

KOVÁCS ENDRE, PARIPÁS BÉLA,

FIZIKA II.

8



A Műszaki Földtudományi Alapszak tananyagainak kifejlesztése a
TÁMOP 4.1.2-08/1/A-2009-0033 pályázat keretében valósult meg.

VIII. A MAXWELL-EGYENLETEK

1. AZ AMPÈRE-MAXWELL-FÉLE GERJESZTÉSI TÖRVÉNY

Faraday indukció törvénye szerint az időben változó mágneses mező elektromos mezőt kelt. Maxwell elméleti megfontolások alapján feltételezte, hogy az elektromos mező időbeli változása pedig örvényes mágneses mezőt kelt. Az egyenlet felírása során az **Ampère-féle gerjesztési törvényt** kiegészítette egy további taggal, amelyet eltolási áramnak nevezett. Így született meg az Ampère-Maxwell törvény:

$$\oint_{\mathcal{F}} \vec{H} \cdot d\vec{s} = \sum_i I_i + \frac{d}{dt} \int_{\mathcal{F}} \vec{D} d\vec{A}$$

Felhasználva a Ψ **elektromos indukciófluxus** definícióját, az **Ampère-Maxwell törvény** rövidebben:

$$\oint_{\mathcal{F}} \vec{H} \cdot d\vec{s} = \sum I + \frac{d\Psi}{dt}.$$

A mágneses térerősség zárt görbére vett integrálja egyenlő a vonalra feszített felületet átdőfő áramok erősségének, és a felületen átmenő elektromos fluxus változási gyorsaságának az összegével. Mágneses mezőt tehát nemcsak mágneses dipólusok, vagy áramok gerjeszhetnek, időben változó elektromos mező is képes mágneses mezőt keltetni. A jelenség szimmetrikus megfelelője a Faraday-féle indukciónak. Az eltolási áram nem áram a szó eredeti értelmében, mert nem kapcsolódik hozzá töltések mozgása. Azonban éppúgy gerjeszt mágneses mezőt, mint a vezetési áram. Jó vezetőkben ($\gamma \cong 10^7 \text{ 1}/\Omega\text{m}$), technikai váltóáram esetén a vezetési áramsűrűség sok nagyságrenddel felülmúlja az eltolási áramsűrűséget. Nem hanyagolható el az eltolási áram szigetelőben, ahol nem folyhat vezetési áram, illetve ha a frekvencia az optikai tartományba esik.

2. A MAXWELL-EGYENLETRENDSZER

Ez a XIX. sz. egyik legnagyobb hatású egyenletrendszer, főleg azért, mert ebből az egyenletrendszerből vezették le az elektromágneses hullámok létezését.

1. Ampère-Maxwell féle gerjesztési törvény:

$$\oint_{\mathcal{F}} \vec{H} \cdot d\vec{s} = \sum_n I_n + \frac{d}{dt} \int_{\mathcal{F}} \vec{D} d\vec{A} \text{ és } \text{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

azaz mozgó töltések vagy az időben változó elektromos mező örvényes mágneses mezőt kelt.

2. Faraday-féle indukció-törvény:

$$\oint_{\mathcal{F}} \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{d}{dt} \int_{\mathcal{F}} \vec{B} d\vec{A} \text{ és } \text{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

azaz időben változó mágneses mező örvényes elektromos mezőt kelt.

3. Elektromos Gauss-törvény:

$$\oint_{\mathcal{F}} \vec{D} d\vec{A} = Q \text{ és } \text{div} \vec{D} = \rho$$

azaz az elektromos tér forrásai a töltések.

4. Mágneses Gauss-törvény:

$$\oint_{\mathcal{F}} \vec{B} d\vec{A} = 0 \text{ és } \operatorname{div} \vec{B} = 0$$

vagyis a mágneses tér forrásmentes.

A **Maxwell-egyenletrendszer** megoldásához szükségesek az anyagegyenletek is, amelyek megadják, hogy mi a kapcsolat egyfelől az **elektromos térerősség** és az **elektromos indukció**, másfelől a **mágneses térerősség** és a mágneses indukció között. A lineáris anyagegyenletek: $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$ és $\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$, valamint az Ohm-törvény: $\vec{j} = \sigma \vec{E}$, ahol a térerősségbe beleértjük az idegen térerősséget is. Míg azonban a Maxwell-egyenletek egzakt természettörvények, az anyagegyenletek csak bizonyos anyagokra igazak, és közelítő jellegűek. Nem adnak számot pl. a ferromágnesesség, ill. a permanens mágnesesek létezéséről.