

Diagnosztikai képalkotó eljárások fizikai alapjai GEFIT303B

2. előadás: A sugárzás kvantumozott természetű

Ismétlés (elektromágneses hullámok)

A látható fény hullámhossz tartománya:

- a) néhány nanométer
- b) néhány tized nanométer
- c) néhány száz mikrométer
- d) néhány tized mikrométer

Válasszuk ki azt a hullámhosszat, amelyik infravörös sugárzásnak felel meg!

- a) 5 nm
- b) 50 nm
- c) 500 nm
- d) 5000 nm

Az elektromágneses hullámok terjedési sebessége:

- a) vákuumban kisebb, mint közegben
- b) vákuumban frekvenciafüggő, közegben független tőle
- c) vákuumban frekvencia független, közegben függhet tőle
- d) arányos a törésmutatóval.

Ismétlés (interferencia)

A hang longitudinális hullám, mert benne a közeget alkotó részecskék a terjedési irányra merőleges rezgéseket végeznek.

- a) Az állítás és az indoklás is helyes, közöttük oki kapcsolat van
- b) Az állítás hamis, de az indoklás önmagában helyes
- c) Az állítás igaz, de az indoklás nem
- d) Sem az állítás, sem az indoklás nem igaz

Mit bizonyítanak az interferenciás kísérletek?

- a) a fény részecske természetét
- b) a fény hullámtermészetét
- c) a transzverzális hullám voltát
- d) a fény elektromágneses természetét

Válasszuk ki a hamis állítást!

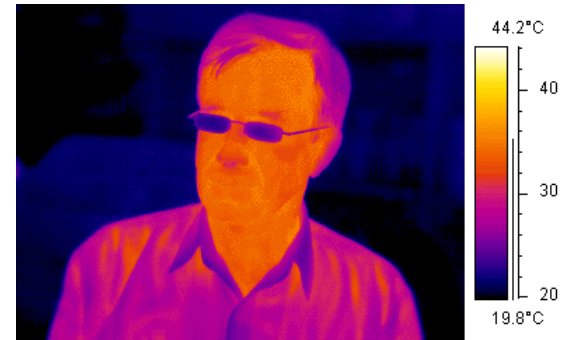
- a) Két hullám interferenciája során az eredő hullám intenzitása eltér a két hullám intenzitásának összegétől
- b) Csak azonos frekvenciájú hullámok interferálhatnak
- c) Csak transzverzális hullámok interferálhatnak
- d) Az interferencia során az eredő hullám intenzitása akkor maximális, ha a két hullám útkülönbsége a hullámhossz egész számú többszöröse

A hőmérsékleti sugárzás

Felhevített tárgyak több száz fokos hőmérsékletet elérve először vörösen, majd még magasabb hőmérsékleten sárgán izzanak, tehát fényt (elektromágneses hullámokat a látható tartományban) bocsátanak ki.



Bár csak a nagyon forró testek sugárzását láthatjuk saját szemünkkel, műszerek segítségével az alacsonyabb hőmérsékletű testek sugárzását is megmérhetjük. Minden test aminek a hőmérséklete nem abszolút nulla sugároz.



Mivel ezzel az elektromágneses sugárzás kibocsájtó képességgel minden melegített test rendelkezik, ennek az oka nyilvánvalóan a test hőmérséklete és nem különleges összetétele. Így ezt a sugárzást **hőmérsékleti sugárzásnak** nevezzük. Nyilvánvaló, hogy vannak különleges összetételű testek (fénycső, szentjánosbogár, stb.), amelyek *hidegen* is képesek fényt kibocsájtani és sugárzásuk nem ebbe a kategóriába tartozik (**lumineszcencia sugárzások**).

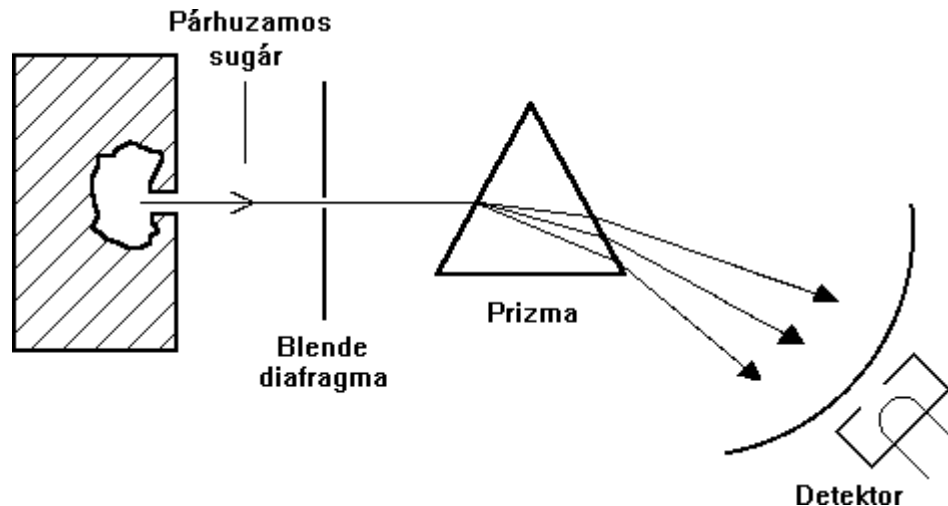
A hőmérsékleti sugárzás

Ideális fekete test: amely a ráeső sugárzást teljesen elnyeli. Bizonyítható, hogy az ilyen test sugároz legintenzívebben (adott hőmérséklet mellett) és a kibocsátott sugárzás csak a hőmérséklettől függ (anyagi minőségtől nem).

Ez bármely anyagból készült üreges testtel és azon egy kicsiny lyukkal valósítható meg, mert a lyukra igaz, hogy

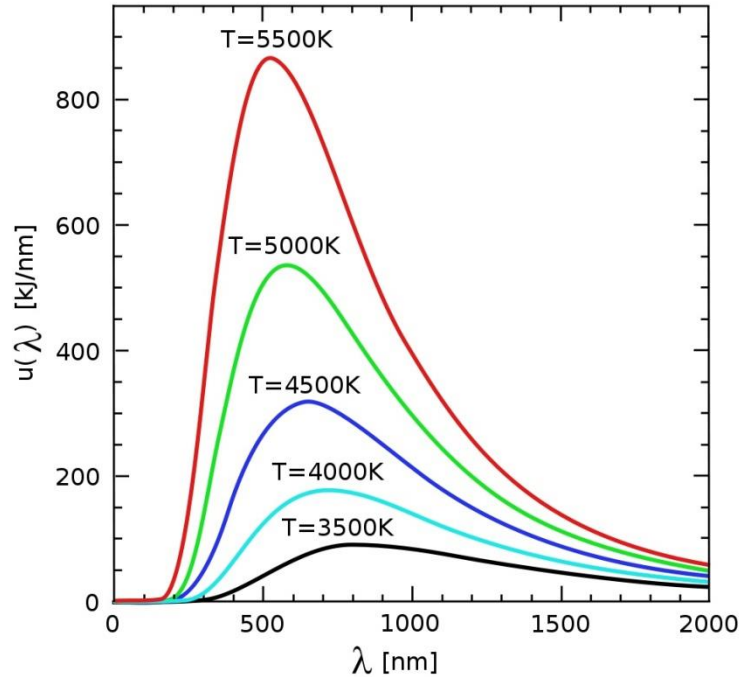
- a ráeső sugárzás a lyukon mind bemegy az üregbe
- az üreg belső faláról visszavert fény nagy valószínűséggel belül marad és elnyelődik
- belül az elektromágneses sugárzás és az anyag között termodinamikai egyensúly áll be
- a sugárzás spektruma ekkor csak az anyag hőmérsékletétől függ.

Az üregsugárzás spektrumának felvétele:



A hőmérsékleti sugárzás spektruma

Az emisszió-képesség hullámhosszfüggése (spektrum):



Ez a négyes itt a negyedik hatványt jelenti!!!

Bár a XIX. században Maxwell egyenleteiből klasszikus elgondolással nem sikerült levezetni a hőmérsékleti sugárzást leíró egyenletet, azért voltak részeredmények:

Nagyobb hőmérsékleten a görbe maximuma alacsonyabb hullámhossz felé tolódik: **Wien-féle eltolódási törvény:**

$$\lambda_{max} \cdot T = \text{állandó}$$

A Wien-féle állandó értéke $2,9 \cdot 10^{-3}$ Km.

A teljes kisugárzott teljesítményt (görbe alatti területet) a hőmérséklet függvényében a **Stefan-Boltzmann törvény** adja meg:

$$P = \sigma \cdot T^4 \cdot A$$

ahol $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ W/(m²·K⁴) a Stefan-Boltzmann állandó.

A hőmérsékleti sugárzás spektruma

Végül **Max Planck** 1900-ban sikerrel járt a hőmérsékleti sugárzás spektrumának levezetésében. Feltételezte ugyanis, hogy az üregben az elektromágneses (EM) állóhullámok formájában jelen lévő EM sugárzási energia adagokban (ε_1) vehető fel. Ez lecsökkenti az egy állóhullám módusra (2 szabadsági fokra) jutó átlagos energiát:

$$\varepsilon_{\text{átlag}} = \varepsilon_1 / (\exp(\varepsilon_1/kT) - 1) < kT$$

A kis hullámhosszú (tehát nagy frekvenciájú) sugárzásból (pl. UV sugárzás) azért van kevés az üregben, mert arra a sugárzásra már igen nagyok az energia adagok.

Azaz az energia adagnak arányosnak kell lennie a frekvenciával: $\varepsilon_1 = h \cdot f$

A h konstans mai neve: Planck-állandó

A kísérleti adatokkal akkor a legjobb az egyezés, ha $h = 6,63 \times 10^{-34}$ Js

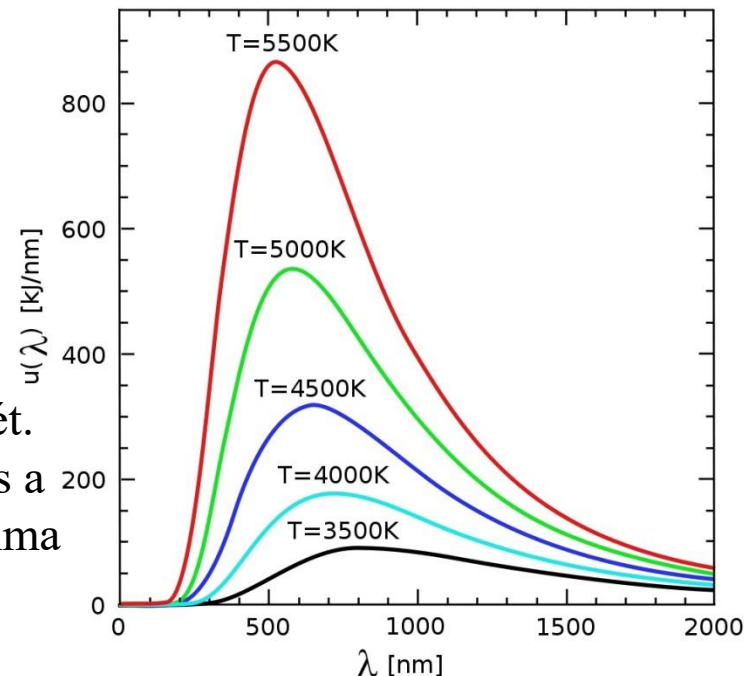
Ezzel a spektrum alakját leíró fv
(Planck törvénye)

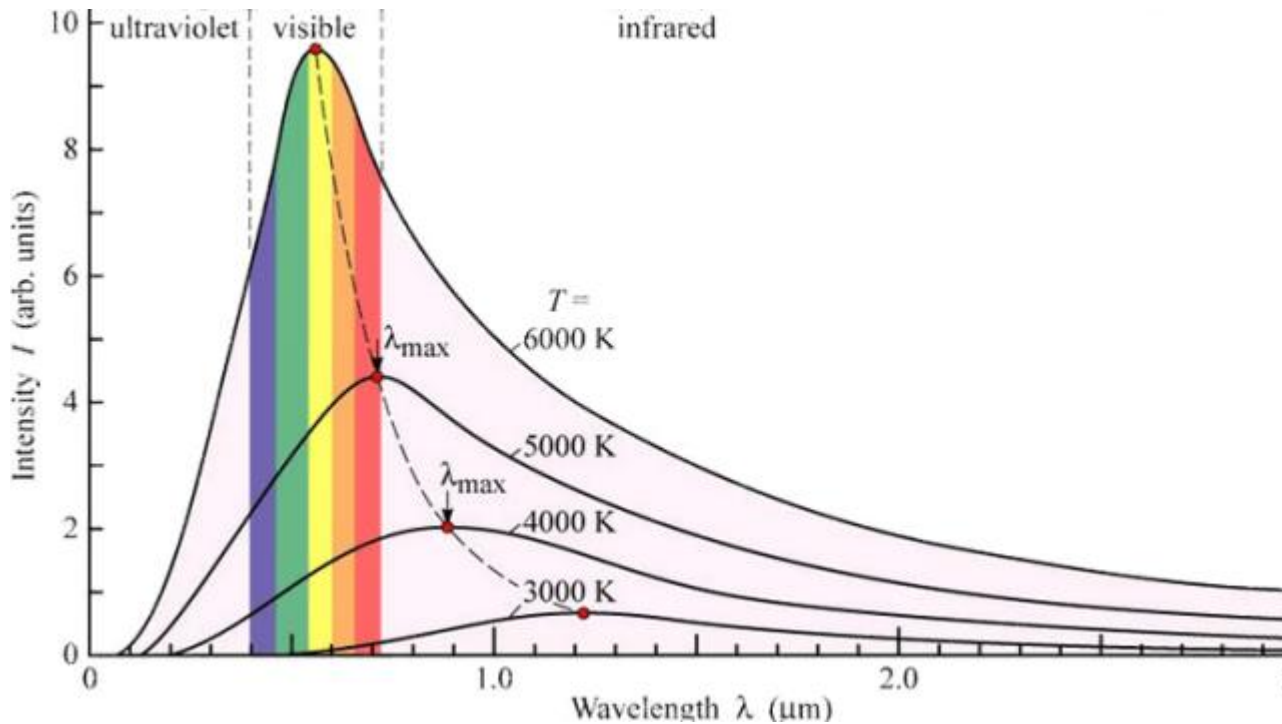
$$I(f) = \frac{Khf^3}{e^{\frac{hf}{kT}} - 1}$$

Az adag neve idegen szóval kvantum.

Ez az eredmény jelentette a **kvantum fizika** kezdetét.

Ez egyre jobban feltűnő amikor a frekvencia nagy és a csomagok (kvantumok) energiája nagy, például gamma sugárzás esetén.



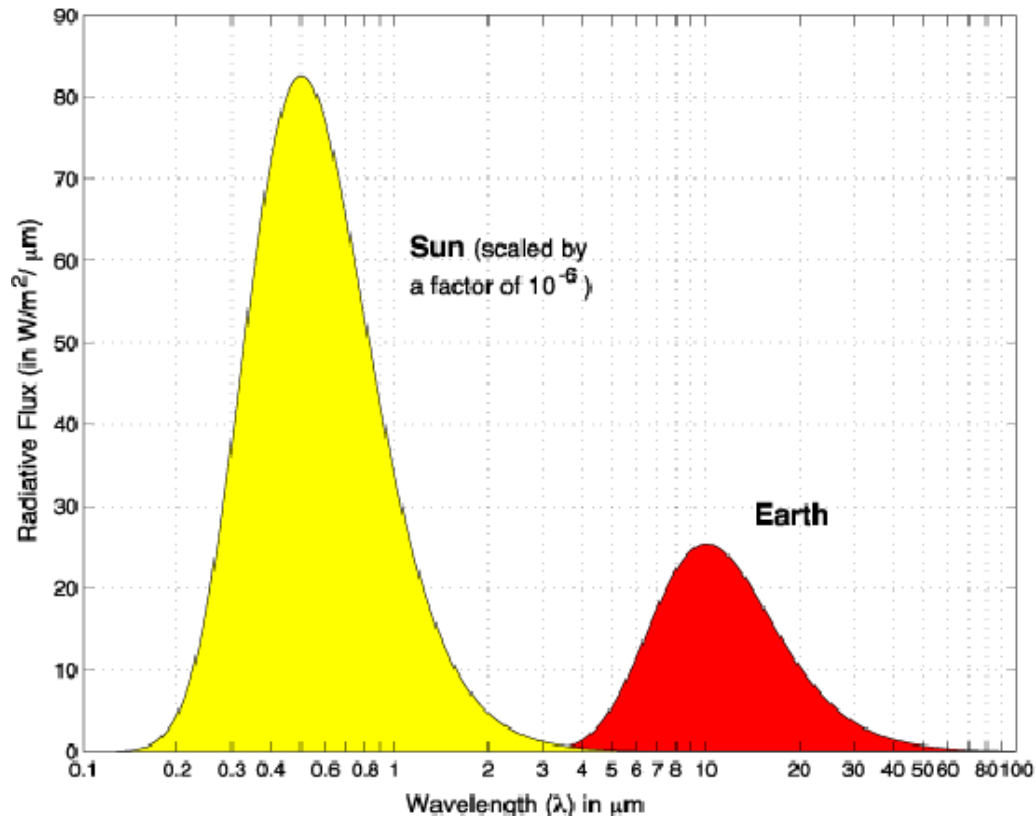


Megjegyzések:

1, A kb. 6000K-es Nap felszín 0,6 μm környékén sugároz legintenzívebben, a 3000K-es izzószál pedig 1,2 μm környékén. Egységnyi felületeik sugárzásainak aránya 16 : 1.

2, A látás szempontjából a Nap felszíne optimális hőmérsékletű, de még így is a sugárzás kisebb része esik a látható tartományba.

Black Body Emission Curves of the Sun and Earth



A kb. 290K átlagos hőmérsékletű Föld felszín a távoli IR-ben (kb. 10 μm) sugároz legintenzívebben. Az intenzitásokban millió-szoros eltérések vannak.

Tesztkérdések

Melyik nem igaz? Ahogy növeljük egy test hőmérsékletét, átlagosan

- a) egyre nagyobb energiájú fotonokat bocsájt ki
- b) egyre nagyobb hullámhosszúságú elektronokat bocsájt ki
- c) egyre kisebb hullámhosszúságú fotonokat bocsájt ki
- d) egyre több fotont bocsájt ki

Egy test abszolút hőmérsékletét kétszeresére növeljük. Melyik állítás lesz igaz az alábbiak közül?

- a) A kisugárzott összenergia és a legnagyobb intenzitású fotonok kvantumenergiája is kétszeresére nő
- b) A kisugárzott összenergia a négyszeresére nő, de a legnagyobb intenzitású fotonok kvantumenergiája nem változik
- c) A kisugárzott összenergia a nyolcszorosára nő, de a legnagyobb intenzitású fotonok kvantumenergiája nem változik
- d) A kisugárzott összenergia a 16-szorosára nő, a legnagyobb intenzitású fotonok kvantumenergiája pedig a kétszeresére nő

Fényelektromos hatás (fotoeffektus)

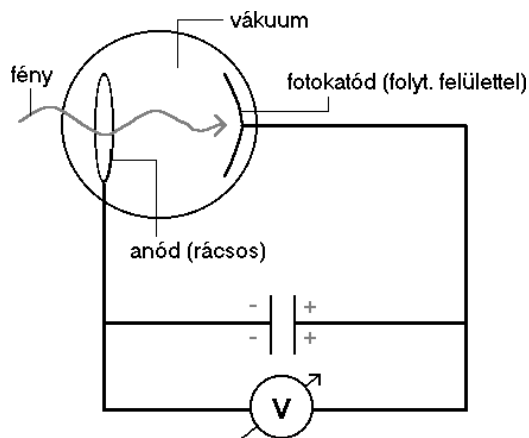
Ultraibolya fény hatására egy cinklemezről elektronok hagynak el.

A jelenséget a fény hullámtermészetével magyarázva azt várjuk, hogy az elektronok kilépése csak a hullám intenzitásától függ.

Kísérleti tapasztalatok:

- Ha a megvilágító fény frekvenciája nem ér el egy f_0 (határfrekvencia) értéket akkor elektronkilépés nincs, bármekkora is az intenzitás (f_0 az anyagi minőségtől függ).
- Ha van kilépés, akkor a kilépő elektronok sebessége a fény frekvenciájától függ.
- A kilépő elektronok száma arányos a fény intenzitásával, állandó $f > f_0$ mellett.
- Az elektronok kilépése szinte azonnal megindul a megvilágítás kezdetétől mérve.

Ezek a tapasztalatok a fény hullámtermészetével nem magyarázhatók.



A fény elektronokat vált ki a fotokatódról. Az elektronok felfutnak az anódrácsra. Ez a folyamat egy U ellenertét épít fel és addig tart, amíg az elektronok át tudnak rajta haladni:

$$U \cdot e = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \quad e, m, v \text{ az elektron töltése, tömege, sebessége}$$

Fényelektromos hatás (fotoeffektus)

Einstein (1905): A fény részecskeként viselkedik, részecskéi a **fotonok**, melyek energiája

$$E = hf.$$

Ez az energia csak egy elektronnak adódik mind oda, amellyel a foton kölcsönhatásba lép. Nem oszlik szét a környező elektronok közt.

Einstein fényelektromos egyenlete (Nobel-díjat kapott érte):

$$hf = W_{ki} + \frac{1}{2} m_e v^2$$

W_{ki} : fémre jellemző **kilépési munka** (egy e^- kiszabadításához szükséges energia).

m_e : elektron tömege

Határfrekvencia:

A foton összes energiája a kilökésre fordítódik, nem marad fel kinetikus energia:

$$hf_0 = W_{ki}$$

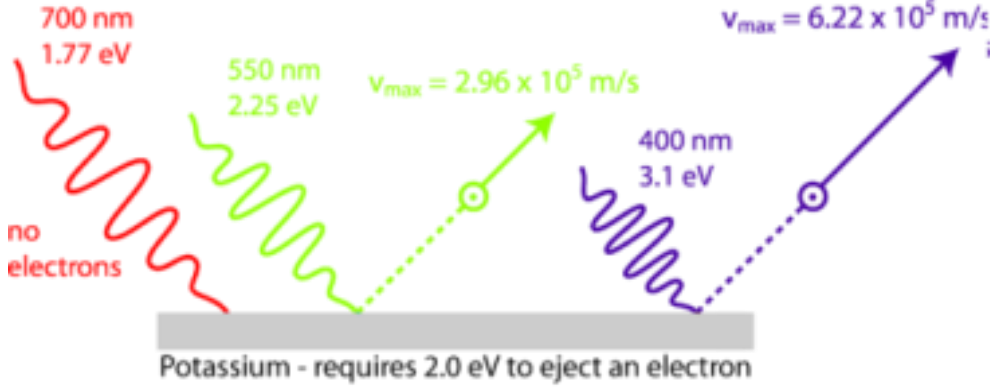
Van másféle fotoeffektus is.

a, **belső fotoeffektus**: fény hatására a félvezető vezetővé válik (pl. fénymásoló)

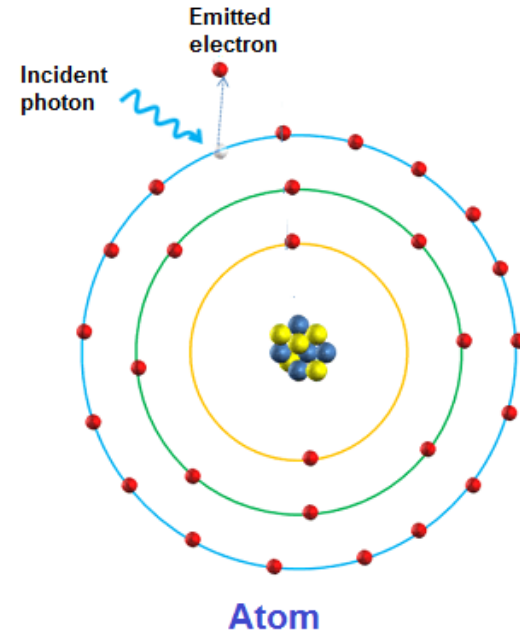
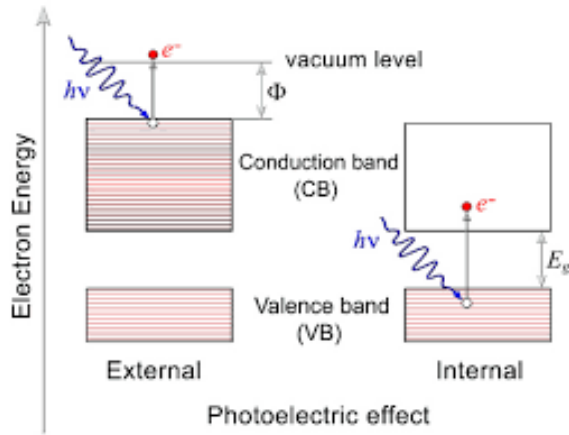
b, **atomi fotoeffektus**: a foton kölcsönhat egy atommal és ennek során egy elektron leszakad az atomról

Photoelectric effect

$$E_{\text{photon}} = h\nu$$



Fényelektromos jelenség
Belső fotoeffektus
Atomi fotoeffektus



A foton lendülete

Az Einstein-féle **tömeg-energia ekvivalencia** alapján: $E = mc^2$.

A foton energiája: $E = hf$

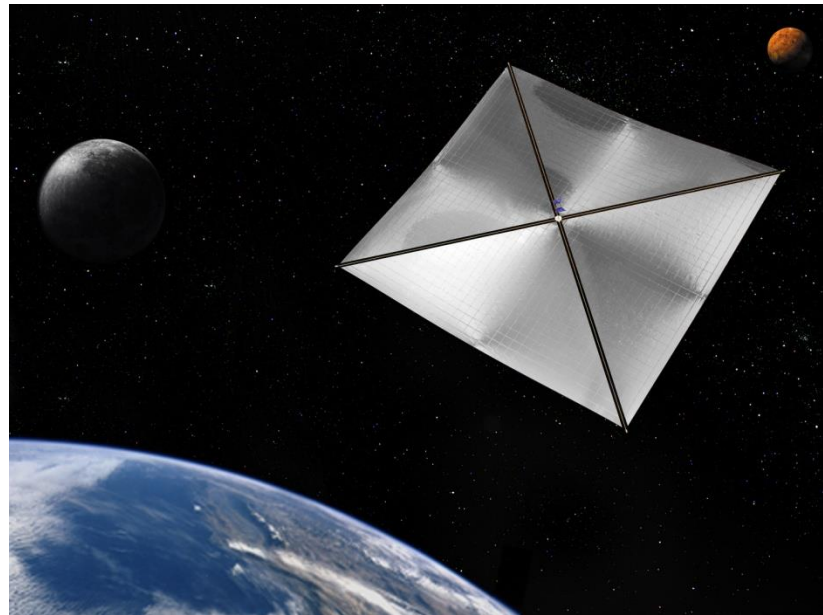
Tehát a fotonhoz rendelhetünk egy tömeget (nem a nyugalmi tömeg, mert az nincs neki!):

$$m_f = \frac{E_f}{c^2} = \frac{hf}{c^2} = \frac{h}{\lambda c}$$

Ezt a foton c sebességével megszorozva kapjuk a **foton lendületét**: $p_f = m_f c = \frac{h}{\lambda c} c = \frac{h}{\lambda}$

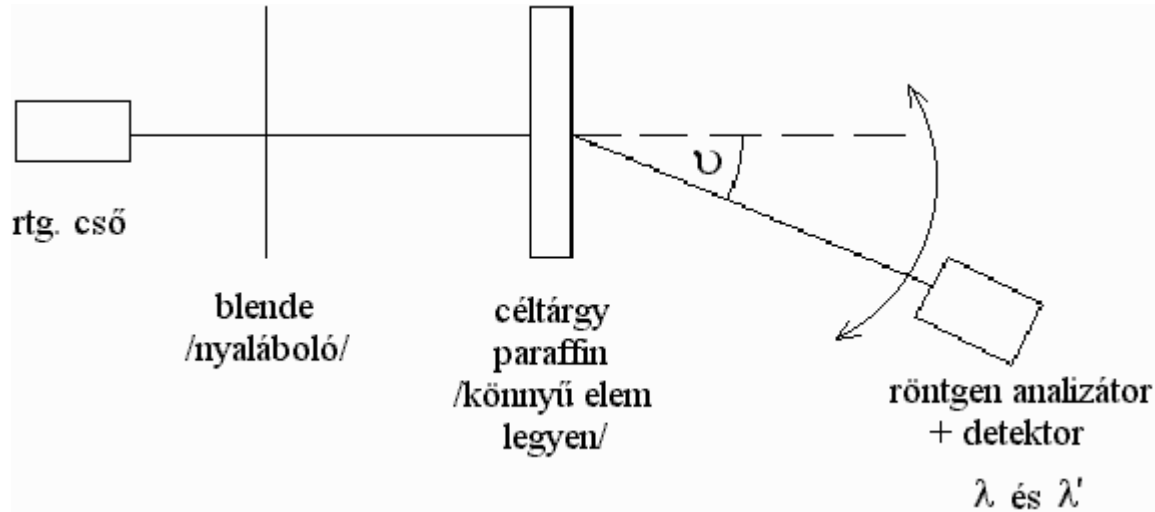
Ez a mennyiség a fontos akkor, amikor a foton részecskéken szóródik (Compton-szórás), illetve emiatt a **foton nyomást fejt ki** a felültre, ami őt elnyeli vagy visszaveri.

A fény nyomását használva vitorlázhatunk az űrben.



A Compton-szórás

A röntgenszó által kibocsátott röntgen sugarak a céltárgyon szóródnak. Ezt követően röntgen analízátor és detektorral sugarakat fogunk fel.



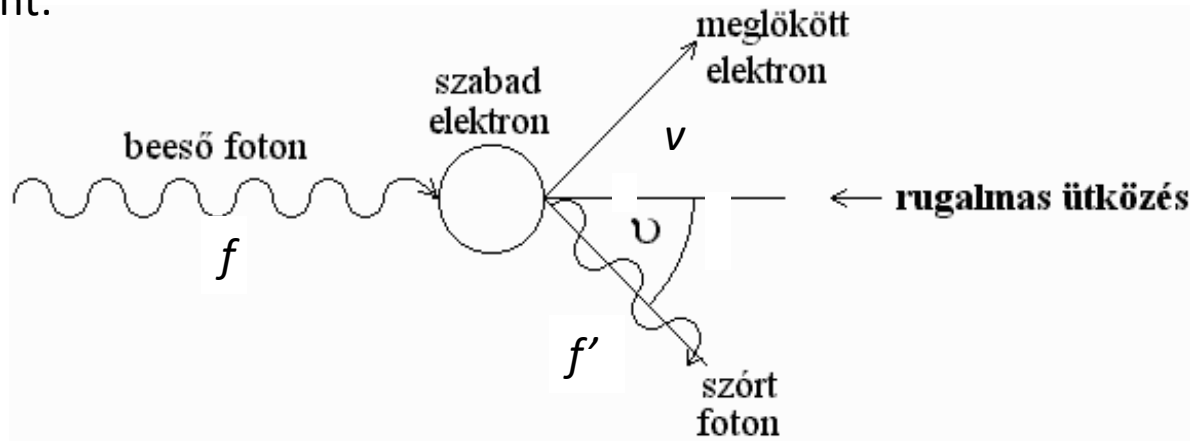
Tapasztalatok:

A detektor λ és λ' hullámhosszon jelez: $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda$

- $\Delta\lambda$ független λ -tól és a céltárgy anyagától.
- $\Delta\lambda$ függ θ -tól.

Magyarázat

A röntgen sugárzás szóródása az atomok külső, alig kötött elektronjain történik az alábbiak szerint:



A röntgen foton energiája elég nagy az elektron kötési energiájához képest, ezért az nagyjából szabadnak tekinthető.

A folyamatban a foton rugalmasan ütközik a szabad elektronnal: megmarad az energia összegük és a lendületvektor összegük.

A foton kezdeti energiája $E = h \cdot f$, lendülete $p_f = h/\lambda = h \cdot f/c$ (vízszintes)

A foton végső energiája $E = h \cdot f'$, lendülete $p_f = h/\lambda' = h \cdot f'/c$ (θ szögben lefelé)

A meglökött elektron energiája $E = \frac{1}{2}m \cdot v^2$, lendülete $p_f = m \cdot v$ (ismeretlen szögben felfelé)

Végeredményben

A megmaradási tételekből levezethető, hogy:

$$\lambda' - \lambda = \Lambda_c(1 - \cos\vartheta)$$

azaz

$$\Delta\lambda = \Lambda_c(1 - \cos\vartheta)$$

ahol $\Lambda_c = h/mc = 2,43\text{pm} = 2,43 \cdot 10^{-12}\text{m}$ az e^- Compton-hullámhossza.

A $\Delta\lambda$ tehát csak a szóródási szögtől függ és a Compton-állandótól.

90° -os szóráshoz $\Delta\lambda = \Lambda_c$, 180° -os szóráshoz $\Delta\lambda = 2\Lambda_c$ tartozik.

Megj.: A Compton-effektusban mutatkozik meg legjobban a sugárzás részecske természetete. Ez a kvantumelmélet egyik legstabilabb alapja.

A fényelektromos jelenség során fény hatására elektronok lépnek ki a fémből. Mi történik, ha növeljük a megvilágító fény frekvenciáját?

- a) a kilépő elektronok száma is sebessége is megnő
- b) a kilépő elektronoknak csak a sebessége nő meg
- c) a kilépő elektronoknak csak a száma nő meg
- d) a kilépő elektronok száma is sebessége is változatlan marad

Valamely foton frekvenciája 5×10^{14} Hz. Számítsuk ki a hullámhosszát (λ) és kvantumenergiáját (ϵ)!

- a) $\lambda = 6 \mu\text{m}$; $\epsilon = 3,3 \times 10^{-19}$ J
- b) $\lambda = 6 \mu\text{m}$; $\epsilon = 3,3 \times 10^{-18}$ J
- c) $\lambda = 600 \text{nm}$; $\epsilon = 3,3 \times 10^{-19}$ J
- d) $\lambda = 600 \text{nm}$; $\epsilon = 3,3 \times 10^{-18}$ J

A Compton-szórás során a röntgensugárzás hullámhossz változása független a szóróközeg anyagi minőségétől, mert a Compton-szórás az atommagon történik.

- a) Az állítás és az indoklás is helyes, közöttük oki kapcsolat van
- b) Az állítás és az indoklás is helyes, közöttük nincs oki kapcsolat
- c) Az állítás igaz, de az indoklás nem
- d) Sem az állítás, sem az indoklás nem igaz