Fizika I. GEFIT056BL Vegyészmérnök BSc, levelező tagozat, Kazincbarcika

2022/2023. tanév, II. félév

3.előadás

Merev testek mechanikája (ism.)

Egy **merev test** bármely két pontjának távolsága időben állandó (nem deformálódik).

Egy merev test egyensúlyának feltételei:
• a testre ható külső erők eredője nulla **és**
• a külső erők bármely pontra (illetve tengelyre) vonatkozó forgatónyomatékainak eredője nulla.

Itt az egyensúly nem csak a statikus állapotot jelenti, hanem állandó sebességű mozgást és állandó szögsebességű forgást is.

Változó mozgás esetén:
Merev test mozgása tehát haladó mozgásból és forgómozgásból áll.
- A haladó mozgást (a tömegközéppont gyorsulását) a **tömegközépponti tételből** kaphatjuk meg.

$$m\vec{a}_S = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i$$

- A forgó mozgás szöggyorsulását pedig a **forgómozgás alapegyenletéből** lehet meghatározni.

$$M_e = \theta\beta$$

Folyadékok és gázok mechanikája

Hidrosztatikai nyomás

A folyadékok és gázok közös tulajdonsága, hogy alakjukat szabadon változtatják.

<u>Hidrosztatika</u>: nyugvó folyadékok mechanikája

Nyomás: Egy pontban a nyomás a pontot körülvevő (végtelen) kicsiny felületre ható erő felületre merőleges komponense, osztva a felület nagyságával. Skalár mennyiség.

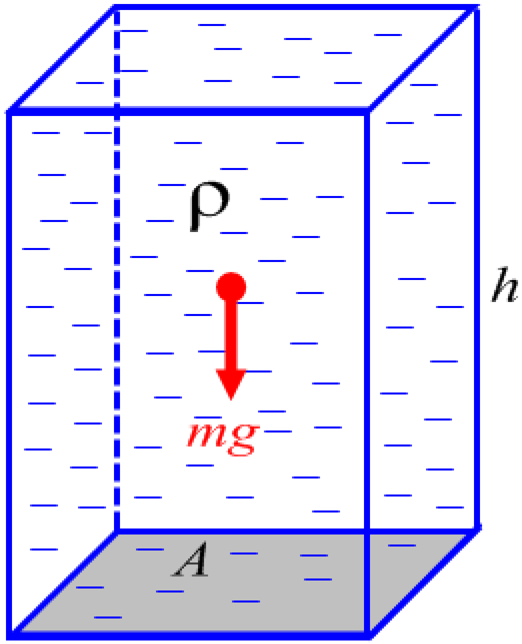
$$p = \lim_{A\to 0}\frac{F_\perp(A)}{A}$$

Mértékegysége: $[p] = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} = \mathrm{Pa}$ (Pascal)

A **hidrosztatikai nyomás** a folyadék (*h* magasságú oszlop) súlyereje által okozott nyomás (egyenletesen oszlik el):

$$p = \frac{F_\perp(A)}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{V\rho g}{A} = \frac{Ah\rho g}{A} = h\rho g$$

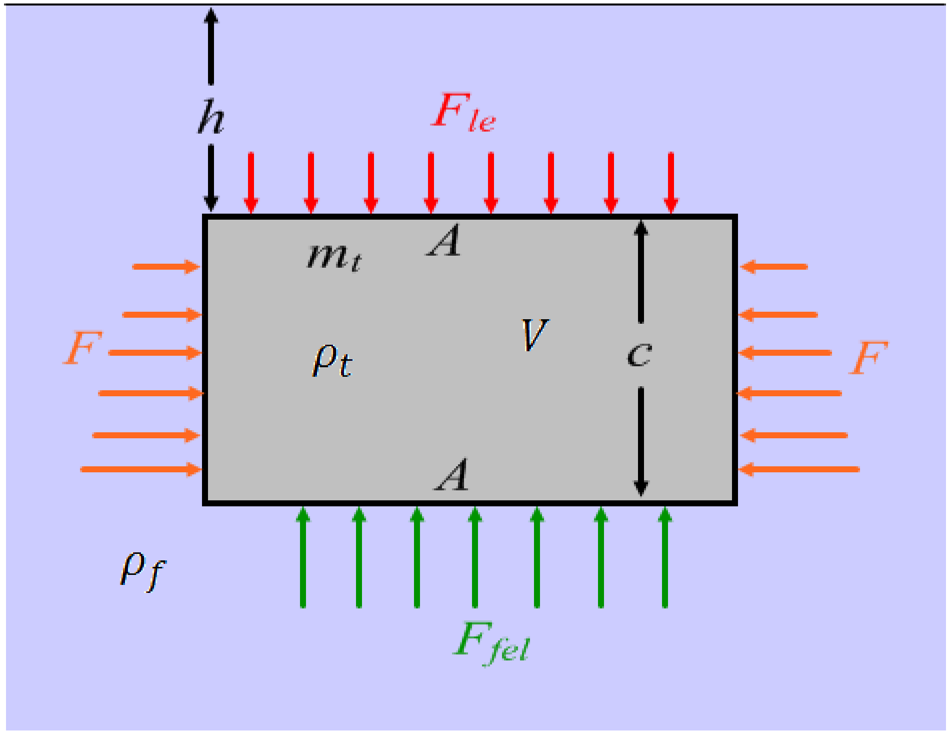
ρ: sűrűség



Mivel a folyadék alakja szabadon változhat, adott mélységben a nyugvó folyadék nyomása nem függ a felület irányításától, a kifejtett erő pedig mindig merőleges a felvett felületre.

Felhajtóerő

A **felhajtó erő** a folyadék által a test teljes felületére kifejtett eredő erő.
A téglatest alakú test lapjaira:
- elülső és hátulsó eredője nulla
- bal oldali és jobb oldali eredője nulla
- alsó és felső eredője...



$$F_f = F_{fel} - F_{le} = p(h+c)A - p(h)A =$$
$$= \rho_f g(h+c)A - \rho_f ghA = \rho_f gcA =$$
$$= \rho_f V g = m_f g$$

V a test által kiszorított folyadék térfogata, aminek tömege m_f

Tehát a felhajtó erő nagysága egyenlő a <u>kiszorított folyadék súlyával</u>.
Ez más alakú testekre is igaz.
A kiszorított folyadék térfogatát a test bemerülő részének térfogata adja meg.

<u>**Archimédesz törvénye**</u>: **Minden folyadékba mártott testre felhajtóerő hat, amely egyenlő a kiszorított folyadék súlyával**.

- Ha a test sűrűsége nagyobb mint a folyadéké, akkor elmerül, mert a felhajtóerő kisebb mint a test súlya.

- Ha a folyadék sűrűsége nagyobb, akkor a test egy része nem merül el, vagyis a test úszik.

Felhajtó erő - elmerülés

Amennyiben a test sűrűsége nagyobb mint a folyadéké: $\rho_t > \rho_f$
A test teljes térfogata a víz alá merül.

A felhajtó erő nagysága: $F_f = V\rho_f g$

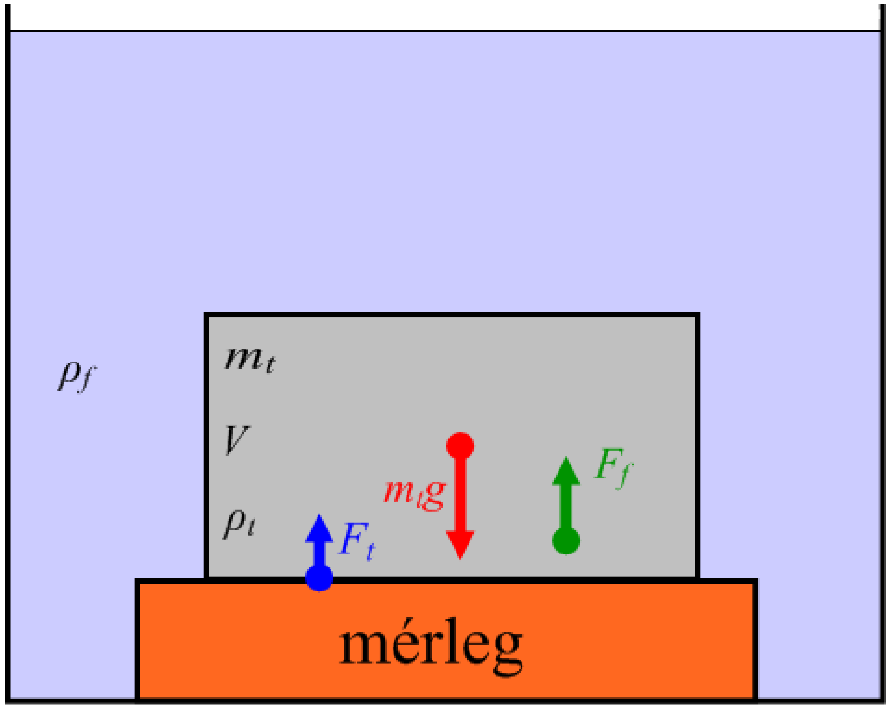
A test egyensúlyához egy tartó erő is szükséges, pl. egy mérleg a folyadék alján.

A test egyensúlyának feltétele: $F_e = 0$

$$F_f + F_t - m_t g = 0$$
$$V\rho_f g + F_t - V\rho_t g = 0$$

A szükséges tartó erő tehát (látszólagos súly):

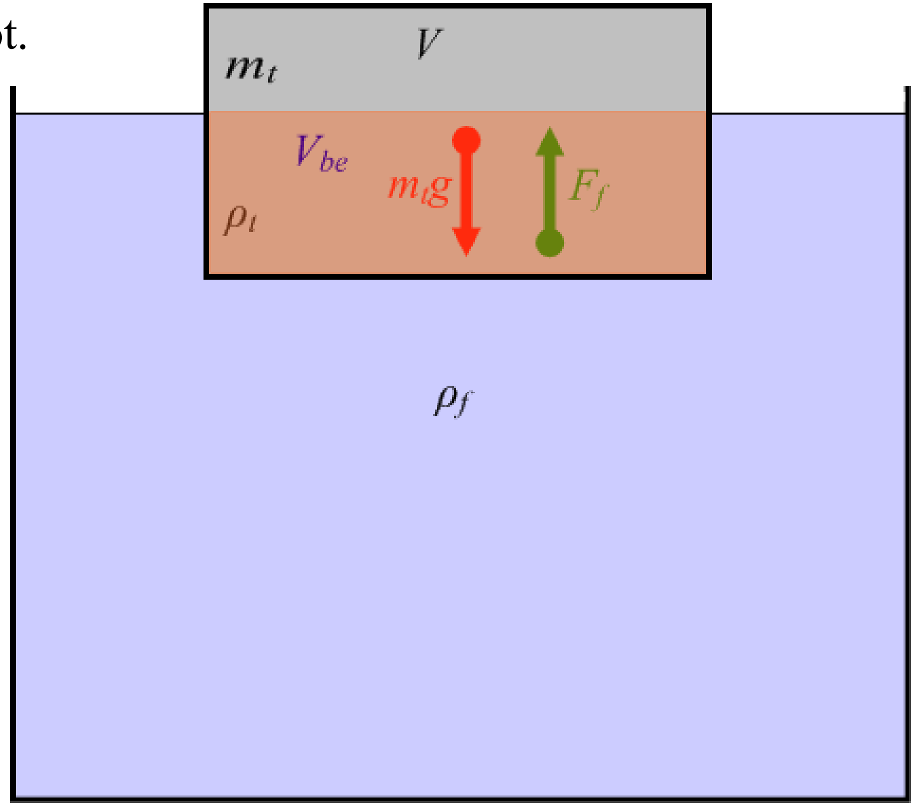
$$F_t = Vg(\rho_t - \rho_f)$$



Abban az esetben amikor a test és a folyadék sűrűsége megegyezik, a tartó erő nulla.
Egy tetszőleges mélységbe helyezett test ekkor nyugalomban van, hiszen $F_{fel} = m_t g$

Felhajtó erő - úszás

Amennyiben a test sűrűsége kisebb mint a folyadéké: $\rho_t < \rho_f$
A test egy része nem merül el.
Csak a bemerült rész (V_{be}) szorít ki folyadékot.



A felhajtó erő nagysága tehát: $F_f = V_{be}\rho_f g$

A test egyensúlyának feltétele: $F_e = 0$

$$F_f - m_t g = 0$$
$$V_{be}\rho_f g = V\rho_t g$$
$$\frac{V_{be}}{V} = \frac{\rho_t}{\rho_f}$$

A test bemerülő részének térfogata úgy aránylik annak teljes térfogatához, mint a sűrűsége a folyadék sűrűségéhez.

Felhajtó erő – Példa (83.)

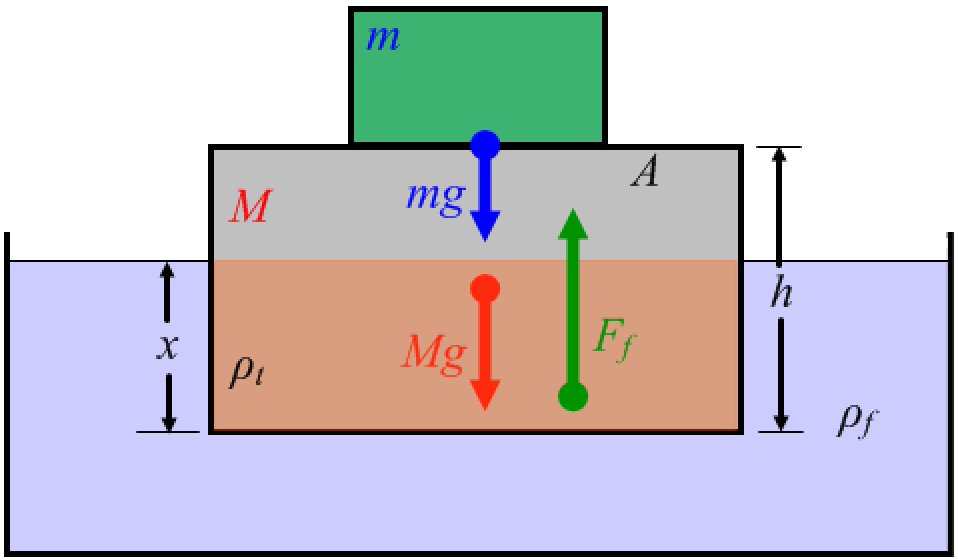
Egy téglatest alakú fadarab méretei: 50cm × 40cm × 10cm, sűrűsége 600kg/m^3. Milyen mélyre fog (a vízen legnagyobb lapjával úszó) fadarab a vízbe merülni, ha egy 4kg-os testet teszünk rá?

h = 10cm = 0,1m
A = 0,5m·0,4m = 0,2m^2
A felhajtó erő nagysága: $F_f = V_{be}\rho_f g = xA\rho_f g$

A test egyensúlyának feltétele: $F_e = 0$

$$F_f = Mg + mg$$
$$xA\rho_f g = hA\rho_t g + mg$$

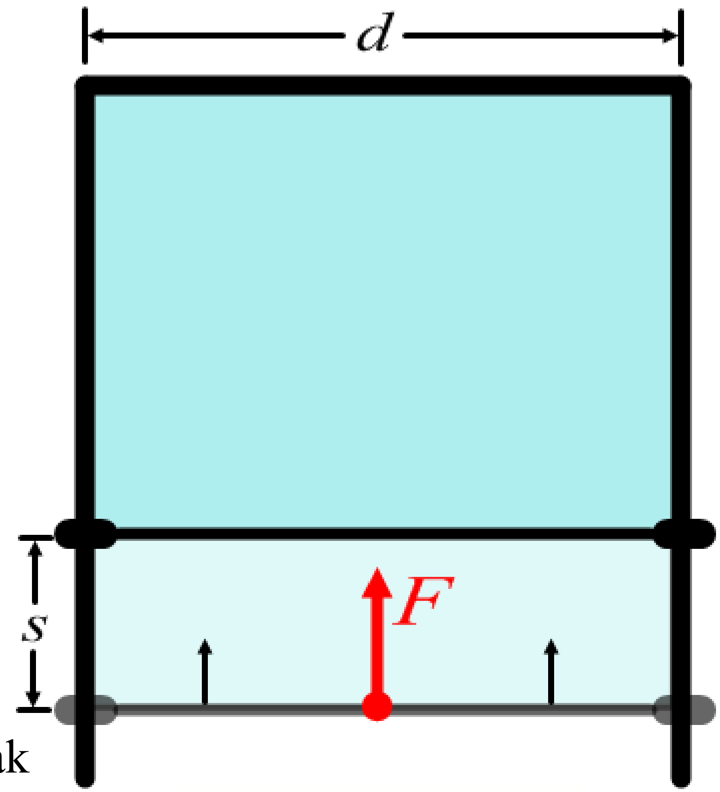
$$x = \frac{hA\rho_t + m}{A\rho_f} = \cdots = 8\text{cm}$$



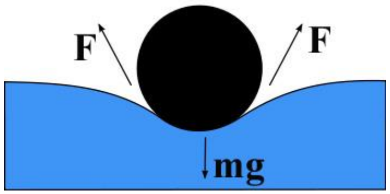
Felületi feszültség

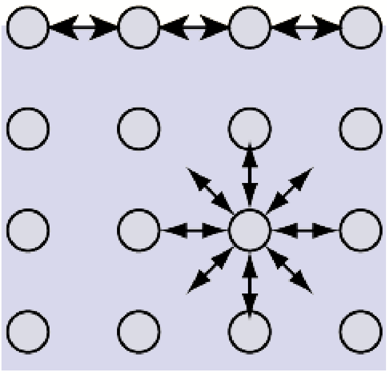
Mosószeres vízbe mártott drótkeret oldalaira a kifeszült hártya összehúzó erőt fejt ki.
Az alsó d hosszúságú oldalra:

$F = 2\alpha d$ ahol α a **felületi feszültség**.
A kettes szórzó az elülső és hátulsó felületek miatt van (2 felület).



Ha az alsó oldal egy mozgatható rúd, amely s távolságot mozdul felfelé, a felület megváltozása:
$\Delta A = -2d{\cdot}s$ (2 oldal továbbra is)
A szappanhártya erejének munkája pedig:
$W = Fs = 2\alpha d{\cdot}s = -\alpha\Delta A$
Mivel a munka a felületváltozással arányos, a folyadéknak a felületével arányos energiája van:
$E = \alpha A$
Ennek oka a molekulák közötti vonzó kölcsönhatásban rejlik.
A felületet igyekszik a folyadék minimalizálni: csepp alakja

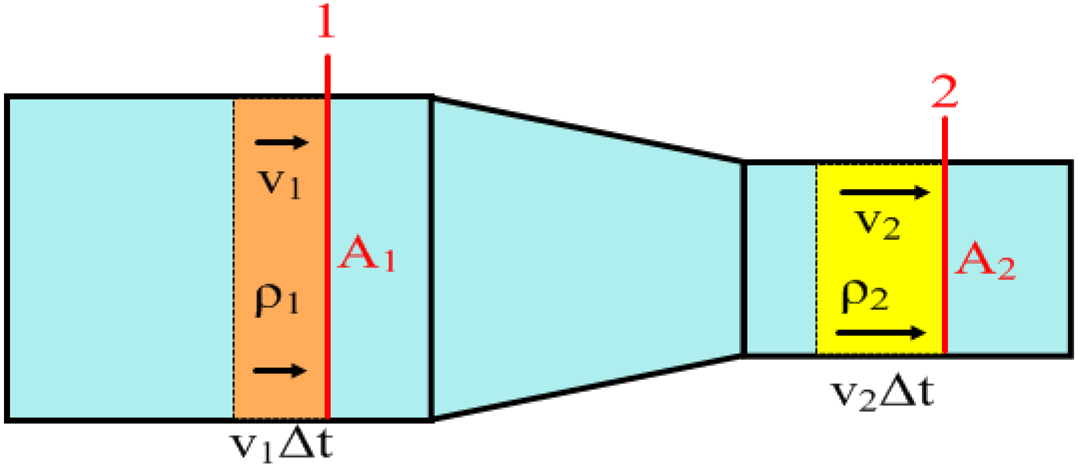




Kontinuitási egyenlet

A **hidrodinamika** a folyadékok áramlását leíró tudományág.
Nem az egyes részecskék pályáját követjük, hanem a különböző pontokban az ott áramló folyadék tulajdonságait mérjük (pl. sebesség, nyomás, sűrűség).
Ha ezek időben állandóak minden pontban: **stacionárius** áramlás

Kontinuitási egyenlet: Stacionárius áramlásnál a cső bármely pontján adott idő alatt ugyanakkora tömegű folyadék áramlik át, mivel sem forrás, sem nyelő nincs a cső mentén.



Az A_1 és A_2 keresztmetszetű helyekre Δt idő alatt:

$$m_1 = m_2$$
$$\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2$$
$$\rho_1 A_1 v_1 \Delta t = \rho_2 A_2 v_2 \Delta t$$

$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$ a **tömegáram** ugyanaz a cső mentén.

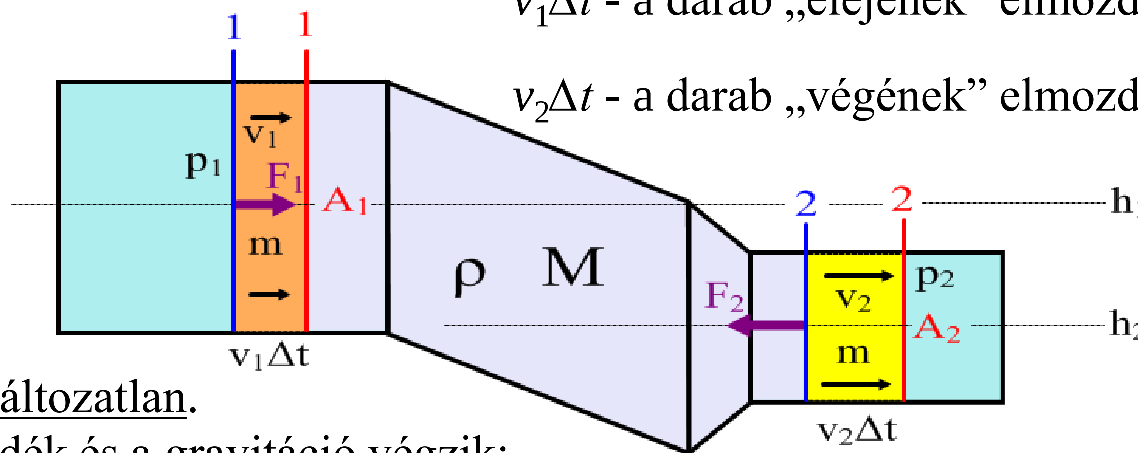
Összenyomhatatlan folyadékra ($\rho_1 = \rho_2$): $A_1 v_1 = A_2 v_2$ a **térfogatáram** is ugyanaz a cső mentén.

Bernoulli egyenlet

Alkalmazzuk a $W = \Delta E_K$ munkatételt a h_1 magasságban lévő A_1 keresztmetszetű rész és a h_2 magasságban lévő A_2 keresztmetszetű rész között az $m + M$ tömegű összenyomhatatlan ρ sűrűségű folyadékdarabra, stacionárius áramlás esetén. Kis Δt idő alatt:

$v_1\Delta t$ - a darab „elejének" elmozdulása

$v_2\Delta t$ - a darab „végének" elmozdulása



Az M tömegű közbülső rész <u>változatlan</u>.
A munkát a szomszédos folyadék és a gravitáció végzik:

$$W = W_f + W_g = F_1 v_1 \Delta t - F_2 v_2 \Delta t + mg(h_1 - h_2) = p_1 A_1 v_1 \Delta t - p_2 A_2 v_2 \Delta t + mg(h_1 - h_2) =$$
$$= p_1 \Delta V - p_2 \Delta V + \rho \Delta V g(h_1 - h_2) = \Delta V(p_1 - p_2 + \rho g h_1 - \rho g h_2)$$

A kinetikus energia megváltozása: $\Delta E_K = E_{K2}(m) + E_K(M) - E_{K1}(m) - E_K(M)$

$$\Delta E_K = \frac{1}{2} m {v_2}^2 - \frac{1}{2} m {v_1}^2 = \Delta V \left(\frac{1}{2}\rho {v_2}^2 - \frac{1}{2}\rho {v_1}^2\right)$$

Tehát:

$$p_1 - p_2 + \rho g h_1 - \rho g h_2 = \frac{1}{2}\rho {v_2}^2 - \frac{1}{2}\rho {v_1}^2 \to \boxed{p_1 + \frac{1}{2}\rho {v_1}^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho {v_2}^2 + \rho g h_2}$$

Bernoulli egyenlet - Példa

Milyen sebességgel folyik ki egy vödör alján fúrt lyukon a víz, ha a vödörben *h* magasságig van víz?

Feltételezve, hogy a vízszint nagyon lassan csökken: $v_1 \approx 0$

A Bernoulli-egyenletet felhasználva:

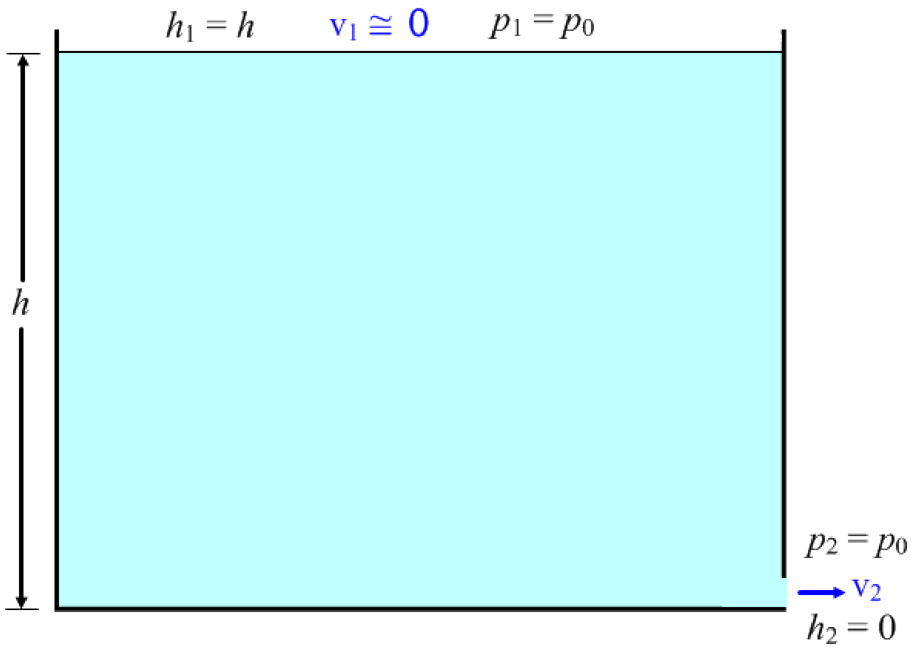
$$p_1 + \frac{1}{2}\rho {v_1}^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho {v_2}^2 + \rho g h_2$$

$$p_0 + 0 + \rho g h = p_0 + \frac{1}{2}\rho {v_2}^2 + 0$$

$$\rho g h = \frac{1}{2}\rho {v_2}^2$$

$$2gh = {v_2}^2$$

$$v_2 = \sqrt{2gh}$$



A sebesség megegyezik azzal, amit egy *h* magasságból szabadon eső test érne el.

Termodinamika

(Hőtan)

Termodinamika

A **hőtan** nagyszámú részecskéből (pl. gázmolekulából) álló makroszkópikus rendszerekkel foglalkozik. A nagy számok miatt érdemes a **mólt** bevezetni, ami egy **Avogadro-számnyi** ($6{,}022 \cdot 10^{23}$ db) részecskét jelent (12-es tömegszámú szénatomok száma 12 gramm szénben).

A végbemenő folyamatok **kvázisztatikusak**, a rendszert leíró mennyiségek a folyamat során minden pillanatban ki vannak egyenlítődve (**egyensúlyi** állapotokon keresztüli „lassú” változás).

A rendszert leíró makroszkópikusan mérhető mennyiségek az **állapothatározók**.

Extenzív állapothatározók: a rendszer egészére jellemzők, és több rendszer egyesítésekor ezek összeadódnak (pl. térfogat, részecskeszám, tömeg, energia).

Intenzív állapothatározók: pontról pontra mérhetők, több rendszer egyesítésekor ezek kiegyenlítődésre törekednek (pl. nyomás, hőmérséklet, sűrűség, energiasűrűség).

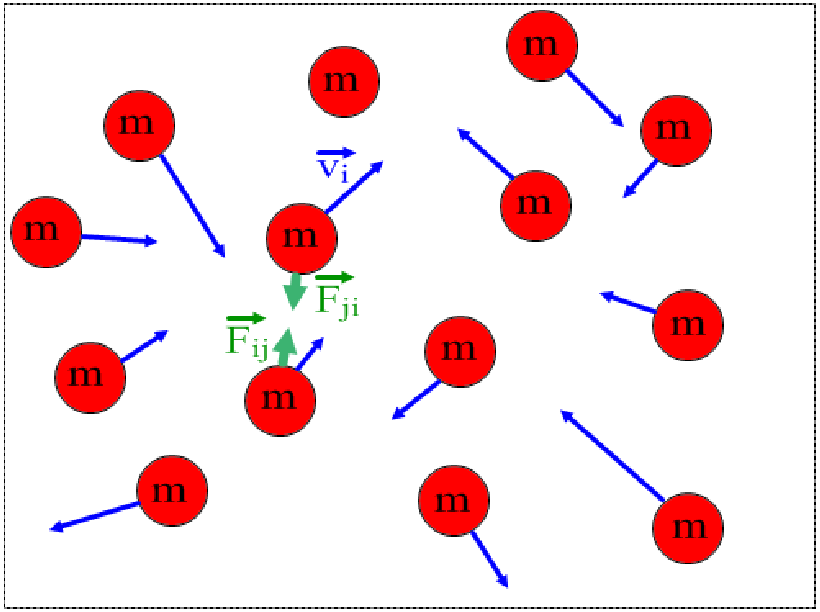
Fenomenologikus elmélet: leírás csak az állapothatározókon keresztül.

Statisztikus elmélet: a nagyszámú részecskére statisztikai törvényszerűségek alkalmazása.

Belső energia

A rendszer **belső energiája** a részecskék egymáshoz (rendszer tömegközéppontjához) képesti <u>rendezetlen</u> mozgásából származó **kinetikus energia** és a részecskék közötti kölcsönhatásokhoz tartozó **potenciális energia**.

N db részecskére: $$E_b = \sum_{i=1}^{N} E_{Ki} + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} E_{Pij}$$



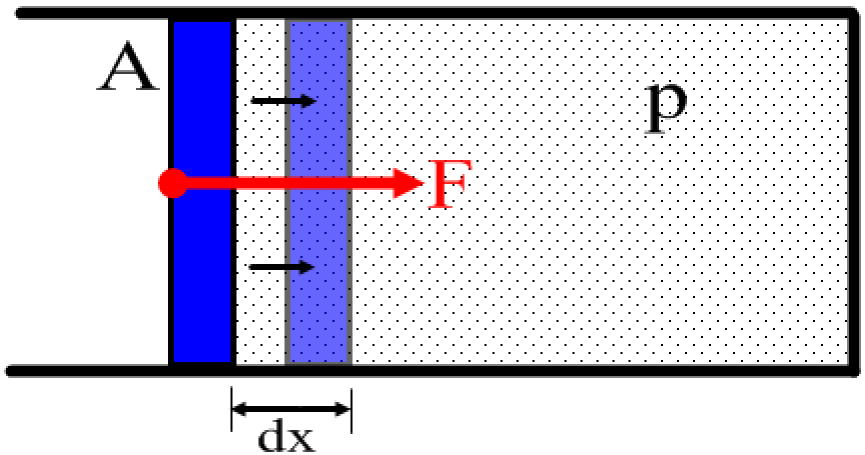
Bizonyos esetekben a részecskék közötti kölcsönhatások (rugalmas ütközéseket leszámítva) elhanyagolhatók (ideális gázok), ekkor a második tag nulla.

Magasabb hőmérsékleten a belső energia nagyobb.

Rendezett mozgás mechanikai energiája disszipáció során (pl. súrlódás, közegellenállás) belső energiává alakulhat, növelve a test hőmérsékletét

Térfogati munka

A **térfogati munka** a környezet által a gázon (rendszeren) végzett munka, miközben annak térfogata változik.
Egy könnyen mozgó dugattyún végzett elemi munka a környezet által, miközben azt dx távolsággal beljebb nyomja: δW



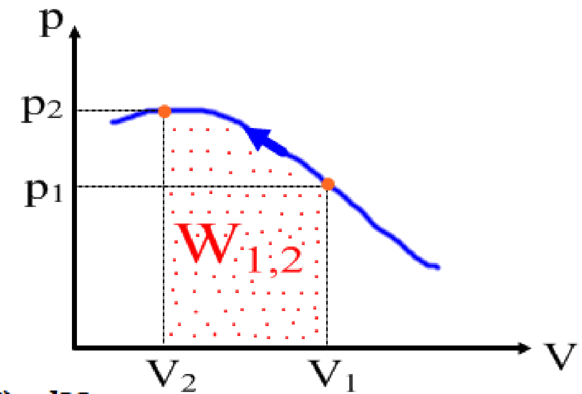
A szükséges erő p nyomású gáz esetén: $F = pA$.

Tehát az elemi munkára: $\delta W = pAdx$
Mivel $Adx = -dV$

$$\boxed{\delta W = -pdV}$$

Eközben a gáz által végzett munka negatív, mert a gáz kifelé nyomja a dugattyút (az erő ellentétes az elmozdulás irányával): $\delta W^* = -\delta W$
Tágulás esetén viszont: $\delta W < 0$ és $\delta W^* > 0$
Egy véges térfogatváltozás esetén a nyomás általában változik, ezért integrálni kell:
A munka kiszámolható a p-V diagrammon a görbe alatti terület segítségével.

$$W_{1,2} = -\int_{V_1}^{V_2} p(V)\, dV$$



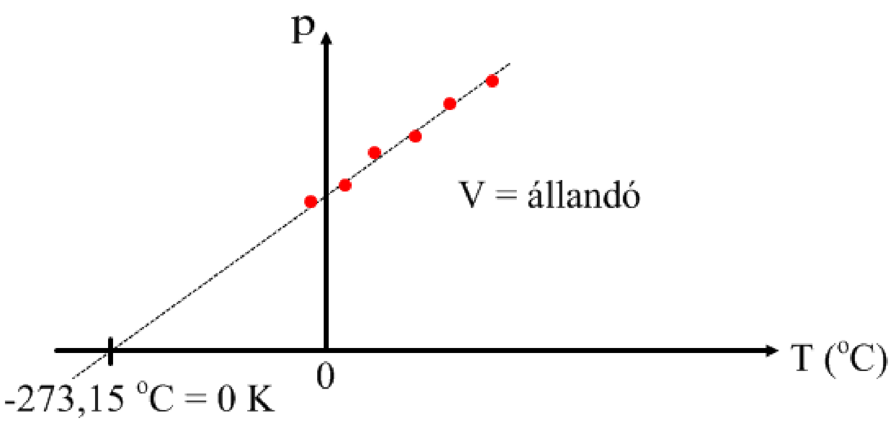
ha a nyomás állandó:

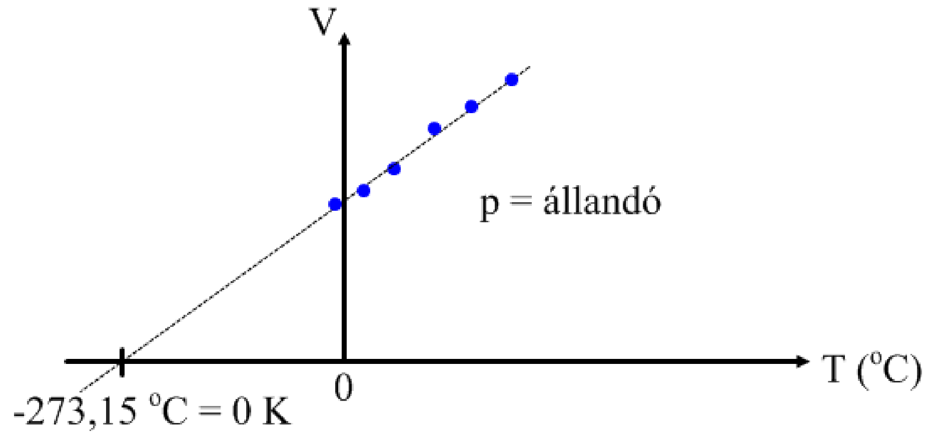
$$W_{1,2} = -p(V_2 - V_1)$$

Abszolút hőmérsékleti skála

Ideális gáz térfogatát tanulmányozva állandó nyomáson, vagy nyomását tanulmányozva állandó térfogaton, mindkét esetben a hőmérsékletnek lineáris függvénye az eredmény.

A gáz térfogata illetve nyomása lineárisan nullához tart csökkenő hőmérséklet esetén.





Abszolút nulla: ahol a lineáris extrapoláció egyenese metszi a hőmérséklet tengelyt.

T = -273,15 °C = 0 K (Kelvin) - A hőmérséklet SI mértékegysége.

Hőközlés

A test belső energiája úgy is nőhet, ha egy magasabb hőmérsékletű test energiát ad neki.
Ez a makroszkopikus mozgás (munkavégzés) nélkül átadott energia a **hő**.
Jele: Q (az energia amit a rendszer a környezettől kap). Mértékegysége: J (Joule)
A rendszer (test, folyadék, gáz) által a környezetnek leadott energia pedig: $Q^* = -Q$

Hőkapacitás: A rendszer hőmérsékletének 1 fokkal emeléséhez szükséges hő:

$Q = C\Delta T$ Mértékegysége: $[C]$ = J/K vagy J/°C

Fajhő: a rendszer egységnyi tömegű részének hőkapacitása:

$C = cm$ vagyis $Q = cm\Delta T$ Mértékegysége: $[c]$ = J/(kg·K) vagy J/(kg·°C)

Mólhő: a rendszer egy mólnyi részének hőkapacitása:

$C = c_M \cdot n$ ahol n a mólok száma vagyis $Q = c_M \cdot n\Delta T$
Mértékegysége: $[c_M]$ = J/(mol·K) vagy J/(mol·°C)

A belső energia a rendszer egy állapotát jellemzi, míg a munka és a hő egy folyamatot.

Kalorimetria

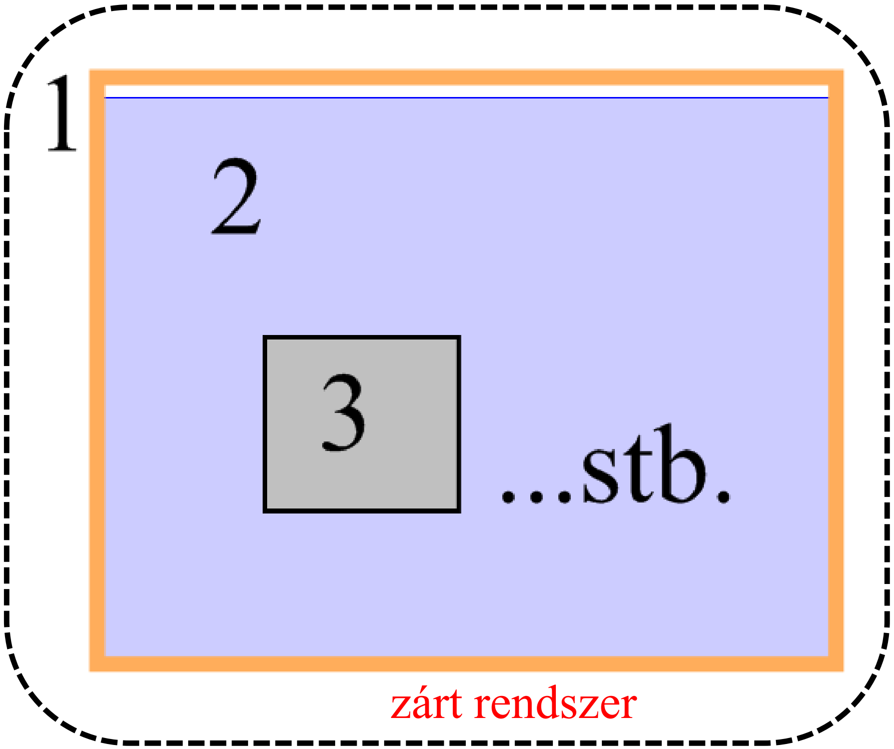
Kalorimetria: A hőmennyiség és a fajhő mérésére szolgáló eljárás.
Kaloriméter: Egy ismert hőkapacitású hőszigetelt tartály, benne ismert hőkapacitású folyadékkal.

<ins>Eljárás alapja</ins>: A rendszerben idővel kiegyenlítődik a hőmérséklet.

Zárt rendszer belső energiája állandó

Ha Q_i az i-edik test által kapott hőmennyiség:

$$\boxed{\sum_{i=1}^{N} Q_i = 0}$$



Q lehet:

$cm\Delta T$ (melegedés vagy hűlés)
$-mL_é$ (égés során leadott hő)
mL_o (olvadás során felvett hő)
$-mL_o$ (fagyás során leadott hő)
mL_f (forrás során felvett hő)
$-mL_f$ (lecsapódás során leadott hő)

<ins>Például három test esetén :</ins> $Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$

ha nincs fázisátalakulás:

$$c_1 m_1 (T_k - T_1) + c_2 m_2 (T_k - T_2) + c_3 m_3 (T_k - T_3) = 0$$

Ha az egyik mennyiség (pl. c_3) ismeretlen, akkor az az egyenletből meghatározható.

A hőtan első főtétele

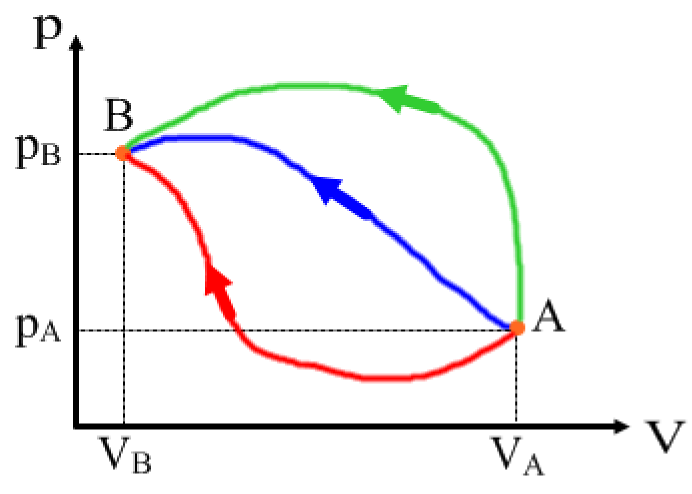
A **hőtan első főtétele** kimondja, hogy egy rendszer belső energiájának megváltozása egyenlő a **rendszerrel közölt hő** és a **rendszeren végzett munka** összegével:

$$\boxed{\Delta E_b = Q + W}$$

A munka a környezet által végzett térfogati munka.
A hő a környezettől kapott hő (lehet például súrlódás által disszipált mechanikai energia).

Mivel a belső energia a rendszer állapotára jellemző mennyiség, annak megváltozása egy A és B állapotok között nem függ attól, hogy milyen folyamat során történt a változás:

$$\Delta E_b = E_b(B) - E_b(A)$$



Bármilyen körfolyamat (A-ból kezdve és A-ban végződve) során természetesen:

$$\Delta E_b = E_b(A) - E_b(A) = 0$$

A tétel differenciális alakja: $dE_b = dQ + dW$