Fizika I. GEFIT056BL Vegyészmérnök BSc, levelező tagozat, Kazincbarcika

2022/2023. tanév, II. félév

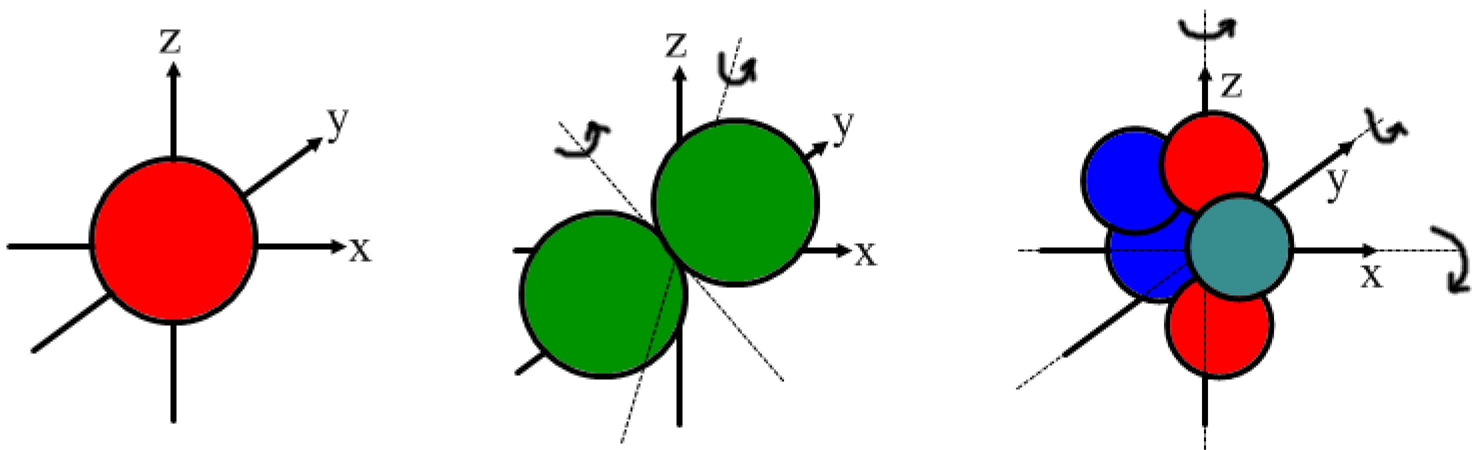
4.előadás

Kinetikus gázelmélet
(ideális gázok)

Ekvipartíció tétele

Kinetikus gázelmélet: Az ideális gáz nagyszámú, kisméretű részecskéből áll, amelyek időnként egymással és az edény falával ütköznek, de ezt leszámítva más kölcsönhatás nem lép fel közöttük. A részecskék mérete elhanyagolható a rendelkezésre álló térfogathoz képest.

Szabadsági fokok száma: (f) – Az egymástól független energiatárolási módok.
pl. mozgás x irányban, y irányban, z irányban (egyatomos gáz esetén) – $f = 3$ (1 részecskére!)
kétatomos molekulák a hossztengelyükre merőleges két tengely körül foroghatnak – $f = 5$
sokatomos molekulák három egymásra merőleges tengely körül foroghatnak – $f = 6$



Ekvipartíció tétele: Egyensúlyi rendszerben, egy adott hőmérsékleten minden rendelkezésre álló szabadsági fokra időátlagban jutó energia megegyezik.

Egy részecske egy szabadsági fokára: $\boxed{E = \frac{1}{2}kT}$ $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K (Boltzmann-állandó)

Ideális gáz belső energiája

Ha az egy szabadsági fokra jutó energia *E*, akkor egy részecskére *f*·*E* energia jut.

Ha a rendszer *N* db részecskéből áll: $\boxed{E_b = \frac{f}{2} NkT = \frac{f}{2} nRT}$ ahol *n* = *N*/*A* és *R* = *kA*

n: a mólok száma *A*: az Avogadro-szám *R* = 8,31 J/(mol·K) az egyetemes gázállandó.

A belső energia tehát csak a hőmérséklettől függ (adott mennyiségű gáz esetén).

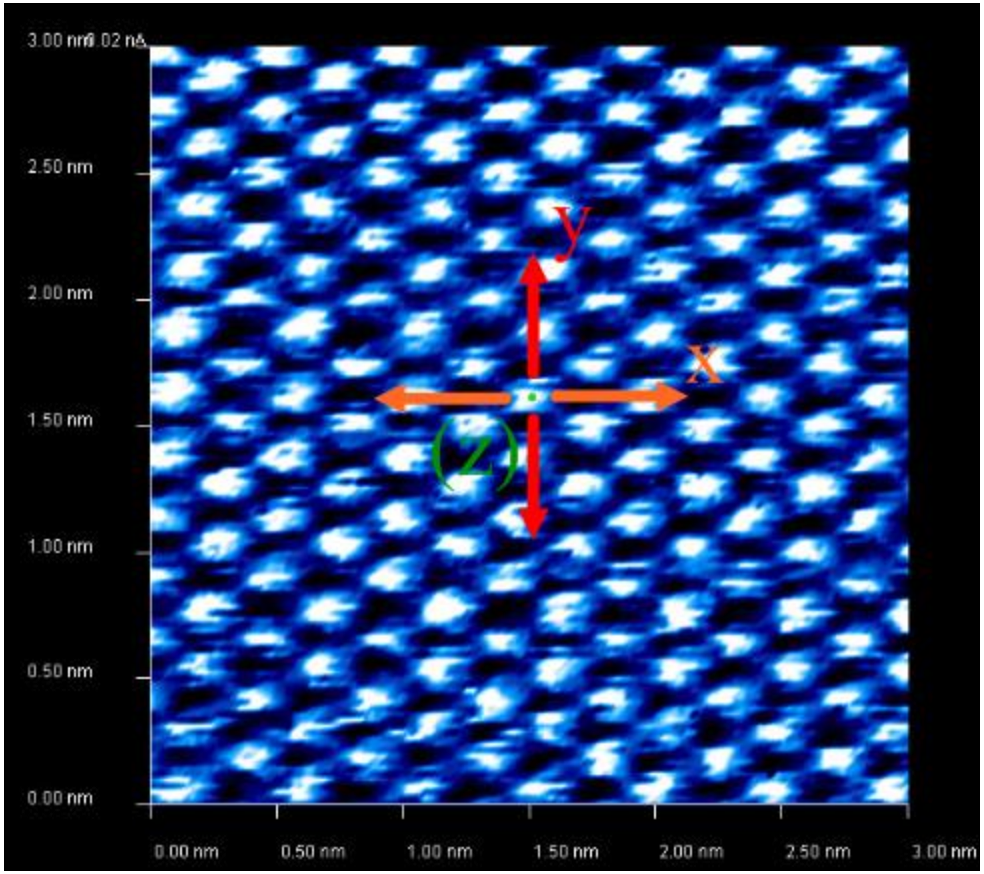
Annak a testnek magasabb a hőmérséklete, ahol az egy szabadsági fokra jutó energia több.

A belső energia megváltozása tehát: $\Delta E_b = \frac{f}{2} Nk\Delta T = \frac{f}{2} nR\Delta T$

Egyatomos gáz esetén a 3 független energia tag: $\frac{1}{2} m{v_x}^2, \ \frac{1}{2} m{v_y}^2, \frac{1}{2} m{v_z}^2$

Dulong-Petit szabály

Szilárd testekben az atomok rezgéseket végeznek három egymásra merőleges (x, y, z) irányban. Minden irányhoz tartozik egy kinetikus és egy potenciális energia tag.



szén atomok pásztázó alagútmikroszkópos képe (3 nm × 3 nm) grafitban

Minden atomra: $f = 6$ szabadsági fok.

Szilárd test belső energiája:

$$E_b = \frac{f}{2} NkT = 3NkT = 3nRT$$

Mivel V = áll, $W = 0$,
a hőtan első főtétele alapján:

$$\Delta E_b = Q + W = Q$$

$$Q = 3nR\Delta T = c_M n \Delta T$$

<u>Dulong-Petit szabály:</u>

a szilárd test mólhője:

$$\boxed{c_M = 3R}$$

Ideális gázok állapotegyenlete

<u>Állapotegyenlet</u>: Ideális gáz minden állapotában, az állapothatározók között érvényes a következő összefüggés:

$$\boxed{pV = NkT} \quad \text{vagy} \quad \boxed{pV = nRT}$$

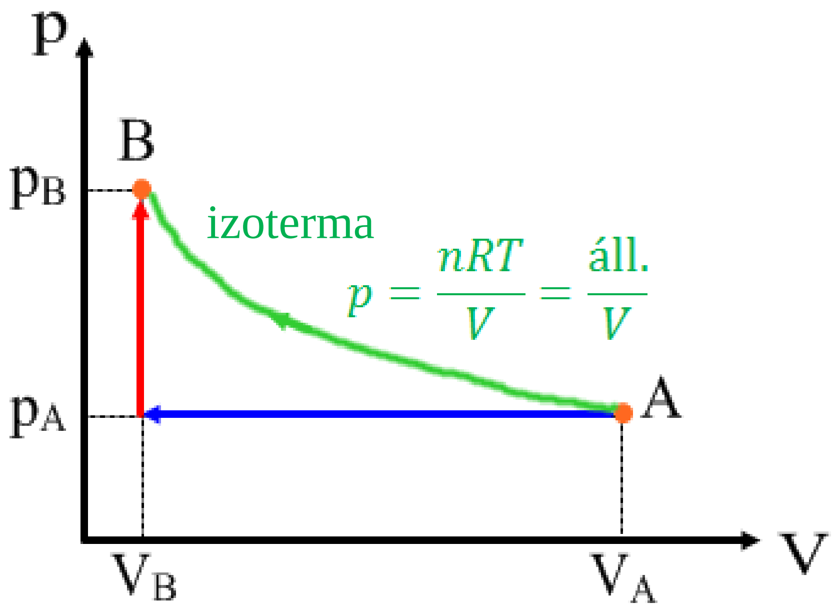
Ennek felhasználásával a belső energia: $E_b = \frac{f}{2} NkT = \frac{f}{2} nRT = \frac{f}{2} pV$

Abban az esetben, ha a gáz mennyisége állandó (N = állandó, vagy n = állandó), az állapot-egyenletből megkapjuk az **egyesített gáztörvényt**.

$$\boxed{\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}}$$

Ideális gázok speciális állapotváltozásai

- <u>izobár</u>: a nyomás állandó ($\underline{p}V = \underline{nR}T$)
  V/T = áll. $W = -p\Delta V = -nR\Delta T$



- <u>izochor</u>: a térfogat állandó ($p\underline{V} = \underline{nR}T$)
  p/T = áll. $W = 0$

- <u>izoterm</u>: a hőmérséklet állandó ($pV = \underline{nRT}$)
  pV = áll.

$$\delta W = -pdV$$

$$W = -\int_{V_1}^{V_2} pdV = -nRT\int_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V} = -nRT[\ln V]_{V_1}^{V_2} =$$

$$= -nRT\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = nRT\ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) = p_1V_1\ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$$

- <u>adiabatikus</u>: a közölt hő nulla $Q = 0$ (*később*…)

Izobár és izochor mólhő

A belső energia megváltozása izochor folyamat esetén (V = állandó, így W = 0):

$$\Delta E_b = \frac{f}{2} nR\Delta T = Q \qquad \textbf{izochor mólhő}\text{:}\;\; c_{MV} = \frac{f}{2} R$$

A belső energia megváltozása izobár folyamat esetén:

$$\Delta E_b = \frac{f}{2} nR\Delta T = Q + W = Q - p\Delta V = Q - nR\Delta T$$

$$\frac{f}{2} nR\Delta T + nR\Delta T = Q$$

$$Q = \left(\frac{f}{2} + 1\right) nR\Delta T \qquad \textbf{izobár mólhő}\text{:}\;\; c_{Mp} = \left(\frac{f}{2} + 1\right) R$$

A két mólhő hányadosa (fajhők hányadosa) az **adiabatikus kitevő**:

$$\kappa = \frac{c_{Mp}}{c_{MV}} = \frac{c_p}{c_V} = \frac{\frac{f}{2} + 1}{\frac{f}{2}} = \frac{f + 2}{f} \qquad \kappa = \frac{5}{3}, \frac{7}{5}, \frac{4}{3}$$

Adiabatikus állapotváltozás

A folyamat során a hőátadás nulla: $Q = 0 \rightarrow \Delta E_b = W$

A belső energia megváltozása: $dE_b = dW \rightarrow \frac{f}{2} nRdT = -pdV$

Mivel: $nRT = pV \rightarrow \quad nRdT = pdV + dpV$

$$\frac{f}{2}(pdV + dpV) = -pdV$$

$$\frac{f}{2} pdV + pdV = -\frac{f}{2} Vdp$$

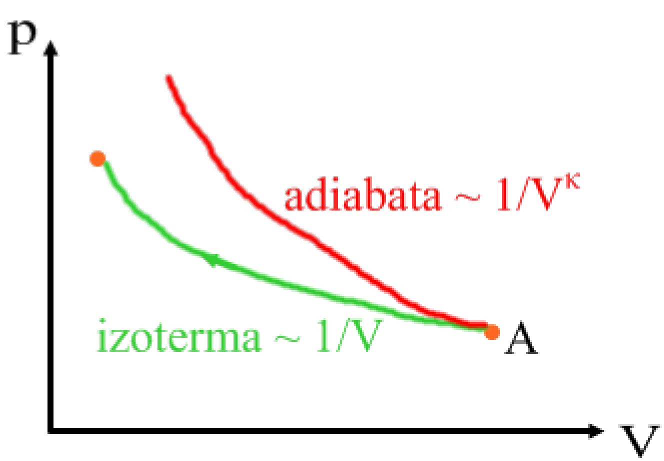
$$\left(\frac{f}{2} + 1\right)\frac{dV}{V} = -\frac{f}{2}\frac{dp}{p}$$

$$\kappa \frac{dV}{V} = -\frac{dp}{p} \rightarrow \quad \kappa \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = -\int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{p}$$

$$\kappa \cdot [\ln V]_{V_1}^{V_2} = -[\ln p]_{p_1}^{p_2}$$

$$\kappa \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$$

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\kappa} = \frac{p_1}{p_2}$$



Poisson-egyenlet: $\boxed{p_1 V_1^{\kappa} = p_2 V_2^{\kappa}}$

Poisson-egyenletek

Adiabatikus folyamatra kaptuk: $\boxed{p_1 V_1{}^{\kappa} = p_2 V_2{}^{\kappa}}$

Felhasználva az állapotegyenletet: $pV = nRT \;\rightarrow\; pV^{\kappa} = nRTV^{\kappa-1}$

$$nRT_1 V_1{}^{\kappa-1} = nRT_2 V_2{}^{\kappa-1}$$

$$\boxed{T_1 V_1{}^{\kappa-1} = T_2 V_2{}^{\kappa-1}}$$

Felhasználva az egyesített gáztörvényt: $\dfrac{p_1 V_1}{T_1} = \dfrac{p_2 V_2}{T_2} \;\rightarrow\; \dfrac{V_2}{V_1} = \dfrac{p_1 T_2}{p_2 T_1}$ de $\dfrac{p_1}{p_2} = \left(\dfrac{V_2}{V_1}\right)^{\kappa}$

Tehát: $\dfrac{p_1}{p_2} = \left(\dfrac{p_1 T_2}{p_2 T_1}\right)^{\kappa} \;\rightarrow\; \dfrac{p_1{}^{1-\kappa}}{p_2{}^{1-\kappa}} = \left(\dfrac{T_2}{T_1}\right)^{\kappa}$

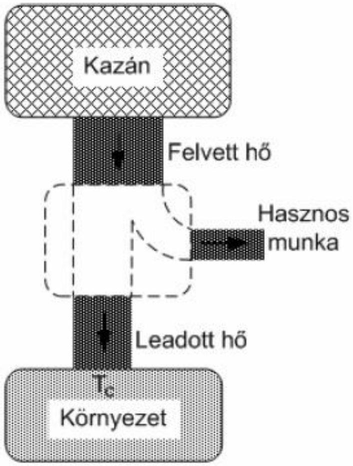
Így a harmadik Poisson-egyenlet: $\boxed{\dfrac{p_1{}^{\kappa-1}}{T_1{}^{\kappa}} = \dfrac{p_2{}^{\kappa-1}}{T_2{}^{\kappa}}}$

<u>Ezekbe behelyettesítve a következőket:</u>

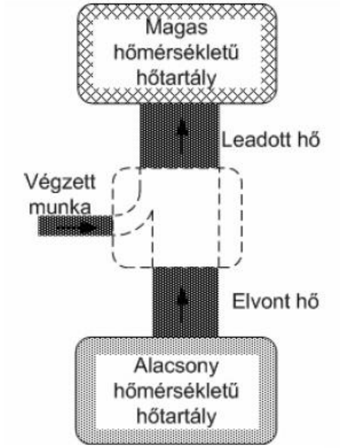
κ = 0: izobár eset

κ = 1: izotermikus eset

κ → ∞: izochor eset



Hőerőgépek, hűtőgépek, hőszivattyúk



Hőtan első főtétele: $\Delta E_b = Q + W$

Körfolyamatra a belső energia teljes változása nulla.