

## *A sugárzás kvantumos természete*

### **A hőmérsékleti sugárzás**

#### *Bevezetés*

A következőkben azokat a századforduló táján kutatott főbb jelenségeket tekintjük át, amelyek megértése a klasszikus fizika alapján nem volt lehetséges. E jelenségek vizsgálata vezette a fizikusokat a mikrovilág, az atomok törvényszerűségeinek felismeréséhez, így ezek alkotják az új tudományág, a kvantumelmélet kísérleti alapjait. Történeti és didaktikai szempontok alapján is célszerű e jelenségek vizsgálatát a hőmérsékleti sugárzással kezdeni. Ezzel a jelenséggel a klasszikus tárgyak (termodinamika, elektrodinamika) keretében nem foglalkoztunk, bár számos jellemzője jól megérthető lenne ezeken a tudományágakon belül is. Így vizsgálatainkat a hőmérsékleti sugárzásra vonatkozó klasszikus eredményekkel kezdjük.

#### *Alapjelenségek*

Mindennapi tapasztalat, hogy *a melegített testek hősugárzást (infravörös sugárzást) bocsájtanak ki*. Például a forró kályha melegét a bőrünk a fűtőtesttől távol akkor is érzékeli, ha a szoba levegője egyébként még hideg. A testeket *tovább melegítve* azok *egyre nagyobb frekvenciájú* elektromágneses sugárzást bocsájtanak ki (vörös- majd fehér izzás), miközben a kibocsájtott *összenergia a hőmérséklettel rohamosan növekszik*. Mivel ezzel az elektromágneses sugárzás kibocsájtó képességgel minden melegített test rendelkezik, ennek az oka nyilvánvalóan a test hőmérséklete és nem különleges összetétele. Így ezt a sugárzást hőmérsékleti sugárzásnak nevezzük. Nyilvánvaló, hogy vannak különleges összetételű testek (fénycső, szentjánosbogár, stb.), amelyek *hidegen* is képesek fényt kibocsájtani és sugárzásuk nem ebbe a kategóriába tartozik (*lumineszcencia sugárzások*). Már a múlt század első felében ismertté vált az a tény is, hogy hőmérsékleti sugárzást a *környezetüknél hidegebb testek is kibocsájtanak*, ennek a mennyisége azonban kisebb annál, mint amit e tárgyak a környezet sugárzásából elnyelnek. Ehhez hasonlóan a hőmérsékleti egyensúly nem a hősugárzás hiányát jelenti, hanem csak azt, hogy a környezetével *hőmérsékleti egyensúlyban* lévő tárgy pontosan *annyi energiát sugároz ki, mint amennyit elnyel*. Szintén több mint egy évszázados az a felismerés, hogy a tárgyak sugárzás kibocsájtó képessége (emisszióképesség) és sugárzás elnyelő képessége (abszorpcióképesség) egymással szigorúan arányos mennyiségek.

#### **Spektrális emisszióképesség: $e(f, T)$**

A  $T$  hőmérsékletű test egységnyi felülete által egységnyi idő alatt az  $f$  körüli egységnyi frekvenciatartományban kisugárzott elektromágneses energia. (Az egységnyi idő alatt kisugárzott energiát másképpen kisugárzott teljesítménynek is nevezhetjük.) Ez anyagfüggő.  
[teljesítménysűrűség / frekvencia]

#### **Spektrális abszorpcióképesség: $a(f, T)$**

Megadja hogy a  $T$  hőmérsékletű test a  $\nu$  körüli egységnyi frekvencia-tartományban a ráeső elektromágneses sugárzás hányad részét nyeli el. Ez is anyagfüggő.

$$0 < a(f, T) < 1 \quad (\text{dimenziótlan})$$

#### **KIRCHHOFF törvény :**

$$E(f, T) = \frac{e(f, T)}{a(f, T)} : \text{ anyagi minőségtől független univerzális függvény.}$$

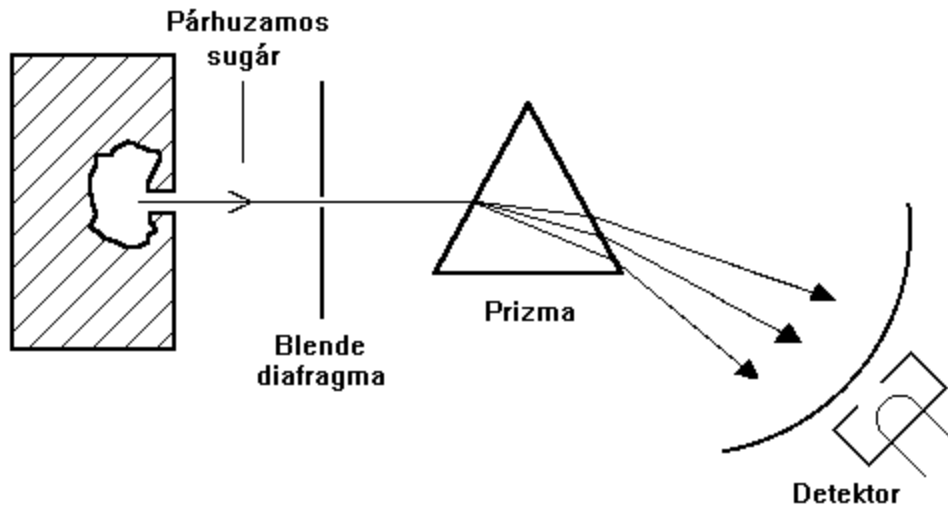
Azaz bár a test emisszióképessége és abszorpcióképessége anyagfüggő, a hányadosuk független az anyagi minőségtől..

A fizikában arra törekszünk, hogy anyagi minőségtől független egyenleteket alkossunk, ezért  $E(f,T)$ -t akarjuk használni.

Ha  $a(f,T)=1$  akkor a test abszolút fekete test. Ekkor  $e(f,T) = E(f,T)$ .

*Az abszolút fekete test modellje:*

Legjobb modellje egy üreg falán lévő lyuk. Az üregbe a lyukon belépő sugárzás a szemközi falon szóródva igen kis eséllyel tud a lyukon visszamenni. A modell akkor jó, ha a lyuk mérete igen kicsi az üreghez képest. Még tökéletesebb a modell, ha az üreg fala maga is jó sugárzás elnyelő, tehát pl. kormozott.

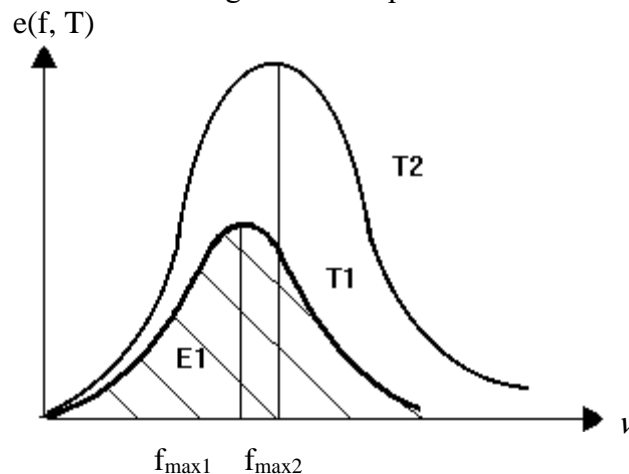


detektor : eszköz, melyben egy hőmérő a bejövő sugárzást méri

Izzítsuk a testet  $T$  hőmérsékletre, majd blendézzük (blende = kicsi rések sorozata).

Bármely közeg törésmutatója függvénye a frekvenciának  $\Rightarrow$  DISZPERZIÓ /  $n = n(f)$

**Eredmény** : Az abszolút fekete test sugárzásának spektrális eloszlása (spektruma).



$f_{\max 1}$  : a maximális spektrális emisszióhoz tartozó frekvencia  $T_1$  hőmérsékleten.

$f_{\max 2}$ : a maximális spektrális emisszióhoz tartozó frekvencia  $T_2$  hőmérsékleten.  $T_2 > T_1$

**Állítások** :

1. Melegebb fekete test minden frekvencián jobban sugároz (több sugárzást bocsájt ki)

2. Az egységnyi felület által kibocsátott összes teljesítmény: a különböző frekvenciákon kibocsátott teljesítményeket összeadogatjuk (idegen szóval integráljuk, de magasabb matematikát az Eü. Karon nem tanítunk).

$$E(T) = \sum_{i=0}^{\infty} e(f_i, T) \Delta f_i \quad (= \int_0^{\infty} e(f, T) df)$$

$E(T)$  a hőmérséklet növelésével rohamosan növekszik.

Az ehhez tartozó kvantitatív képlet :

$$E(T) = \sigma T^4 \quad \text{Stefan - Boltzmann törvény}$$

( a kibocsátott összenergia az abszolút hőmérséklet negyedik hatványával arányos )

$$\sigma : \text{Stefan - Boltzmann konstans, értéke : } 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}$$

(ez az érték kísérletileg és elméletileg is bizonyított)

pl:  $T_2 = 2 T_1$

$$E(T_2) = 16 E(T_1)$$

Tehát kétszer magasabb hőmérsékletű test tizenhatszor több energiát bocsát ki.

3. Ha a hőmérséklet (  $T$  ) nő, akkor a maximális spektrális emisszióhoz tartozó frekvencia (  $f_m$  ) is nő.

Minél jobban melegítjük annál nagyobb frekvenciájú a sugárzás.

$$\frac{f_{m2}}{f_{m1}} = \frac{T_2}{T_1} \quad \text{Wien - törvény} \quad (\text{Wien-féle eltolódási törvény})$$

$$\left( \frac{f_{m2}}{T_2} = \frac{f_{m1}}{T_1} \right) \quad (\text{Másik alakja})$$

**A spektrális eloszlásfüggvény  $E(f, T)$  levezetése:**

(Planck 1900. december 14. a Porosz Akadémián 17 nappal a XX. század előtt.)

A klasszikus termodinamika több évtizeden keresztül nem tudta megmagyarázni az eloszlásfüggvény alakját, ez Plancknak egy teljesen új, az alábbiakban részletezett feltételezéssel sikerült:

Az üregben az elektromágneses sugárzás (energia) nyilvánvalóan elektromágneses állóhullámok formájában van jelen, hisz a sugárzás kitölti az üreget. A hullámok módusai, mint rezgő rendszerek (oszcillátorok) nem vehetnek fel tetszőlegesen kicsi energiát. Ezt a minimális energiát  $\varepsilon_1$ -gyel jelölve a felvehető energia ennek egész számú többszöröse:

$$E_n = n\varepsilon_1 \quad n: \text{ egész szám } n=0,1,2,\dots$$

A termodinamika alapján levezethető, hogy az oszcillátor átlagos energiája

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_1}{e^{kT} - 1}$$

Ha  $\varepsilon_1$  tartana a 0-hoz, akkor visszakapnánk a folytonos energia esetét, és az  $\bar{\varepsilon} = kT$  Értéket. Ez teljesen rendben van, mert egy állóhullám módus a termodinamika szerint két termodinamikai szabadsági fokú rendszer és egy szabadsági fokra a klasszikus termodinamika szerint átlagosan  $\frac{1}{2} kT$  energia jut.

$$\bar{\varepsilon} = 2 \cdot \frac{1}{2} kT$$

De Planck azt mondta, hogy a felvehető energiaadag ne legyen tetszőlegesen kicsi. Legyen véges nagyságú és ez az energiaadag legyen arányos a frekvenciával: (Tehát  $\varepsilon_1 \rightarrow 0$  annál inkább téves, minél nagyobb a frekvencia.)

$$\varepsilon_1 = h \cdot f$$

A h konstans mai neve: Planck-állandó

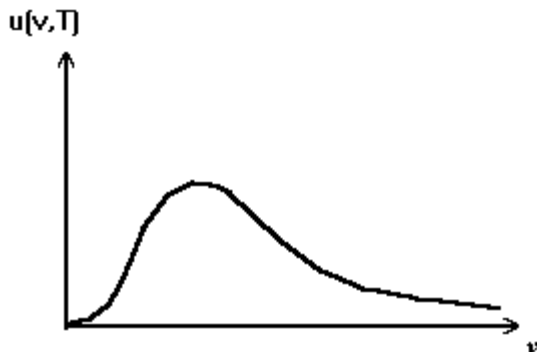
A kísérleti adatokkal akkor a legjobb az egyezés, ha  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  Js

Az adag neve idegen szóval kvantum.

Behelyettesítünk:

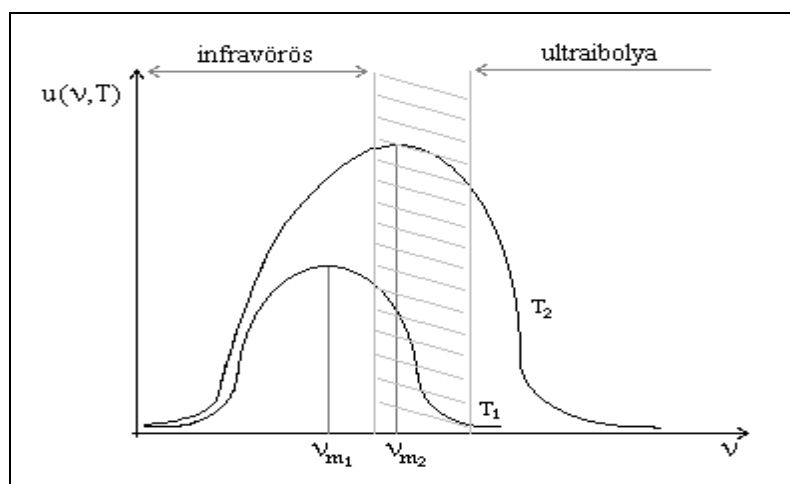
$$E(f,T) = K \cdot f^2 \cdot \bar{\varepsilon} = K \cdot f^2 \cdot \frac{h \cdot f}{e^{\frac{h \cdot f}{k \cdot T}} - 1} \quad E(f,T) = K \cdot \frac{h \cdot f^3}{e^{\frac{h \cdot f}{k \cdot T}} - 1}$$

## Ez a Planck-féle sugárzási törvény



A Planck-féle sugárzási törvényből (integrálással) levezethető a Stefan-Boltzmann törvény, (deriválással) a Wien törvény. Egyes ábrákon a frekvenciát  $\nu$  jelöli, az  $E(f,T)$ -t pedig  $u(f,T)$

Megjegyzés: a fényforrások hatásfoka



$T_1 = 3000$  K     $T_2 = 6000$  K  
 $T_1$ -nél láthatóra esik 5%  
 $T_2$ -nél láthatóra esik 39%

Célszerű a 6000 K hőmérsékletű fényforrást használni, körülbelül ennek a hatásfoka optimális. A 3000 K hőmérsékletű fényforrás főleg hőt bocsájt ki. (pl. izzólámpa)

A Nap optimális fényforrás , pontosan 6000 K-es.

Összefoglalva:

$$\bar{\epsilon} = \frac{h \cdot f}{e^{kT} - 1} \rightarrow kT \text{ ha } T \rightarrow \infty \text{ és } f \text{ állandó vagy } f \rightarrow 0 \text{ és } T \text{ állandó}$$

↓

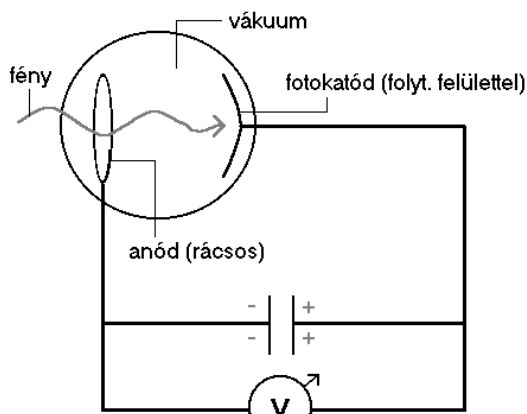
0 ha  $f \rightarrow \infty$  és  $T$  állandó vagy  $T \rightarrow 0$  és  $f$  állandó

Tehát az adott frekvenciájú módusokra magas, a hőmérséklettel arányos átlagenergia jut, alacsony hőmérsékleten az arányosnál is kevesebb.

Másrészt adott hőmérsékleten a nagyfrekvenciás módusok átlagenergiája sokkal kisebb, mint a kisfrekvenciásoké.

## Fotoeffektus

Kísérlet (Lénárd Fülöp, 1902):



Folyamatos fény esetén a kondenzátor feltöltődik (feszültség mérhető igen jó voltmérő és kondenzátor esetén).

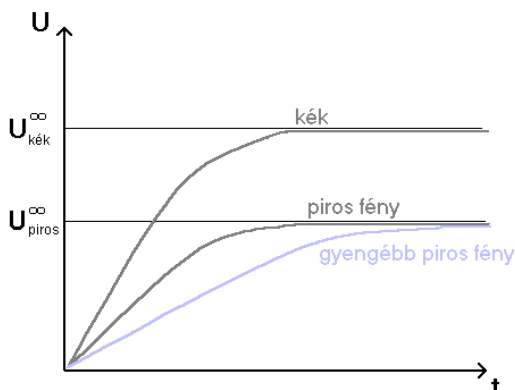
Fény hatására:

- fotokatódból elektronok lépnek ki, azok az anódra feljutnak, az anódot negatívra töltik fel,
- tart ez mindaddig, míg az elektronok az ellentéren át tudnak jutni, munkatételből:

$$U^\infty e = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 \quad \text{energia szükséges az ellentéren}$$

átjutásához, ahol  $e$ : az elektron töltésének nagysága,

- az elektronok piros fény hatására kisebb sebességgel lépnek ki, mint kék fény hatására,
- a fény intenzitásától a kilépő elektronok száma függ, sebessége nem,
- bizonyos frekvencia alatt nincs elektronkilépés,
- elektronkilépés azonnal indul ( $10^{-8}$  s-on belül).



Einstein, 1905: fényelektromos egyenlet:

$$hf = W_{\text{kilépési}} + \frac{1}{2} m v_{\max}^2, \text{ ahol } hf \text{ a fényrészecske (foton) energiája.}$$

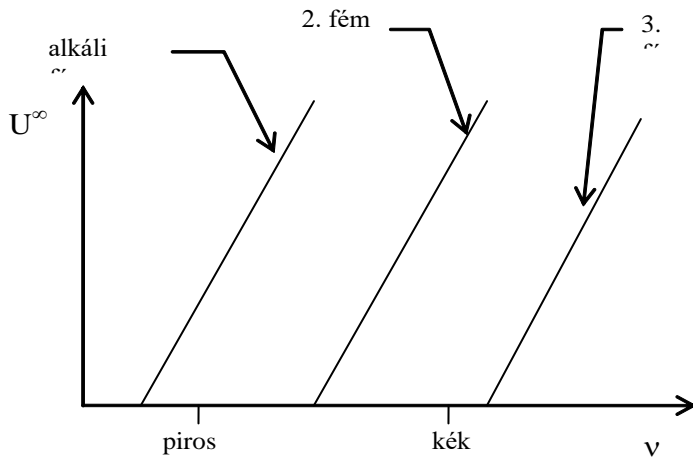
A foton kölcsönhatásba lép egy atommal a katódban, 1 db atomi elektronnak  $hf$  energia adódik át. Kilép az elektron,  $W_{\text{kilépési}}$  energiagáton kell áthaladnia, a maradék kinetikus energia.

A fény a fémbe mélyen be tud hatolni, de elektron csak kis mélységből tud kijutni  $\rightarrow$  csak a felszínen lévő elektronoknak van  $v_{\max}$  sebessége.

$$hf_{\text{határ}} = W_{\text{kilépési}} \rightarrow f_{\text{határ}} = \frac{W_{\text{kilépési}}}{h}$$

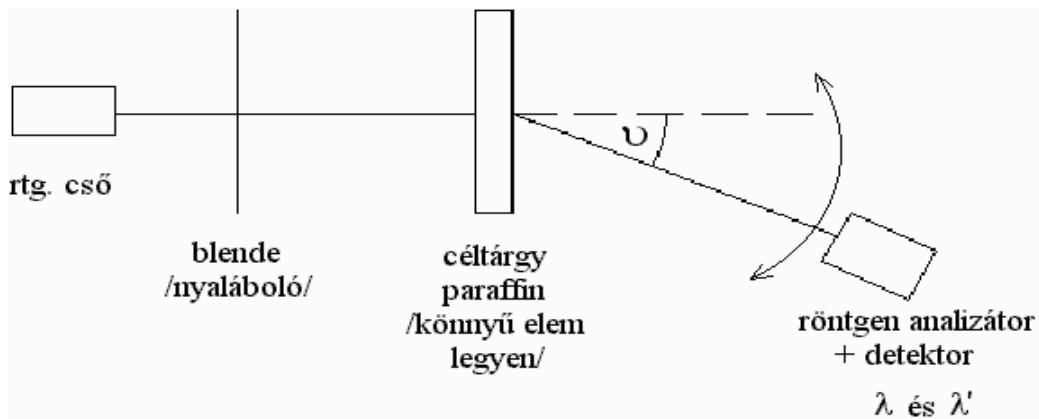
$W_{\text{kilépési}}$  anyagfüggő, alkálifémekre ez kicsi  $\rightarrow$  ezekből látható fény is kivált elektront, más fémekből csak az UV.

Az energia adagokban érkezik, ez az adag a **foton**.



## Compton-effektus /1922/

Kísérlet: Vegyünk egy röntgen forrást !

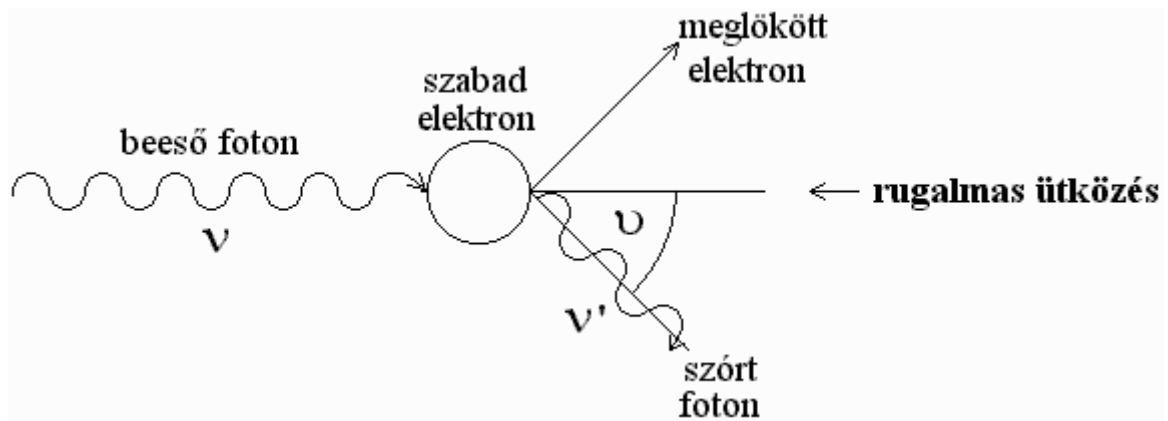


A röntgenszó által kibocsátott röntgen sugarak a céltárgyon szóródnak. Ezt követően röntgen analízátor és detektorral sugarakat fogunk fel.

### Tapasztalatok:

1. A detektor  $\lambda$  és  $\lambda'$  hullámhosszon jelez:  $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda$
2.  $\Delta\lambda$  független  $\lambda$ -tól és a céltárgy anyagától.
3.  $\Delta\lambda$  függ  $\nu$ -tól.

**Magyarázat:** a röntgen sugárzás szóródása az atomok külső, alig kötött elektronjain történik az alábbiak szerint:



Ebben a szóráshoz az elektron akkor tekinthető szabadnak, ha a kötési energiája elhanyagolható a beeső foton energiájához képest. Látható fény fotonjainak energiája összemérhető az atomi külső elektronok kötési energiájával (mindkettő eV nagyságrendű), így a fény szempontjából nincs szabadnak tekinthető atomi elektron. A röntgen sugárzás fotonjainak energiája ennél sokkal nagyobb, így ezek tudnak szabadnak tekinthető atomi elektronokon szóródni.

**Rugalmas ütközés:**

- a., kinetikus energia
  - b., lendület
- } megmaradás

A kinetikus energia megmaradása:  $hf = hf' + \frac{1}{2}m_e v^2$ , ahol  $v$  a meglökött elektron sebessége, sajnos nehezen mérhető.

A lendület megmaradásának felírásához értelmezni kell a foton lendületét:

**A foton lendülete / impulzusa /**

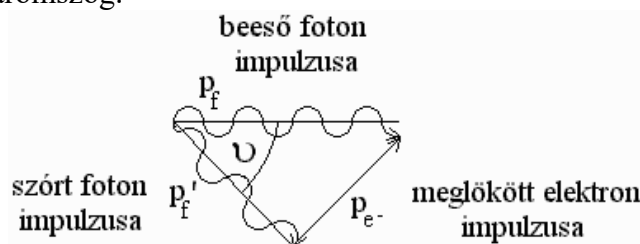
$$p_f = m_f \cdot c = \frac{E_f}{c^2} \cdot c = \frac{h \cdot f}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

foton tömege
tömeg-energia ekvivalencia
 $c = f \cdot \lambda$

Tehát:

$$p_f = \frac{h}{\lambda}$$

Az ütközés előtti lendület egyenlő az ütközés utáni lendületek vektori összegével. Az impulzusok alkotta háromszög:



$$\vec{p}_f = \vec{p}'_f + \vec{p}_e$$

(A koszinusz tétel alkalmazásával skalár egyenlet is nyerhető:

$$p_e^2 = p_f^2 + p_f'^2 - 2p_f \cdot p_f' \cdot \cos \vartheta).$$

A levezetés végeredménye:

$$\lambda' - \lambda = \Delta\lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \vartheta) \text{ azaz}$$

$\Delta\lambda = \Lambda_C (1 - \cos \vartheta)$  ahol  $\Lambda_C = \frac{h}{m_e c}$ ; az elektron Compton-hullámhossza.

Értéke pedig  $2,43 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 2,43 \text{ pm}$

A  $\Delta\lambda$  tehát csak a szóródási szögtől függ (a Compton-hullámhossz mellett). A foton hullámhossz változása 90°-os szóródás esetén éppen  $\Lambda_C$  bármilyen kezdeti hullámhossz esetén.

Visszaszóródás ( $\theta=180^\circ$ ) esetén pedig  $2\Lambda_C$ .

Megj.: A Compton-effektust nem sikerült más elmélettel megmagyarázni. Ez az egyik oka a kvantumelmélet győzelmének más alternatív elméletek fölött.