igazolták

Az elektron atomon belüli mozgásához nem lehet pályavonalat rendelni, mert az energia bizonytalanságának és az idő bizonytalanságának a szorzata nem lehet tetszőlegesen nagy.

- a) Az állítás és az indoklás is helyes, közöttük oki kapcsolat van
- b) Az állítás és az indoklás is helyes, közöttük nincs oki kapcsolat
- c) Az állítás hamis, de az indoklás önmagában helyes
- d) Az állítás igaz, de az indoklás nem

Gázok emissziós és abszorpciós színe

Szilárd testet folytonos spektrumú hősugárzásával ellentétben atomos gázok vagy gőzök csak bizonyos frekvencián sugároznak (emisszió), illetve bizonyos frekvenciájú sugárzást elnyelnek (abszorpció).



A színek vonalai egyfajta ujjlenyomatként használhatók és segítségével távoli testek anyagának összetétele határozható meg.

Gázok színeképeinek magyarázata - Bohr-posztulátumok

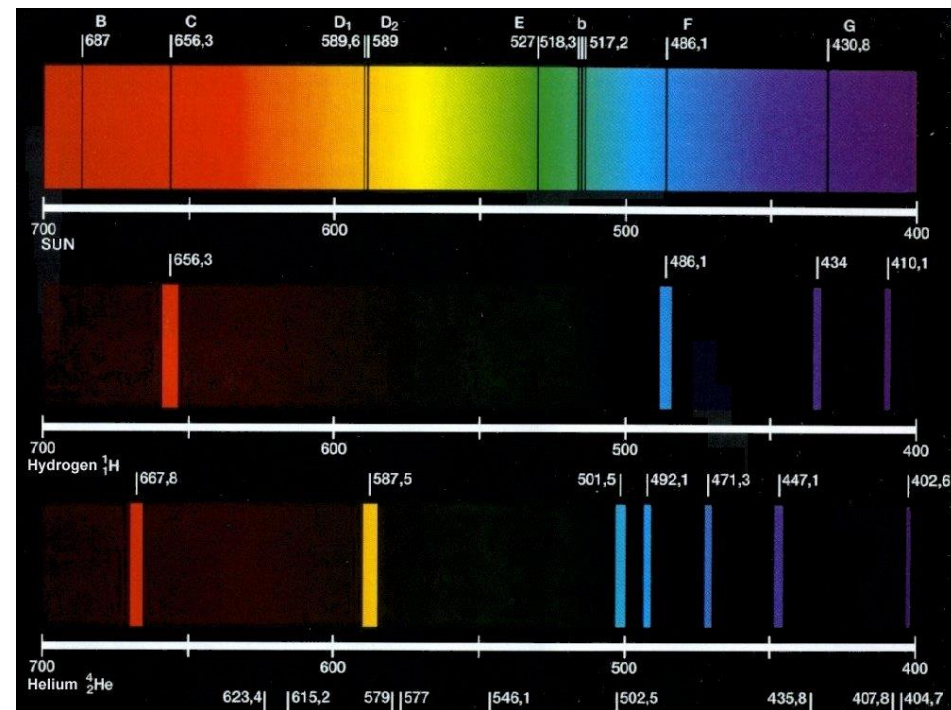
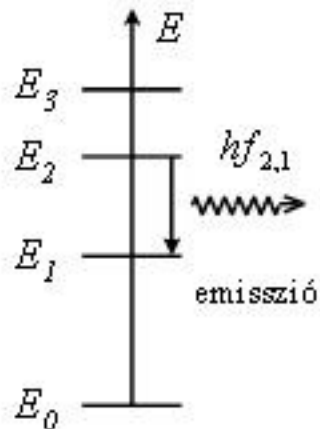
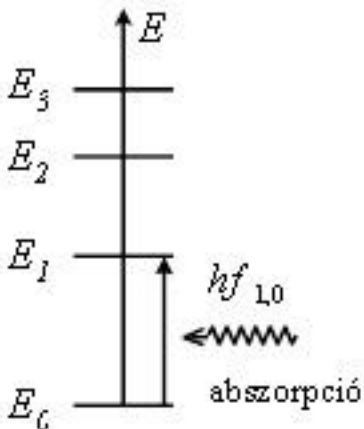
A jól meghatározott frekvenciájú kisugárzott, illetve elnyelt fotonokból arra lehet következtetni, hogy az atomokban csak bizonyos nagyságú energia átmenetek lehetségesek.

Bohr-posztulátumok:

- Az atomokban az elektronok csak diszkrét energiaszinteken E_1, E_2, \dots, E_i tartózkodhatnak és ezeken a stacionárius pályákon nem sugároznak.
 - Az atomok csak akkor sugároznak (emisszió) ha az elektron egy magasabb energiájú pályáról egy alacsonyabbra kerül.
- Az emisszió fordítottja az abszorpció.

Bohr-féle frekvencia feltétel:

$$E_i - E_j = hf_{ij}$$



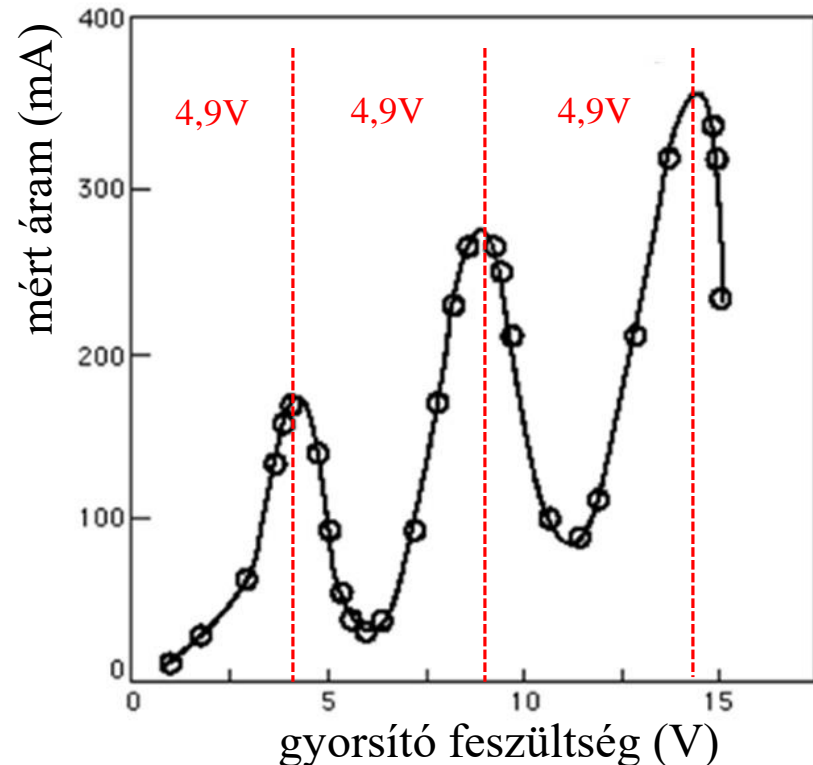
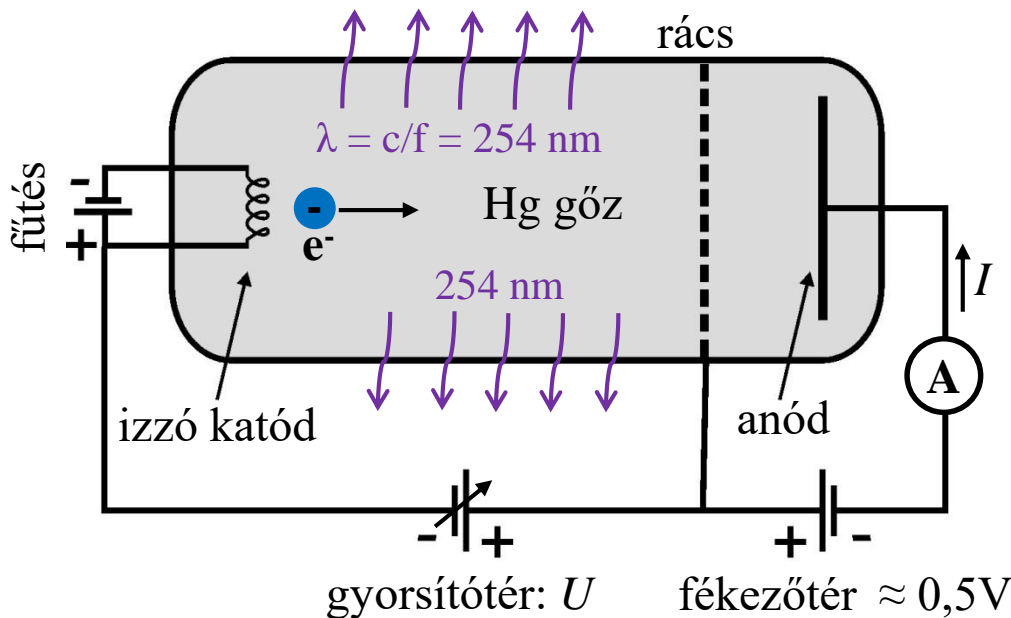
Frank-Hertz kísérlet

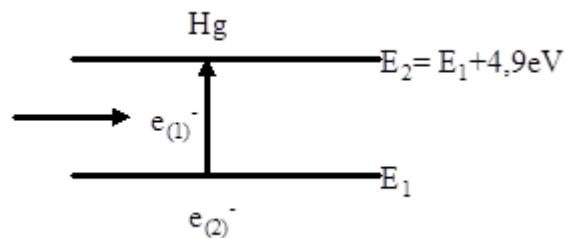
A kísérlet egy fontos bizonyítékot szolgáltat a Bohr-posztulátumokra.

Elektronokat gyorsítanak ritka higany gőzben.

- az izzókatódból kilépő elektronok az anód felé gyorsulnak
- amíg a gyorsító feszültség 4,9V alatt van ($E_k < 4,9 \text{ eV}$) - rugalmas ütközés
- a 4,9 eV elérésekor az ütközés rugalmatlanná válik (az áram lecsökken)
- a 9,8 eV elérésekor az elektronok kétszer képesek rugalmatlanul ütközni és így tovább.
- a Hg atomokban a gerjesztett elektronok visszatérnek az alacsonyabb energiájú állapotba, miközben fotonokat bocsátanak ki a megfelelő frekvenciával:

$$f = \frac{\Delta E}{h} = \frac{4,9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{6,623 \cdot 10^{-34}} = 1,183 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$





Az anódáram 4,9V-nál történő leesése bizonyítja, hogy a Hg-ban létezik egy energiaszint 4,9eV energiával az alapállapot felett. Ráadásul ekkor „világítani” is kezd a Hg, kibocsátva a 4,9eV-es (254nm, UV) fotonokat.

Az elektronvolt (eV)

Az elektronvolt az atomfizikában használatos energia egység. Ekkora mozgási energiát szerez egy elektron 1 volt feszültségen áthaladva.

Az elektromos mező munkája = az elektron mozgási energiájának megváltozása

$$U \cdot e = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \quad \text{ahol } e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As az elektron töltése}$$

$$1\text{eV} = 1\text{V} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Ellenőrző tesztkérdések

A különálló atomok által kibocsájtott sugárzás spektruma folytonos, mert az atomban diszkrét energia szintek vannak.

- a) Az állítás és az indoklás is helyes, közöttük oki kapcsolat van
- b) Az állítás hamis, de az indoklás önmagában helyes
- c) Az állítás igaz, de az indoklás nem
- d) Sem az állítás, sem az indoklás nem igaz

A Franck-Hertz kísérletben az anódáram 4,9 eV elektron energiánál esik le, mert csak a 4,9 eV-nél nagyobb energiájú elektronok képesek gerjeszteni a Hg-atomokat.

- a) Az állítás és az indoklás is helyes, közöttük oki kapcsolat van
- b) Az állítás hamis, de az indoklás önmagában helyes
- c) Az állítás igaz, de az indoklás nem
- d) Sem az állítás, sem az indoklás nem igaz

Ismétlő kérdések

Válasszuk ki a hamis állítást!

- a) Adott fémből a kisebb hullámhosszú sugárzás nagyobb energiájú elektront vált ki
- b) Adott hullámhosszúságú foton minden fémből ugyanakkora energiájú elektront vált ki
- c) Adott szögben Compton szóródott foton hullámhossz változása független az anyagi minőségtől
- d) Adott szögben Compton szóródott foton hullámhossz változása független a foton eredeti hullámhosszától

Válasszuk ki a hamis állítást!

- a) Adott méretű csapdában a kisebb tömegű részecske nagyobb zérusponthoz tartozó energiával rendelkezik
- b) Helyhez kötött részecskének abszolút zérus fokon is marad mozgási energiája
- c) Adott tömegű részecske kisebb méretű csapdában a kisebb zérusponthoz tartozó energiával rendelkezik
- d) Szabad részecske a kvantum-elmélet szerint is megáll zérus kelvin hőmérsékleten