# Diagnosztikai képalkotó eljárások fizikai alapjai GEFIT303B

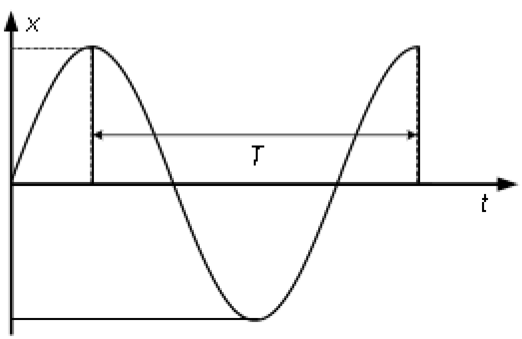
1. előadás: Hullámtani alapismeretek

# A harmonikus rezgés

- Rezgések és hullámok a fizikának és a műszaki tudományoknak nagyos sok ágában előfordulnak, pl. a hangtanban. Ha egy gitár egyik húrját festékpöttyel megjelöljük, a festett pont is rezgést végez. A legegyszerűbb rezgés a (szinuszos) harmonikus rezgés. Ilyet végeznek pl. szilárd test atomjai egyensúlyi helyzetük körül.
- Akkor végez egy tömegpont harmonikus rezgést, ha rá egy erő hat, a rugalmas erő erőtörvénye: Fx=-Dx, ahol x az egyensúlyi helyzettől való kitérés (ill. ha az erők eredője a fenti rugalmas erő). Tehát ez egy visszahúzó erő, ami arányos a kitéréssel, csak ellentétes irányú. Ebből kapjuk a mozgásegyenletet:

  m·x = -Dx . Ez egy másodrendű közönséges differenciál-egyenlet, az általános megoldása, a mozgástörvény: $\boxed{x(t)=A\sin(\omega t+\delta),}$

ahol $\omega = (D/m)^{1/2}$ a körfrekvencia, továbbá *A* az amplitúdó (a kitérés maximális értéke), $\delta$ pedig a kezdőfázis.




Tehát szinuszos (harmonikus) rezgés jön létre.
A periódusidő a legkisebb olyan T idő, amelyre x(t)=x(t+T) bármely t-re.
A körmozgáshoz hasonlóan

$$T = 2\pi / \omega$$

# Az egyenletes körmozgás és a harmonikus rezgés kapcsolata

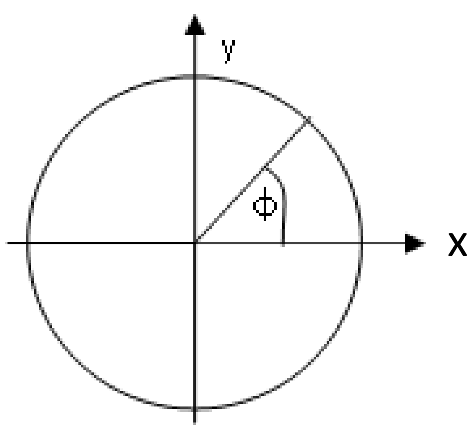
Induljunk ki abból, hogy egyenletes körmozgásnál a szögsebesség állandó: $\phi=\omega t$. Ekkor az x koordinátát az $r\cdot\cos\phi$, az y-t pedig az $r\cdot\sin\phi$ formula adja meg. Beírva $\phi$ helyére $\omega t$ –t, kapjuk, hogy

$$x(t)= r\cdot\cos(\omega t) \quad \text{és} \quad y(t)= r\cdot\sin(\omega t) ,$$

tehát mindkét koordináta harmonikus rezgőmozgást végez.

Más szavakkal, az egyenletes körmozgás felbontható két egymásra merőleges harmonikus rezgőmozgásra, amelyek fáziskülönbsége $\pi/2$

(hisz $\cos(\omega t)= \sin(\omega t+ \pi/2)$).




Emiatt a hasonlóan jelölt mennyiségek nemcsak formailag hasonlóak, hanem tartalmilag is megfelelnek egymásnak: T a keringési vagy periódusidő, ω a szögsebesség vagy a körfrekvencia.

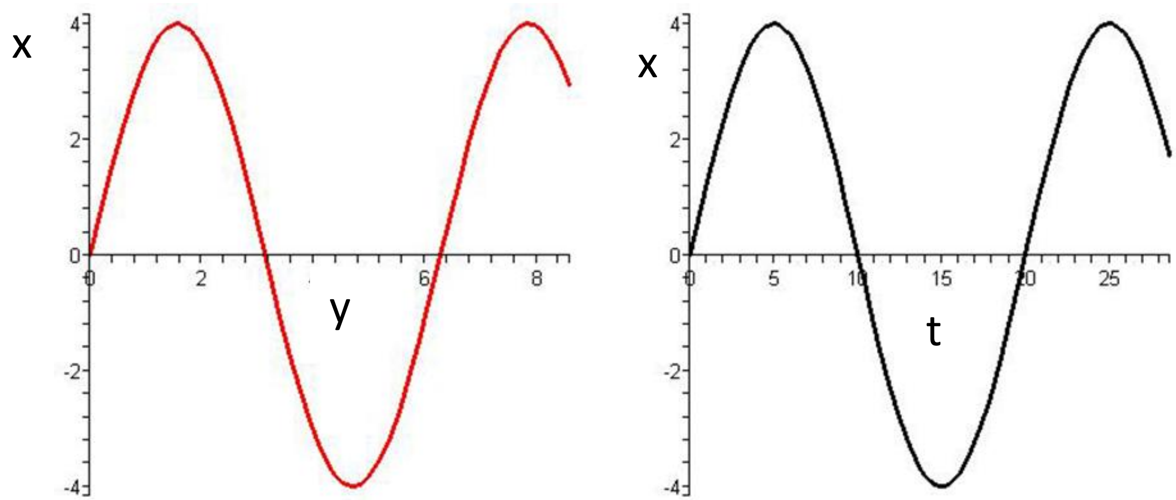
# Hullámok

Tekintsünk egy haladó hullámot, pl. vízhullámot, a hullám forrásától elég távol. Ha egy konkrét időpillanatban lefényképeznénk, azt látnánk, hogy térben (megközelítőleg) periodikus, a terjedés irányában. Ha viszont egy adott pontban vizsgáljuk az időbeli viselkedést, akkor láthatjuk, hogy hullámvölgyek és hullámhegyek haladnak át az adott ponton, időben periodikusan.

Legyen A az a mennyiség, amelyik hullámszerűen változik, vízhullámoknál pl. a vízfelszín nyugalmi helyzethez képesti magassága. Tegyük fel, hogy a hullám x irányban terjed, a többi iránnyal nem foglalkozunk.

A legegyszerűbb hullámfüggvény pl. az y tengely irányába terjedő egy dimenziós hullámra:

***x = Asin (ωt − ky)*** , ahol k a hullámszám, ω a körfrekvencia.




$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Rögzített t-re x térben periodikus, rögzített y-re x idő szerint periodikus

# Hullámok/2

Vizsgáljuk meg a térbeli periodicitást. Tegyük fel, hogy egy adott $y_1$ -hez van olyan $y_2$ , hogy $x_1 = x_2$ bármely időpillanatban, azaz

$$A\sin(\omega t - ky_1) = A\sin(\omega t - ky_2)$$

Ebből következik, hogy az argumentumok egymástól 2π többszörösével térnek el. Ebből minket az érdekel, hol van az $y_1$ -hez legközelebbi $y_2$ , ahol $x_1 = x_2$ , tehát az argumentumok

legkisebb különbségét vesszük: $ky_1 + 2\pi = ky_2$ , amiből $y_2 = y_1 + 2\pi/k$ .

Tehát az $x$ változása $\lambda = 2\pi/k$ szerint periodikus, a $\lambda$ mennyiség neve: <u>hullámhossz</u>, mértékegysége a méter. Ezeket beírva kapjuk:

$$x = A \cdot \sin\left(2\pi \cdot \left(t/T - y/\lambda\right)\right)$$

Az ábrán látható példán λ=2π, ebből kapjuk, hogy k=1. A második ábráról T=20, vagyis f=1/20 és ω=π/10. A függőleges tengelyen a kitérés van, ennek maximális értéke, az amplitúdó A=4, ez mindkét ábrából leolvasható.

# Hullámok/3

Ez a hullám az y tengely pozitív irányába terjed, kérdés, milyen sebességgel.

Ha dy távolságot megteszünk a haladás irányában (jobbra), ott dt-vel később zajlik le minden (pl. ugyanaz a hullámvölgy dt idővel később ér oda), vagyis ha y-hez hozzáadunk dy-et és t-hez hozzáadunk dt-t, az argumentum nem változik:

$$ft - y/\lambda = f(t + dt) - (y + dy)/\lambda \, ,$$

ebből $dy/\lambda = f dt$ , azaz $dy/dt = f \cdot \lambda$ , vagyis kaptunk egy fontos összefüggést a hullám terjedési sebességének nagyságára (a hullámmozgás alapösszefüggése):

$$\boxed{c = f\lambda}$$

Ezzel $x = A \cdot \sin(2\pi/\lambda)(ct - y) = A \cdot \sin(2\pi/\lambda)(y - ct)$

Ez az alak ekvivalens a korábbi alakokkal: $x = A \cdot \sin(\omega t - ky)$

$$x = A \cdot \sin(2\pi \cdot (t/T - y/\lambda))$$

De míg az első két alak az általa leírt fizikai mennyiség idő- és hely szerinti periodicitását hangsúlyozza, a 3. alak inkább a fázis c sebességű mozgását.

# Hullámok osztályozása

Ha a hullámfüggvény vektormennyiséget ír le, a hullámokat két csoportba oszthatjuk:

**transzverzális hullámnál** a változó vektor merőleges a terjedés irányára (ilyenek pl. a vízhullámok), **longitudinális hullámnál** egy egyenesbe esnek.

Utóbbira példa, ha egy vékony rúd végére ráütünk a rúd hossztengelye irányába mutató sebességgel, ekkor a vektor mennyiségnek a részecskék egyensúlyi helyzetétől való kitérése felel meg, ez pedig a rúd hossztengelyének irányába mutat, emellett a hullám is a rúd megütött végétől a másikig terjed, a két irány megegyezik.

Megjegyezzük, hogy léteznek ***állóhullámok*** is, amelyekre c=0. Azonban őket nem a fenti síkhullám függvény, hanem pl. a $\sin(kx)\sin(\omega t)$ függvény írja le, és tipikusan visszaverődéskor keletkeznek. Állóhullámokkal a továbbiakban nem foglalkozunk.

Számunkra a legfontosabb longitudinális hullám a **hanghullám** *c= kb. 340m/s (normál levegőben)*
Ismeretes, hogy az emberi fül számára (közelítően, kortól is függően) a 20Hz és 20kHz közötti frekvenciájú hangok hallhatóak. Az alacsonyabb frekvenciájú hangokat infrahangnak, a magasabbat ultrahangnak nevezzük.

A legfontosabb transzverzális hullám a **fény**. **A fény elektromágneses hullám**,

a fénysebesség $c= 3\cdot10^8$m/s

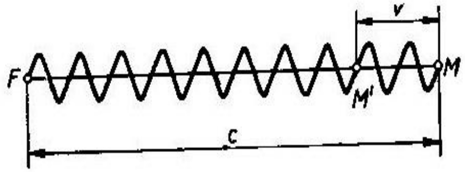
## A Doppler-effektus

Christian Doppler (1803-1853) osztrák fizikus 1847 és 1849 között a Miskolci Egyetem jogelőd intézményében, a selmecbányai Bányászati és Erdészeti Akadémián a matematika, fizika és mechanika professzora volt.

Ha a hullámforrás és a megfigyelő egymáshoz képest mozog, akkor a megfigyelő a hullám frekvenciáját és hullámhosszát a kibocsájtott hullámétól eltérőnek érzékeli. Ez az effektus, amely a felfedezőjéről a Doppler-effektus nevet kapta igen sok műszaki alkalmazásnak (pl. lézeres, radaros vagy ultrahangos sebességmérés) képezi alapját.

Mi itt most az akusztikai Doppler-effektussal foglalkozunk, erre mindenkinek lehet hétköznapi tapasztalata is. Például a közeledő vonat füttyét magasabbnak halljuk, mint amikor már távolodik tőlünk. Tekintsük a legegyszerűbb esetet, amikor a hangforrás, illetve megfigyelő sebessége az őket összekötő egyenesen van.

a) a közegben nyugvó hullámforráshoz (F) képest v sebességgel mozgó megfigyelő (M) időegység alatt nemcsak az f számú rezgést fogja fel, hanem azokat is, amelyek a v hosszúságú szakaszra esnek (v/λ).




Ennek megfelelően a megfigyelő által észlelt frekvencia,

$$f' = f\left(1 \pm \frac{v}{c}\right)$$

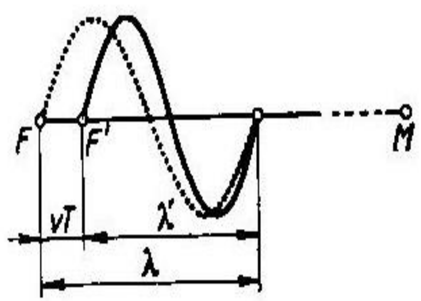
ahol a + jel a közeledő, a – jel a távolodó megfigyelőre vonatkozik.

b) Ha a hullámforrás mozog a közegben nyugalomban lévő megfigyelőhöz képest, akkor (közeledő forrás esetén) a rezgés első fázisát még távolabb bocsájtja ki, mint (T idő múlva) az utolsó fázisát.

$$\lambda' = \lambda - vT$$

Ez az ábrán is mutatott módon a hullámhossz lerövidülését okozza, amely a

$$f' = f\frac{1}{1 \mp \frac{v}{c}}$$




módosult frekvenciára vezet. Itt a – előjel a fenti esetre, a + pedig a forrásra vonatkozik.

Ha mozgó tárgyról visszaverődő hullámot detektálunk az álló hullámforrás mellett, akkor mindkét fenti képletet kell egyszerre alkalmazni. U. i. a mozgó tárgy az a) pont szerint detektálja az f'-t, majd az általa kibocsájtott f'-t a b) pont szerinti képlettel kell átszámítani a detektált f' frekvenciát. A végeredmény közeledő visszaverő tárgy esetén:

$$f' = f\frac{1+\frac{v}{c}}{1-\frac{v}{c}}$$

Ha v<<c, akkor jó közelítés az $f' \approx f\cdot(1+2v/c)$ képlet

Megjegyezzük, hogy ha a **vákuumban terjedő fényt tekintjük,** akkor az a) és a b) eset nem különbözik egymástól. Tekintve, hogy a relativitáselmélet szerint csak a relatív mozgás értelmezhető. Ekkor a levezetés eredménye , ahol v a relatív (közeledő) mozgás sebessége.

$$f' = f\sqrt{\frac{1+\frac{v}{c}}{1-\frac{v}{c}}}$$

Ezt a képletet kétszer alkalmazva (közeledő visszaverő tárgy) szintén a fenti f''-t kapjuk.

# Elektromágneses hullámok

A hullámok közül talán az elektromágneses (EM) hullámok a legfontosabbak, hisz a legfontosabb érzékünk a látás is ennek (illetőleg ennek egy szűk frekvencia tartományának, a fénynek) a detektálásán alapul. Az EM hullámban **elektromos** és **mágneses** térjellemzők változnak térben és időben periodikusan. Először ezeket a térjellemzőket értelmezzük.

**Az elektromos térerősség (E ) értelmezése**

Valamilyen töltéseloszlással létrehozunk egy elektromos mezőt. Ebbe a (külső) mezőbe helyezzünk egy kicsi Q töltést (nevezzük próbatöltésnek). A rá ható F erő ekkor arányos a próbatöltés nagyságával. Tehát a hányadosuk: $E=F/Q$

független lesz a próbatöltéstől, azaz csak az elektromos mezőtől fog függeni. Ezt a hányadost elektromos térerősségnek nevezzük, a mértékegysége $[E]= 1N/C = 1V/m$.

## A mágneses indukcióvektor (B) értelmezése

A mágneses mezőt jellemző mágneses indukcióvektort az Ampère-erő segítségével definiáljuk. Tekintsünk egy áramjárta egyenes vezetőt, amelyet a (homogén) mágneses mező egy tetszőleges pontjába helyezzük, és mérjük a rá ható erőt. A vezetőre jellemző adatok az áramerősség I, és az $\vec{\ell}$ vektor, amely az áram irányába mutat, hossza pedig megegyezik a vezető hosszával.

A mérési tapasztalatok szerint a vezetőre ható erő mindig merőleges a vezetőre: .

$$\Delta\vec{F} \perp \vec{\ell}$$

Homogén térben mindig felvehető egy olyan kitüntetett *e* egyenes, amelynek irányába állítva a vezetőt, rá erő nem hat: $\vec{F} = \vec{0}$ Ha a vezető szöget zár be az *e* egyenessel, akkor az erő merőleges az $\vec{\ell}$ és *e* síkjára és nagysága arányos az I árammal, az $\vec{\ell}$ vektor *l* hosszával, valamint a közbezárt szög szinuszával. A

$$\frac{F}{\mathrm{I}\,\ell \sin\alpha}$$

hányados az áramelem adataitól már nem függ, kizárólag a mágneses mezőt jellemzi, ezt nevezzük a mágneses indukció nagyságának.

$$B = \frac{F}{\mathrm{I}\,\ell \sin\alpha}$$

## A mágneses indukcióvektor (B) értelmezése/2

A mágneses indukció iránya pedig párhuzamos az *e* kitüntetett egyenessel, és értelme olyan, hogy $\vec{\ell}$, $\vec{B}$ és $\vec{F}$ ebben a sorrendben jobbsodrású rendszert alkosson:

$$\left\{\vec{\ell}, \vec{B}, \vec{F}\right\}$$

A mágneses indukció mértékegysége:

$$[B] = 1\frac{N}{Am} = 1\frac{Nm}{Am^2} = 1\frac{VAs}{Am^2} = 1\frac{Vs}{m^2} = 1\,tesla = 1T$$

Ezt felhasználva az **Ampère-erő** *képlete*:

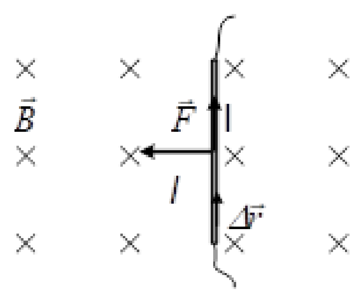
$$\boxed{\vec{F} = \mathrm{I}\vec{\ell} \times \vec{B}}$$

Tekintsünk egy *l* hosszúságú *A* keresztmetszetű vonalas vezetőszakaszt, és az legyen merőleges a homogén mágneses mezőre (lásd az ábrát). Ekkor az erő iránya az ábrán látható, a nagysága pedig: .

$$F = B\mathrm{I}l$$

Ha a vezeték szöget zár be a mágneses indukcióval, akkor: $F = B\,\mathrm{I}\,l\sin\alpha$

*Ampère-erő iránya*



# Monokromatikus síkhullám megoldás

A hullámegyenleteknek egyik lehetséges megoldásai a síkhullámok. Ha a **hullám forrásától elegendően messze** vagyunk akkor mindig tekinthetjük a hullámokat síkhullámoknak. Egy *z* irányba terjedő síkhullámra:

$T$: periódusidő $\lambda$: hullámhossz

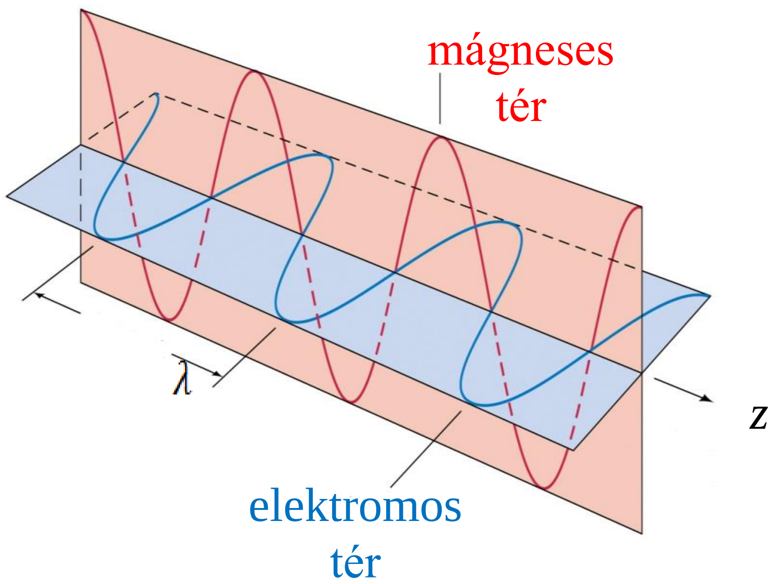
$$E_x = E_{x0}\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{z}{\lambda}\right)\right] = E_{x0}\sin(\omega t - kz)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad \text{körfrekvencia}$$

$$B_y = B_{y0}\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{z}{\lambda}\right)\right] = B_{y0}\sin(\omega t - kz)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{(kör)hullámszám}$$

Ez a megoldás monokromatikus mivel csak egyféle frekvenciát tartalmaz.



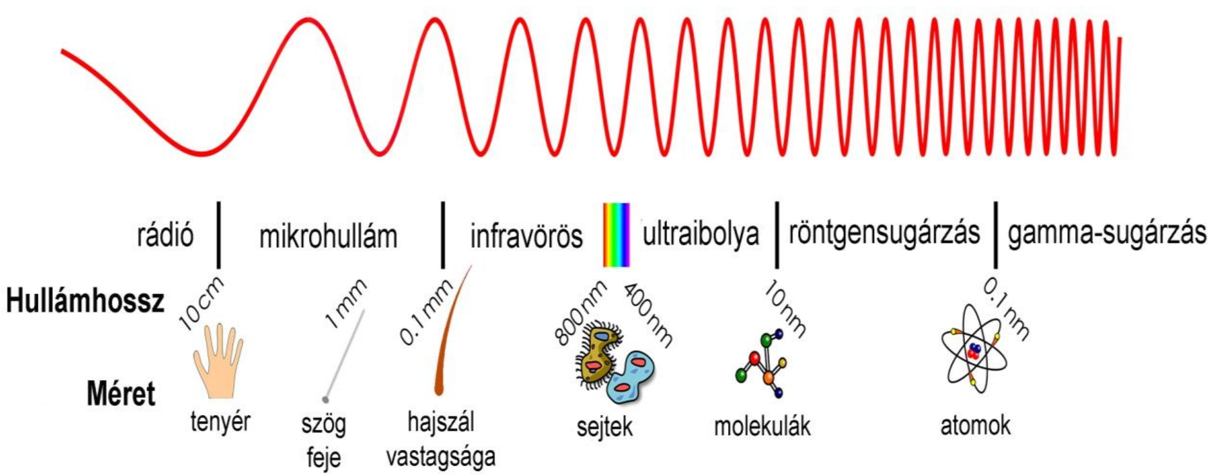

Az elektromágneses hullámban $\vec{\boldsymbol{E}}$ és $\vec{\boldsymbol{B}}$ merőleges,
Továbbá $\vec{\boldsymbol{E}}$, $\vec{\boldsymbol{B}}$, és $\vec{\boldsymbol{v}}$ jobbsodrású rendszert alkot (itt *x*, *y*, *z*).

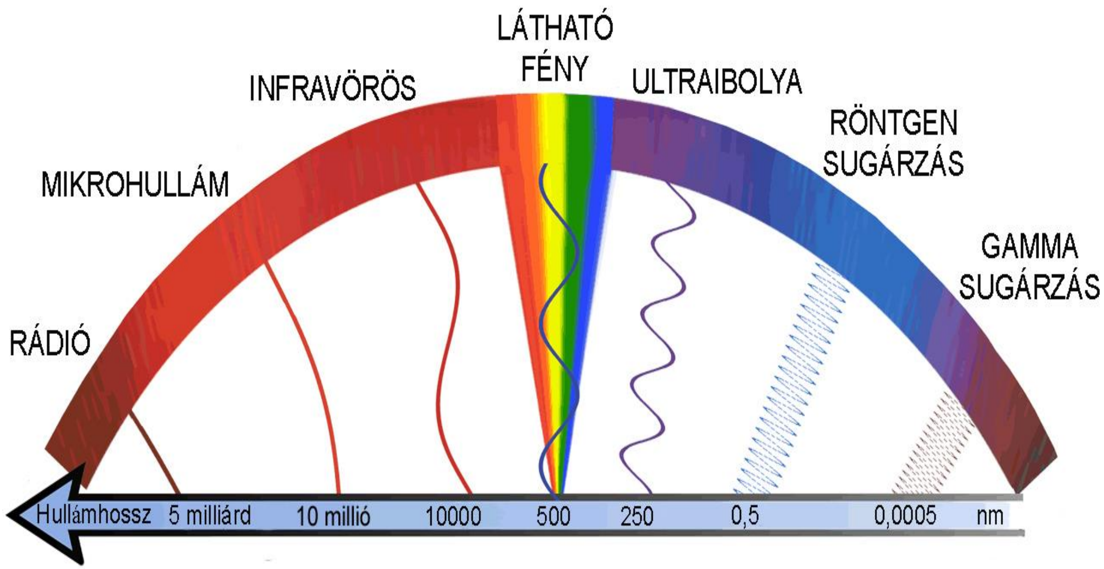
Az elektromágneses hullám **transzverzális**.

Az elektromos és mágneses tér egymással azonos fázisban van.

# A teljes elektromágneses színkép

Az elektromágneses hullám hullámhossza (frekvenciája, vagy energiája) több nagyság-renden keresztül változhat. A látható tartomány (fény) ennek csak nagyon kis része:



# Energiaterjedés az elektromágneses hullámban

Az elektromágneses hullám terjedése során energia is áramlik. Az energiaterjedés iránya ugyanaz mint a hullám iránya, és a pillanatnyi energia-áramsűrűséget egy pontban a **Poynting-vektor** adja meg:

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \qquad [\vec{S}] = \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}} = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

H=B/μ a mágneses térerősség

Az elektromágneses tér energiasűrűsége:

$$w_{EM} = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 + \frac{1}{2}\mu H^2$$

Az elektromos és mágneses tér fázisa megegyezik, és az általuk tárolt energia is:

$$\frac{1}{2}\varepsilon E^2 = \frac{1}{2}\mu H^2 \rightarrow$$

a csúcsértékekre:

$$\frac{1}{2}\varepsilon {E_0}^2 = \frac{1}{2}\mu {H_0}^2 \rightarrow \quad {H_0}^2 = \frac{\varepsilon}{\mu}\,{E_0}^2$$

Tehát a Poynting-vektor kifejezhető csak az egyik térerősséggel:

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} = EH\vec{e} = \vec{e}E_0\sin\left(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r}\right)H_0\sin\left(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r}\right) =$$

$$\vec{e}E_0\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_0\sin^2\left(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r}\right) = \vec{e}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}{E_0}^2\sin^2\left(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r}\right)$$

$\vec{e}$ a hullám terjedési irányába mutató egységvektor

Emellett írható még: $\vec{S} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E^2\vec{e} = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon\mu}}\varepsilon E^2\vec{e} = v\varepsilon E^2\vec{e} = v w_{EM}\vec{e} = w_{EM}\vec{v}$

# Energiaterjedés az elektromágneses hullámban/2

Tekintsük az $\vec{S} = w_{EM}\vec{v}$ összefüggést!

Tűző napon (délben, nyáron) a Föld felszínén legyen a Nap fényének intenzitása $I=1200 W/m^2$

Ebből kiszámítható, hogy $\boldsymbol{w_{EM}}$**=** $I/c = 1200/(3\cdot10^8)$ = **$4\mu J/m^3$**. Megjegyzendő, hogy ez számértékileg egyezik a fény nyomásával **$p_f$ = 4μPa** (fekete felület esetén) ($J/m^3 = N/m^2 = Pa$)

Az elektromágneses tér energiasűrűsége: $\boldsymbol{w_{EM}} = \varepsilon E^2$ alapján igaz-e az, hogy a napfényben az elektromos térerősség átlagértéke

$E = (w_{EM}/\varepsilon) = ((4\cdot10^{-6})/(8{,}85\cdot10^{-12}))^{1/2} = 672$ V/m ?

Természetesen nem, mert a napfényben a fotonok térerőssége „össze-vissza” áll, az átlaguk ezért nulla!

A számítás viszont igaz a koherens lézerfényre!

# Koherens hullámok interferenciája

Az energia-áramsűrűség nagyságának időátlagát a hullám intenzitásának nevezzük:

$$I = \langle S \rangle = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \langle E^2 \rangle = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \frac{1}{T} \int_0^T {E_0}^2 \sin^2(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) dt = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \frac{{E_0}^2}{2}$$

Ha két egyenlő frekvenciájú, egymásra nem merőleges síkokban rezgő hullám a tér egy részében úgy találkozik, hogy a fázisuk közötti különbség huzamosabb ideig állandó akkor abban a térrészben állóhullám jön létre.
Az ilyen hullámokat **koherens** hullámoknak nevezzük, a megfigyelhető jelenség pedig az **interferencia**.

Legyen a két hullám: $\vec{E}_1 = \vec{E}_{10} \cos(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r})$ $\quad \vec{E}_2 = \vec{E}_{20} \cos(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r} + \delta)$

Az eredő térerősség minden pontban és időben a két térerősség vektori összege:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{E}_{10} \cos(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}) + \vec{E}_{20} \cos(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r} + \delta)$$

Az eredő térerősség négyzete: $E^2 = \vec{E}^2 = {\vec{E}_1}^2 + {\vec{E}_2}^2 + 2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2$

# Az interferencia tag

A két koherens hullám által létrehozott intenzitás:

$$I = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\langle E^2\rangle = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\langle {E_1}^2\rangle + \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\langle {E_2}^2\rangle + \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\langle 2\vec{E}_1\cdot\vec{E}_2\rangle = \underbrace{\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\frac{{E_{10}}^2}{2}}_{I_1} + \underbrace{\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\frac{{E_{20}}^2}{2}}_{I_2} + \underbrace{\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\langle 2\vec{E}_1\cdot\vec{E}_2\rangle}_{I_{12}}$$

Az interferencia tag:

$$I_{12} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\langle 2\vec{E}_{10}\cdot\vec{E}_{20}\cos(\omega t - \vec{k}_1\cdot\vec{r})\cos(\omega t - \vec{k}_2\cdot\vec{r} + \delta)\rangle$$

$$\begin{cases}\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta \\ \cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta\end{cases} +$$

$$I_{12} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\langle \vec{E}_{10}\cdot\vec{E}_{20}[\cos(2\omega t - \vec{k}_1\cdot\vec{r} - \vec{k}_2\cdot\vec{r} + \delta) + \cos(\vec{k}_2\cdot\vec{r} - \vec{k}_1\cdot\vec{r} - \delta)]\rangle$$

Az első tag időátlaga 0, másodiké önmaga, hisz az időtől független:

$$I_{12} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\vec{E}_{10}\cdot\vec{E}_{20}\cos[(\vec{k}_2 - \vec{k}_1)\cdot\vec{r} - \delta] = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\vec{E}_{10}\cdot\vec{E}_{20}\cos[\Delta\varphi]$$

$\Delta\varphi$ : fáziskülönbség

Speciális eset: $\vec{E}_{10} = \vec{E}_{20} = \vec{E}_0$ tehát $I_1 = I_2 = I$ konstruktív és destruktív interferencia:

$$I_k = I + I + 2I = 4I \quad (\Delta\varphi = 0) \qquad\qquad I_d = I + I - 2I = 0 \quad (\Delta\varphi = \pi)$$

# Interferencia tehát akkor van, ha az eredő hullám intenzitása nem egyenlő a két részhullám intenzitásának az összegével

$$I = I_1 + I_2 + I_{12}, \quad ahol\ I_{12} \neq 0$$

**Az interferencia feltételeinek (koherencia feltételek) összefoglalása:**

1) $\omega_1 = \omega_2$, azaz a két hullám frekvenciája azonos,

Mi van ha csak majdnem egyenlő?

2) $\vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \neq 0$, azaz a két hullám térerősség-vektora nem merőleges egymásra,

3) $\varphi_{01} - \varphi_{02} = \acute{a}lland\acute{o}$, azaz a hullámvonulatok kezdőfázis-különbségei időben állandók,

4) $\Delta s < \sigma_k$, azaz a két úton haladó fényhullám útkülönbsége kisebb, mint a koherenciahossz.

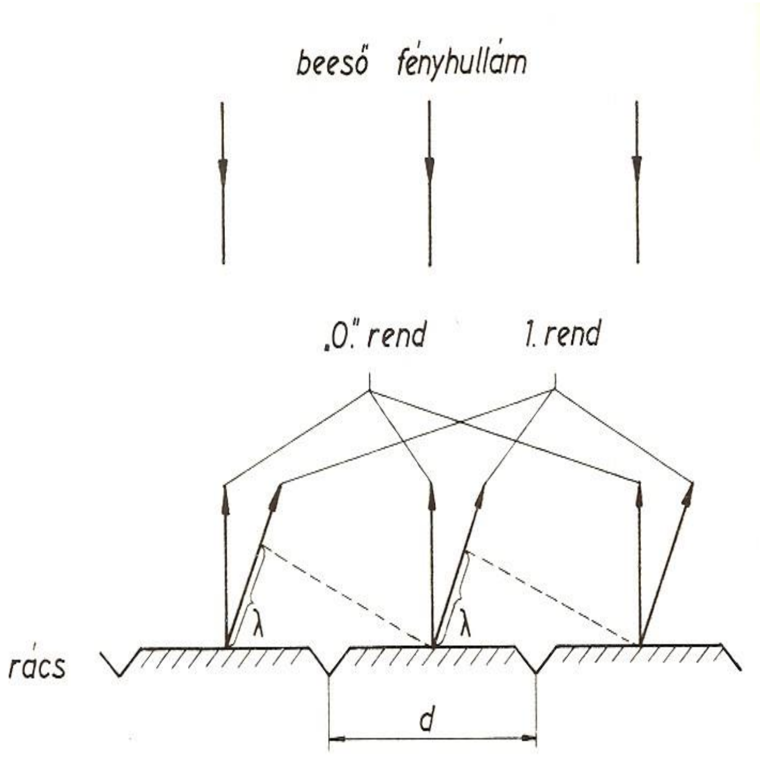
Megjegyzés: hanghullámok esetén csak az 1) feltétel, rádióhullámok esetén 1) és 2) feltétel kell, a fény esetében bonyolódik el a helyzet!

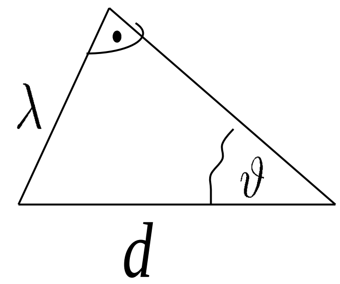
$$I_{12} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu_0}} \cdot \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \cdot \cos\delta$$

A fentiek a hullámhossz segítségével is megfogalmazhatók: a fáziskülönbség $\delta = k_2 x_2 - k_1 x_1 + \delta_{01} - \delta_{02}$, ha $\delta_{01} = \delta_{02}$ és $k_1 = k_2 = k$, akkor: $\delta = k \cdot (x_2 - x_1) = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta x$. Tehát ha a két hullám között a szétváláskor nem jött létre fáziskülönbség, és szétválás után is azonos közegben haladnak, akkor a fáziskülönbség az útkülönbséggel arányos, az arányossági tényező $\frac{2\pi}{\lambda}$. Ennek megfelelően maximális az erősítés, ha az útkülönbség a hullámhossz egész számú többszöröse: $2m\pi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta x \rightarrow \Delta x = \lambda \cdot m$, m – egész szám.

Maximális gyengítés (esetleg kioltás) pedig a hullámhossz felének páratlan számú többszöröseivel megegyező útkülönbség esetén lesz: $(2m+1)\pi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta x \rightarrow \Delta x = (2m+1) \cdot \frac{\lambda}{2}$.

## Fontos példa az interferenciára

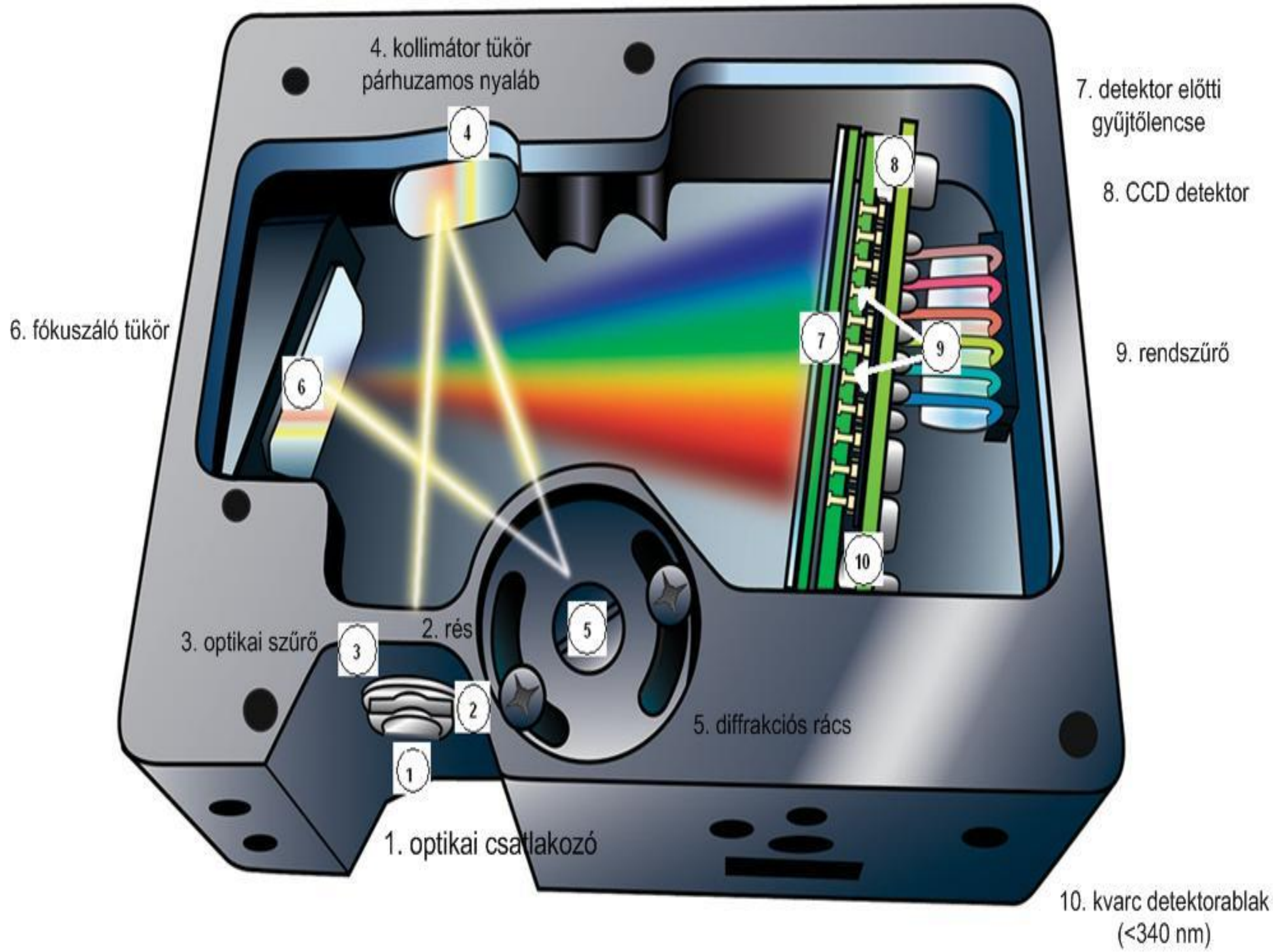


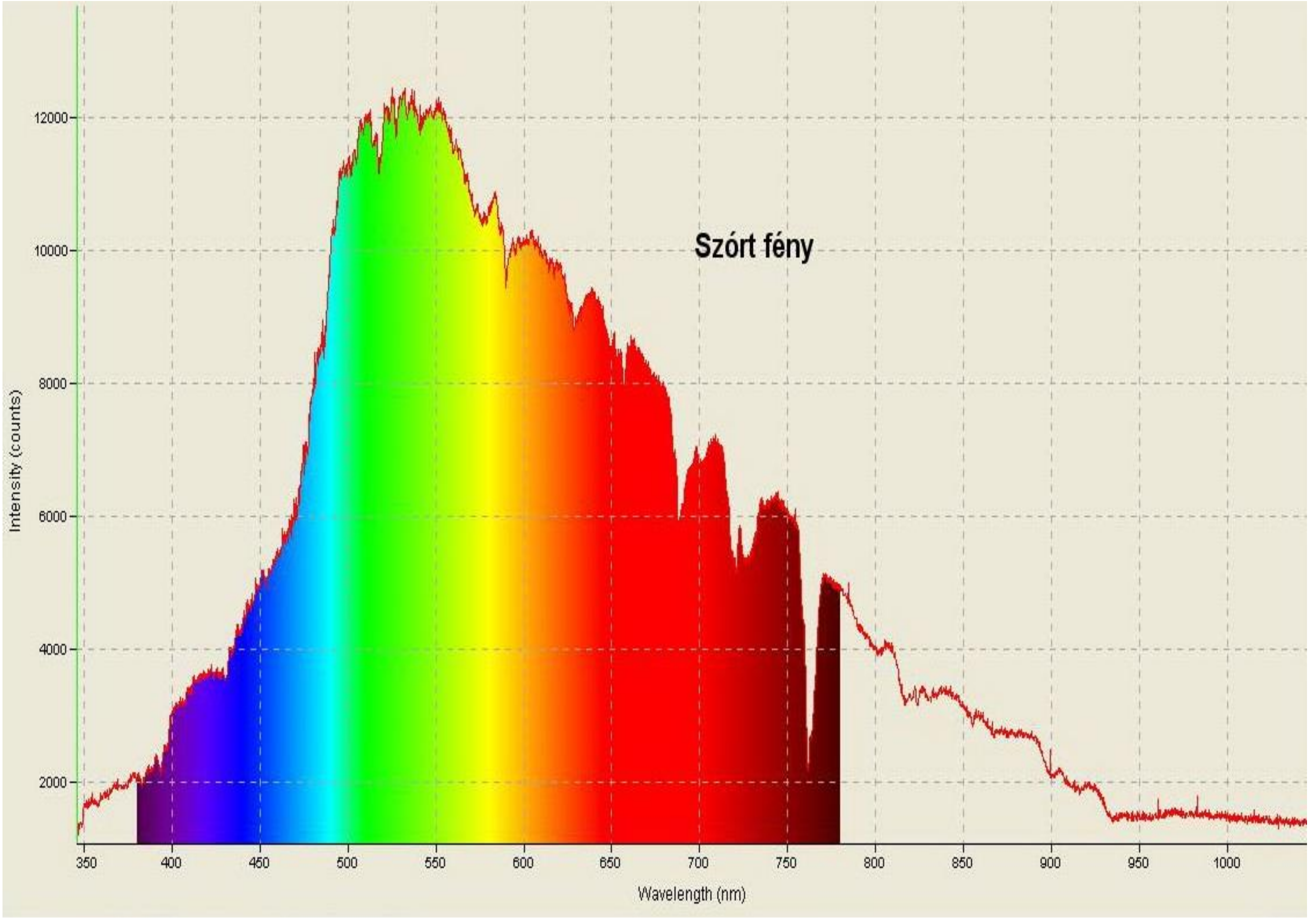

$$\frac{\lambda}{d} = \sin\vartheta$$

A **reflexiós optikai rács** periodikus szerkezetén a fényhullám elhajlást szenved. (Azaz azokba az irányokba is van reflexió, amelyekre a szomszédos hullámok útkülönbsége $\lambda$.)

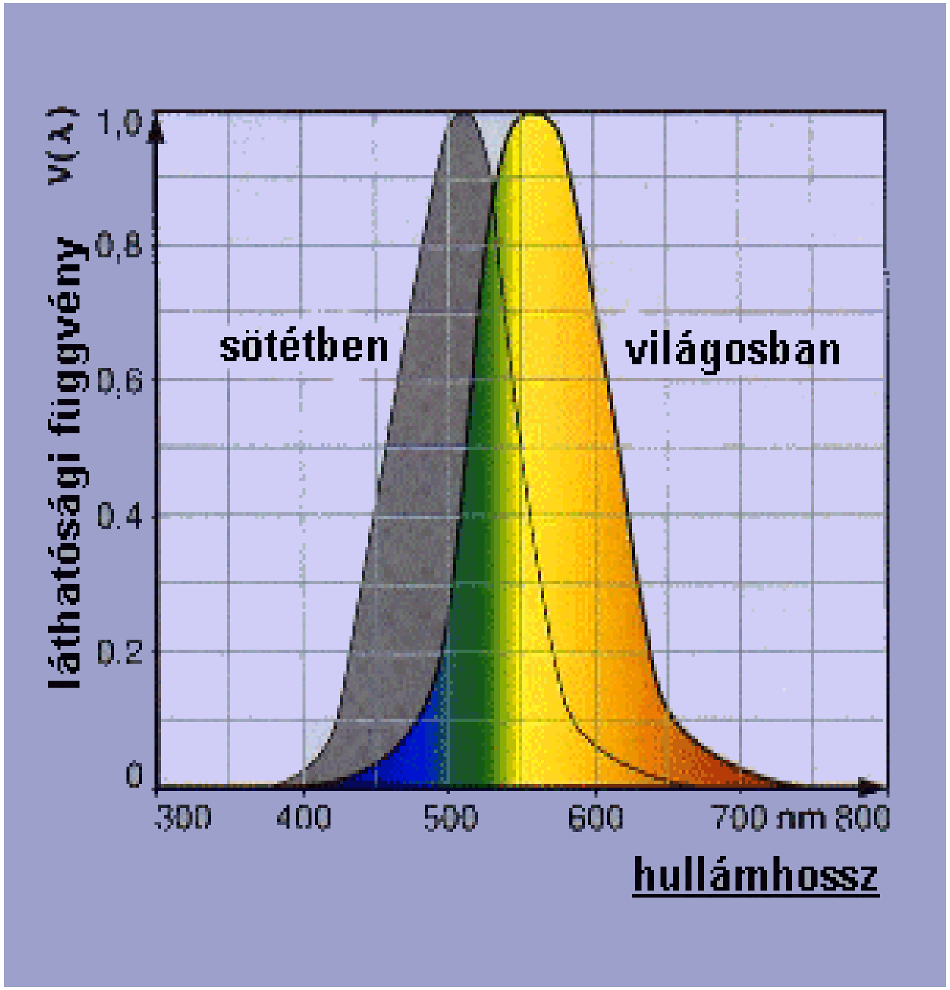
# USB4000 száloptikás spektrométer



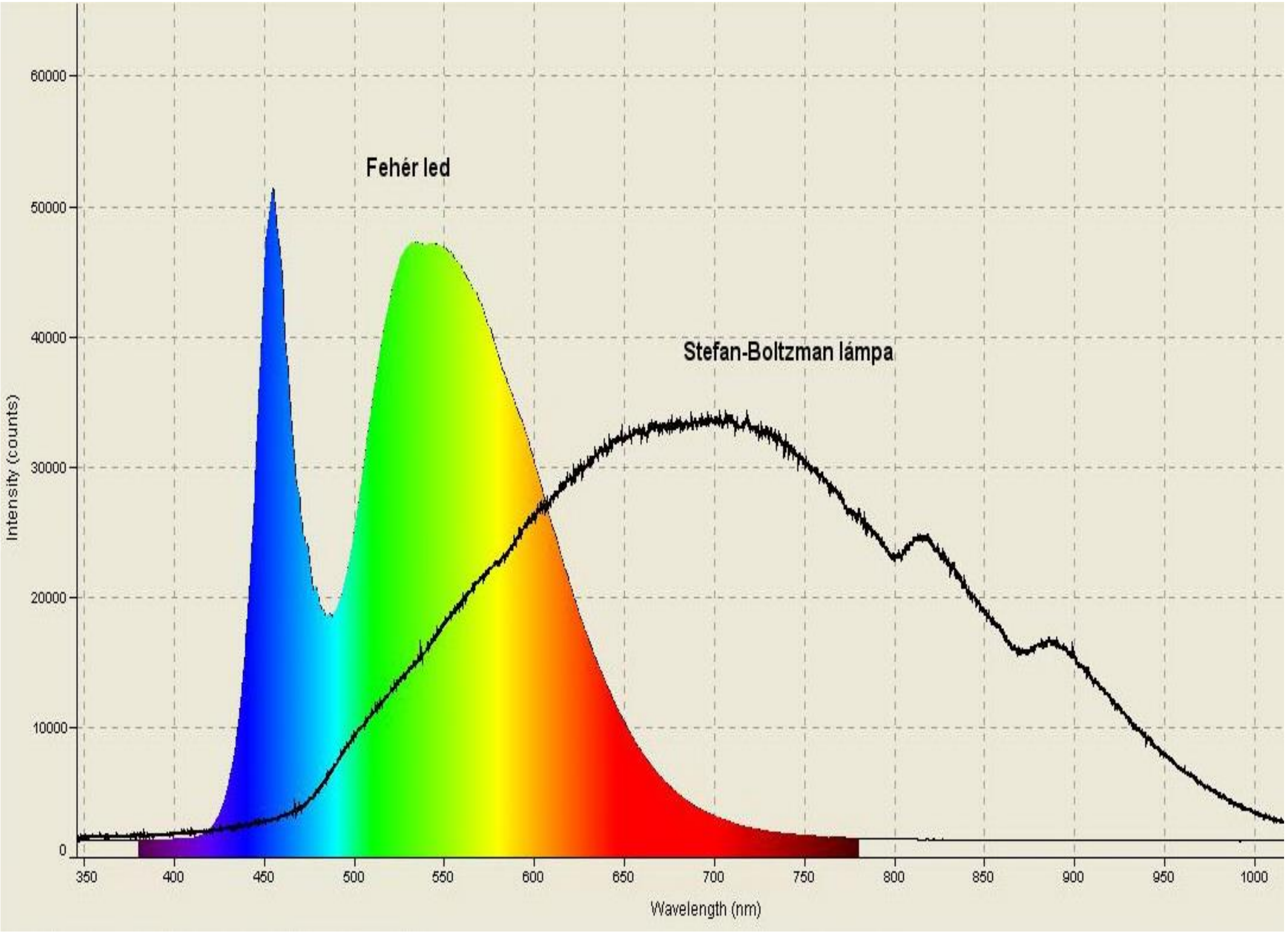

25 mikrométeres rés, 7,5 pixeles felbontás
3648 pixel, 650 nm-es tartomány, 1,336 nm-es felbontás



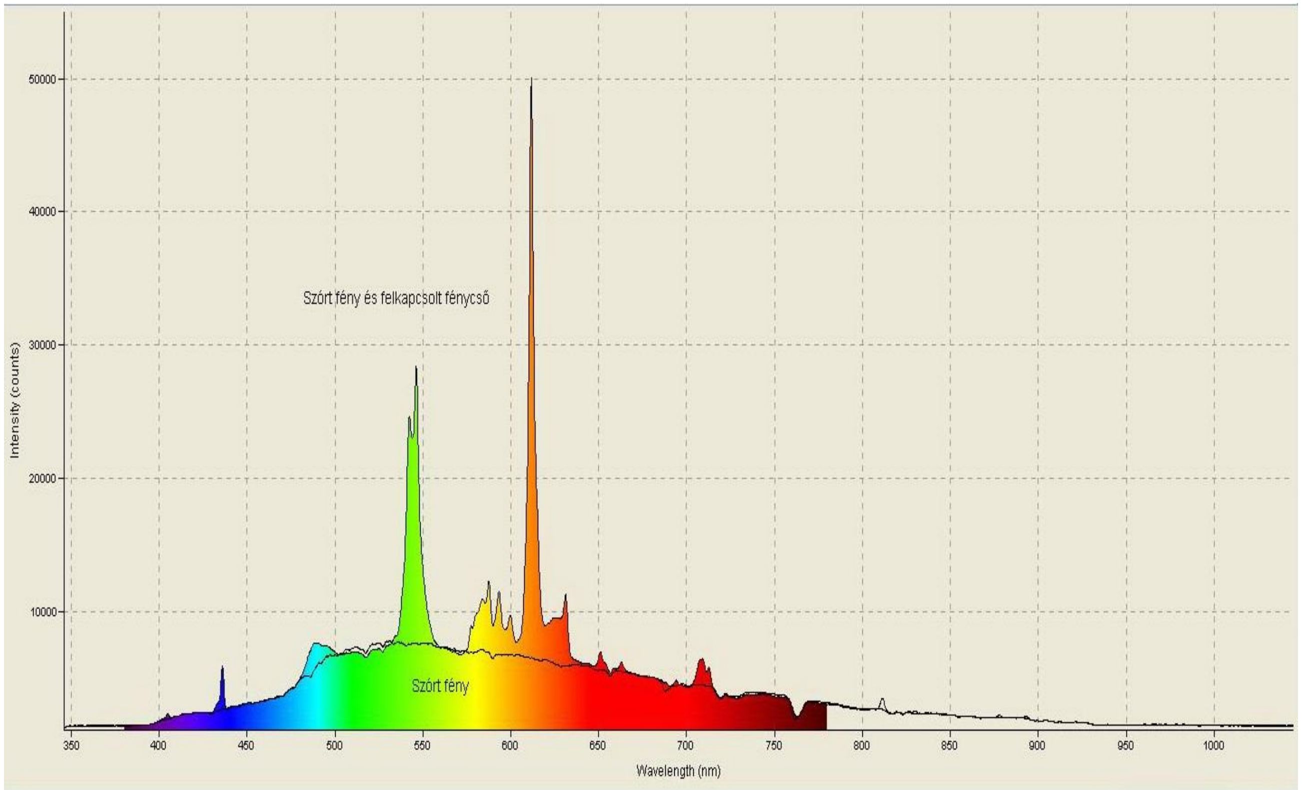

A laboratóriumba az ablakokon át beszóródott napfény spektruma.
A spektrum burkolója egy kb. 5800 K-es feketetest sugárzáshoz tartozó görbe. De a burkolót megszaggatják mind az ún. Fraunhofer vonalak (ezek a Nap felszínét elhagyó sugárzásban megjelenő elnyelési vonalak), valamint a Föld atmoszférájában lévő gázok által okozott abszorpciók.




Az átlagember szemének relatív érzékenysége

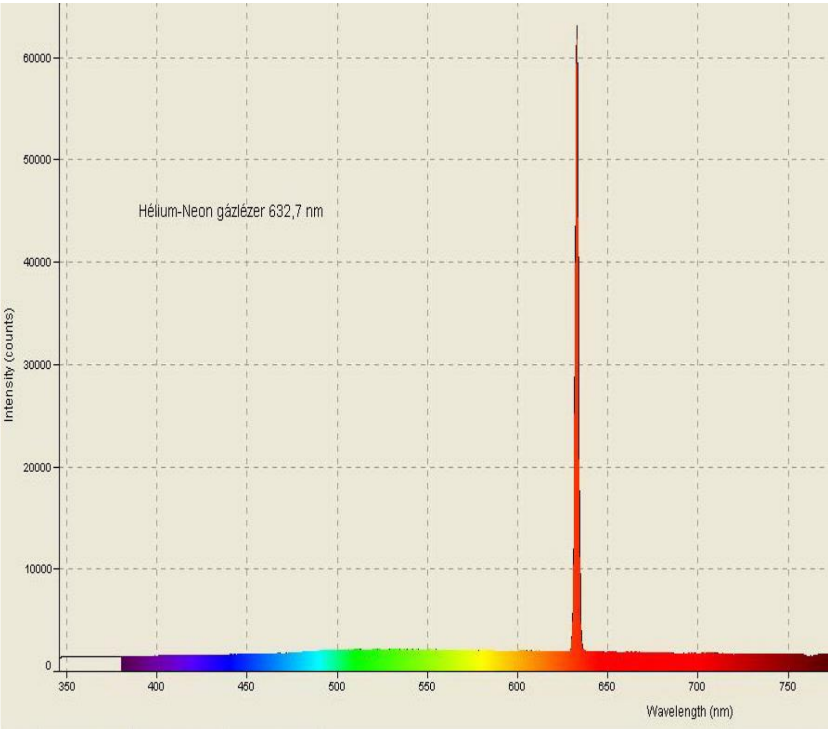


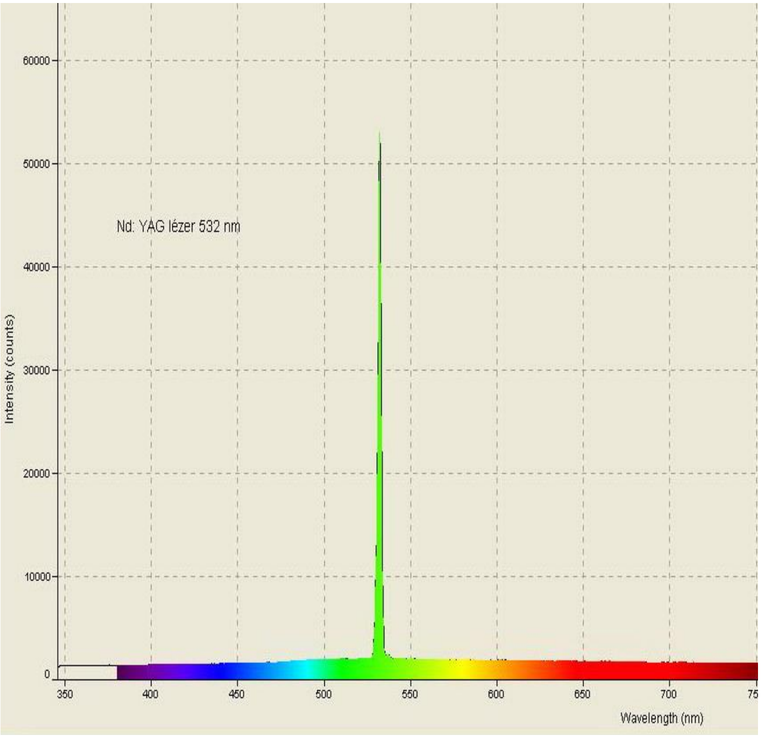

A **LED-ek spektruma folytonos**, de sokkal keskenyebb az izzó szilárd testek spektrumánál. A LED-ek összetételének, paramétereinek változtatásával megváltoztathatjuk spektrumukat is.




Igen látványos spektrumot kaphatunk abban az esetben, ha a szórt napfény mellett felkapcsoljuk a terembeli világítást.
A kisnyomású Hg-lámpákat gyakran fénycsőnek hívjuk, ezekben a csövekben általában két ultraibolya tartományba eső vonal gerjed a 185 nm-es és 257,3 nm-es. Ezeket UV-be eső sugárzásokat konvertálja a fénycső belső falára felvitt fénypor a látható tartományba.

A lézerek különleges fényforrások, mert a spektrumuk egyetlen, igen szigorúan monokromatikus vonalat tartalmaz. A következő ábrákon a **He-Ne gázlézer**, illetve a **frekvencia kettőzött Nd:YAG lézer** spektruma látható.



## Polarizáció

Általános esetben az $\vec{E}$ vektor (és így a rá merőleges $\vec{B}$ vektor is) forog az $\vec{n}$ vektor körül, miközben a vetületei leírhatók a fenti módon. Ilyenkor a térerősség-vektor végpontjának a terjedési irányra merőleges vetülete egy ellipszist ír le. Ezt a fényt szokás elliptikusan polárosnak nevezni. Ez az általános eset, a természetes fény polarizációja általában ilyen. Ennek egy speciális esete a cirkulárisan poláros fény, ekkor a térerősség-vektor végpontjának vetülete egy kört ír le.

Az ellipszis másik elfajulása az egyenes. Ilyenkor a térerősség-vektor végpontjának vetülete egy egyenes mentén mozog (a rezgés síkja állandó). Az ilyen fényt lineárisan polárosnak (vagy síkban polárosnak) nevezzük. Az elliptikusan poláros fényt felfoghatjuk két egymásra merőleges polarizációjú, egymáshoz képest eltolt fázisú lineárisan poláros fény szuperpozíciójának is.
Amikor egyszerűen poláros fényről beszélünk, akkor legtöbbször lineárisan poláros fényre gondolunk. A lézerek többsége poláros fényt bocsájt ki, a többi fényforrás fénye pedig különböző módszerekkel (szórás, visszaverődés, stb.) polárossá tehető.