Fizika II.

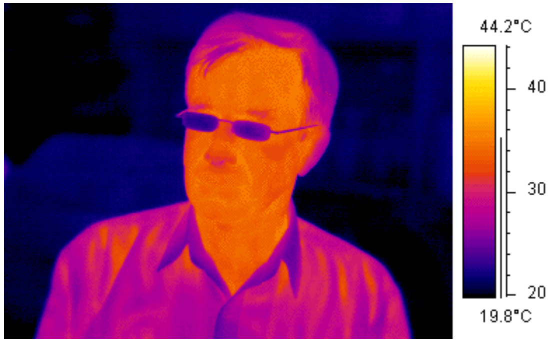
Vegyészmérnök BSc Kazincbarcika
2023/24 tanév I félév

A 4. konzultáción leadott tananyag

A hőmérsékleti sugárzás

Felhevített tárgyak több száz fokos hőmérsékletet elérve először vörösen, majd még magasabb hőmérsékleten sárgán izzanak, tehát fényt (elektromágneses hullámokat a látható tartományban) bocsátanak ki.

Bár csak a nagyon forró testek sugárzását láthatjuk saját szemünkkel, műszerek segítségével az alacsonyabb hőmérsékletű testek sugárzását is megmérhetjük. Minden test aminek a hőmérséklete nem abszolút nulla sugároz.



Mivel ezzel az elektromágneses sugárzás kibocsájtó képességgel minden melegített test rendelkezik, ennek az oka nyilvánvalóan a test hőmérséklete és nem különleges összetétele. Így ezt a sugárzást **hőmérsékleti sugárzásnak** nevezzük. Nyilvánvaló, hogy vannak különleges összetételű testek (fénycső, szentjánosbogár, stb.), amelyek *hidegen* is képesek fényt kibocsájtani és sugárzásuk nem ebbe a kategóriába tartozik *(**lumineszcencia sugárzások**).*

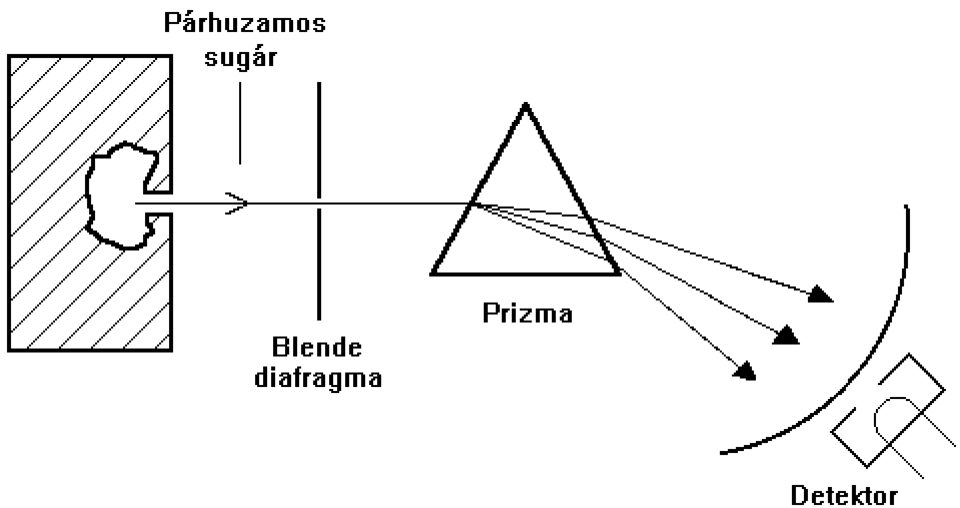
A hőmérsékleti sugárzás

Ideális fekete test: amely a ráeső sugárzást teljesen elnyeli. Bizonyítható, hogy az ilyen test sugároz legintenzívebben (adott hőmérséklet mellett) és a kibocsátott sugárzás csak a hőmérséklettől függ (anyagi minőségtől nem).

Ez bármely anyagból készült üreges testtel és azon egy kicsiny lyukkal valósítható meg, mert a lyukra igaz, hogy

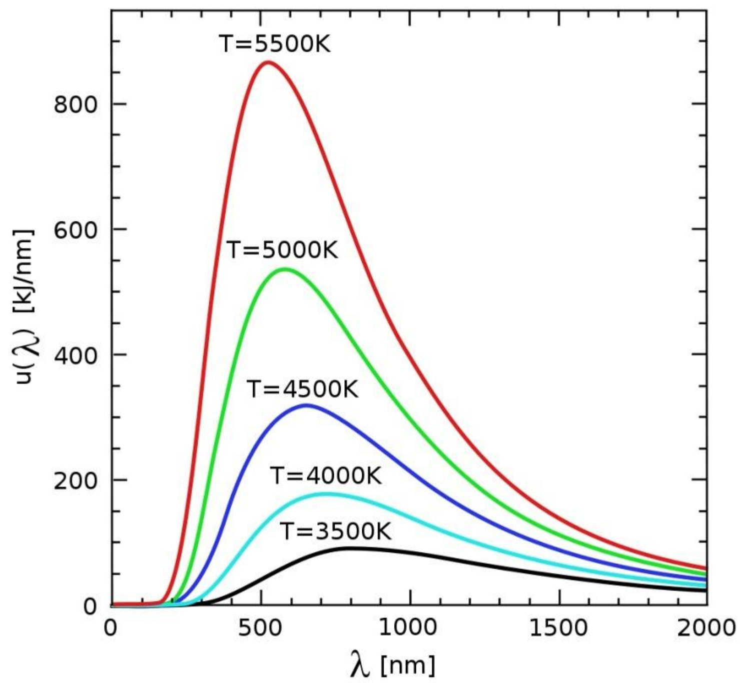
- a ráeső sugárzás a lyukon mind bemegy az üregbe
- az üreg belső faláról visszavert fény nagy valószínűséggel belül marad és elnyelődik
- belül az elektromágneses sugárzás és az anyag között termodinamikai egyensúly áll be
- a sugárzás spektruma ekkor csak az anyag hőmérsékletétől függ.

Az üregsugárzás spektrumának felvétele:



A hőmérsékleti sugárzás spektruma

Az emisszió-képesség hullámhosszfüggése (spektrum):



Bár a XIX. században Maxwell egyenleteiből klasszikus elgondolással nem sikerült levezetni a hőmérsékleti sugárzást leíró egyenletet, azért voltak részeredmények:

Nagyobb hőmérsékleten a görbe maximuma alacsonyabb hullámhossz felé tolódik: **Wien-féle eltolódási törvény**:

$$\lambda_{max} \cdot T = \text{\textit{állandó}}$$

A Wien-féle állandó értéke $2{,}9 \cdot 10^{-3}$ Km.

A teljes kisugárzott teljesítményt (görbe alatti területet) a hőmérséklet függvényében a **Stefan-Boltzmann törvény** adja meg:

$$P = \sigma \cdot T^4 \cdot A$$

ahol $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ W/(m^2·K^4) a Stefan-Boltzmann állandó.

A hőmérsékleti sugárzás spektruma

Végül **Max Planck** 1900-ban sikerrel járt a hőmérsékleti sugárzás spektrumának levezetésében. Feltételezte ugyanis, hogy az üregben az elektromágneses (EM) állóhullámok formájában jelen lévő EM sugárzási energia adagokban (ε_1) vehető fel. Ez lecsökkenti az egy állóhullám módusra (2 szabadsági fokra) jutó átlagos energiát:

$$\varepsilon_{\acute{a}tlag} = \varepsilon_1/(\exp(\varepsilon_1/kT)-1) < kT$$

A kis hullámhosszú (tehát nagy frekvenciájú) sugárzásból (pl. UV sugárzás) azért van kevés az üregben, mert arra a sugárzásra már igen nagyok az energia adagok.

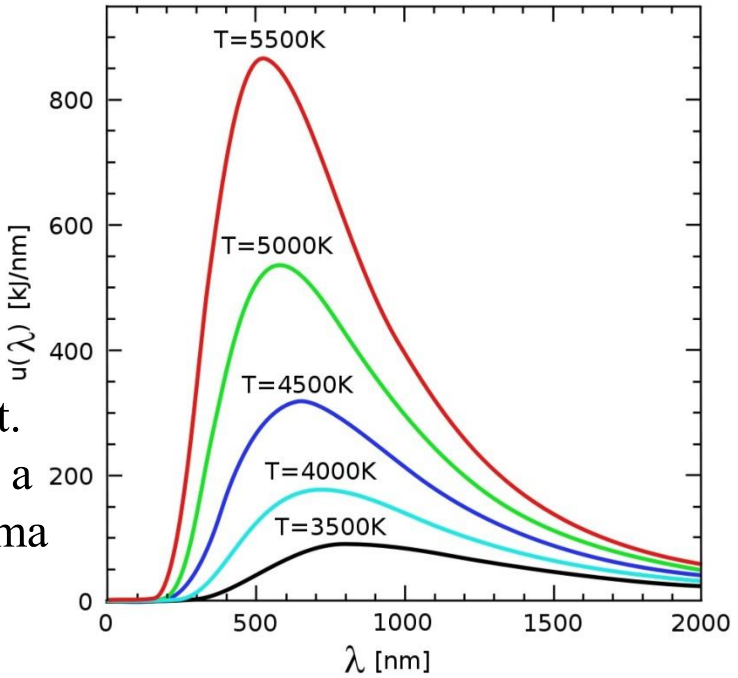
Azaz az energia adagnak arányosnak kell lennie a frekvenciával: $\boldsymbol{\varepsilon_1 = h \cdot f}$

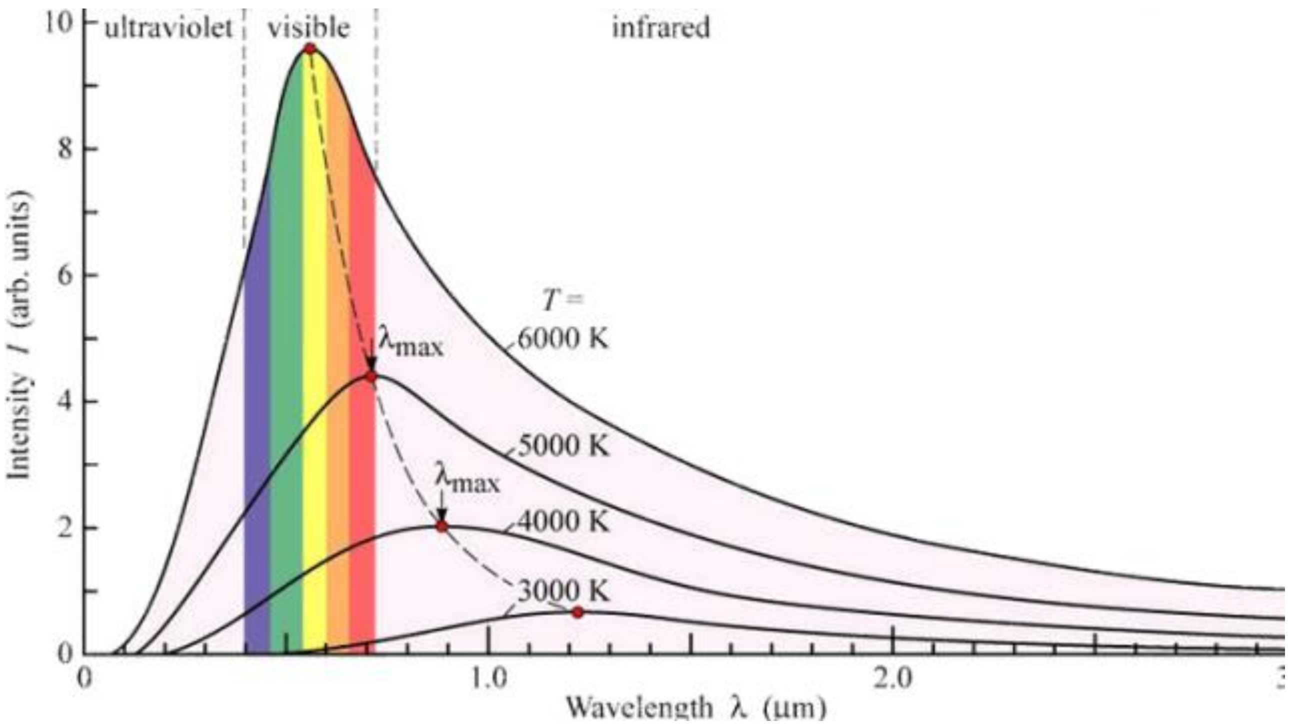
A *h* konstans mai neve: Planck-állandó
A kísérleti adatokkal akkor a legjobb az egyezés, ha $h=6{,}63\times10^{-34}$ Js

Ezzel a spektrum alakját leíró fv (Plack törvénye)

$$I(f) = \frac{Khf^3}{e^{\frac{hf}{kT}}-1}$$

Az adag neve idegen szóval kvantum.
Ez az eredmény jelentette a **kvantum fizika** kezdetét.
Ez egyre jobban feltűnő amikor a frekvencia nagy és a csomagok (kvantumok) energiája nagy, például gamma sugárzás esetén.

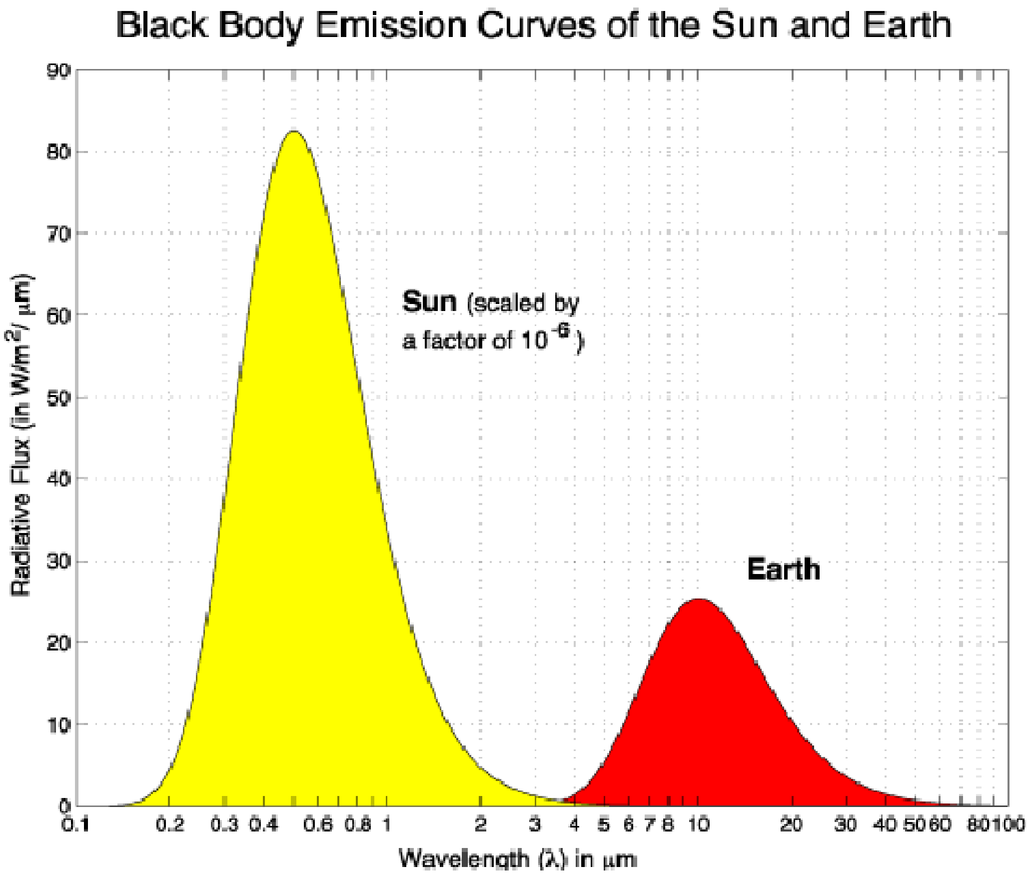




Megjegyzések:

1, A kb. 6000K-es Nap felszín 0,6 μm környékén sugároz legintenzívebben, a 3000K-es izzószál pedig 1,2 μm környékén. Egységnyi felületeik sugárzásainak aránya 16 : 1.

2, A látás szempontjából a Nap felszíne optimális hőmérsékletű, de még így is a sugárzás kisebb része esik a látható tartományba.



A kb. 290K átlagos hőmérsékletű Föld felszín a távoli IR-ben (kb. 10μm) sugároz legintenzívebben. Az intenzitásokban millió-szoros eltérések vannak.

Tesztkérdések

Melyik nem igaz? Ahogy növeljük egy test hőmérsékletét, átlagosan

a) egyre nagyobb energiájú fotonokat bocsájt ki
b) egyre nagyobb hullámhosszúságú elektronokat bocsájt ki
c) egyre kisebb hullámhosszúságú fotonokat bocsájt ki
d) egyre több fotont bocsájt ki

Egy test abszolút hőmérsékletét kétszeresére növeljük. Melyik állítás lesz igaz az alábbiak közül?

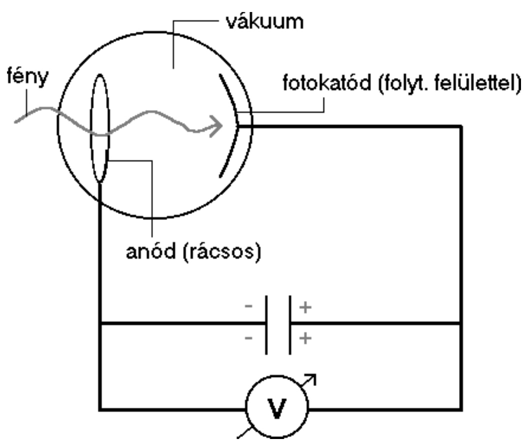
a) A kisugárzott összenergia és a legnagyobb intenzitású fotonok kvantumenergiája is kétszeresére nő
b) A kisugárzott összenergia a négyszeresére nő, de a legnagyobb intenzitású fotonok kvantumenergiája nem változik
c) A kisugárzott összenergia a nyolcszorosára nő, de a legnagyobb intenzitású fotonok kvantumenergiája nem változik
d) A kisugárzott összenergia a 16-szorosára nő, a legnagyobb intenzitású fotonok kvantumenergiája pedig a kétszeresére nő

Fényelektromos hatás (fotoeffektus)

Ultraibolya fény hatására egy cinklemezt elektronok hagynak el.
A jelenséget a fény hullámtermészetével magyarázva azt várjuk, hogy az elektronok kilépése csak a hullám intenzitásától függ.

Kísérleti tapasztalatok:
- Ha a megvilágító fény frekvenciája nem ér el egy f_0 (határfrekvencia) értéket akkor elektronkilépés nincs, bármekkora is az intenzitás (f_0 az anyagi minőségtől függ).
- Ha van kilépés, akkor a kilépő elektronok sebessége a fény frekvenciájától függ.
- A kilépő elektronok száma arányos a fény intenzitásával, állandó $f > f_0$ mellett.
- Az elektronok kilépése szinte azonnal megindul a megvilágítás kezdetétől mérve.

Ezek a tapasztalatok a fény hullámtermészetével nem magyarázhatók.



A fény elektronokat vált ki a fotokatódról. Az elektronok felfutnak az anódrácsra. Ez a folyamat egy U ellenteret épít fel és addig tart, amíg az elektronok át tudnak rajta haladni:

$U \cdot e = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ e, m, v az elektron töltése, tömege, sebessége

Fényelektromos hatás (fotoeffektus)

<u>Einstein (1905):</u> A fény részecskeként viselkedik, részecskéi a **foton**ok, melyek energiája

$$E = hf.$$

Ez az energia csak egy elektronnak adódik mind oda, amellyel a foton kölcsönhatásba lép. Nem oszlik szét a környező elektronok közt.

Einstein fényelektromos egyenlete (Nobel-díjat kapott érte):

$$hf = W_{ki} + \frac{1}{2} m_e v^2$$

W_{ki}: fémre jellemző **kilépési munka** (egy e^- kiszabadításához szükséges energia).

m_e: elektron tömege

<u>Határfrekvencia:</u>

A foton összes energiája a kilökésre fordítódik, nem marad fel kinetikus energia:

$$hf_0 = W_{ki}$$

Van másféle fotoeffektus is.

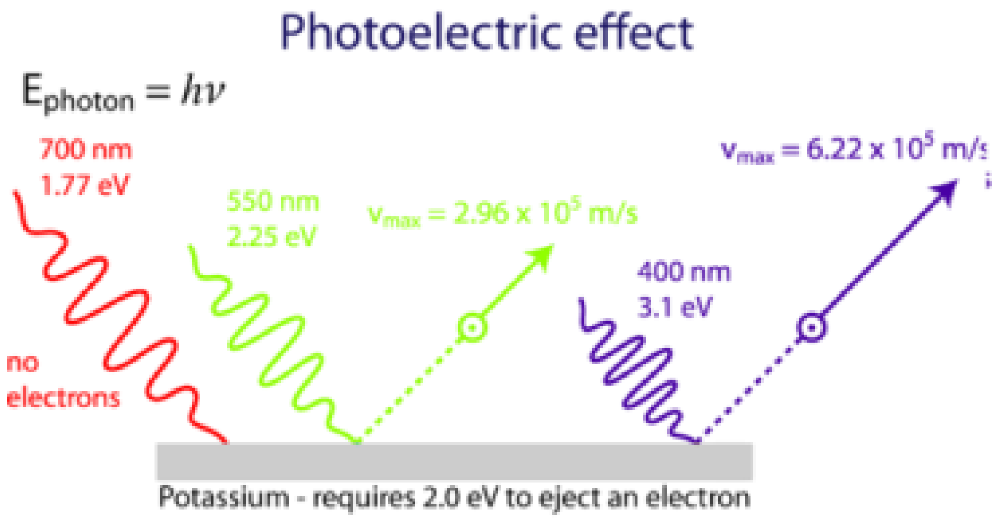
a, **belső fotoeffektus**: fény hatására a félvezető vezetővé válik (pl. fénymásoló)

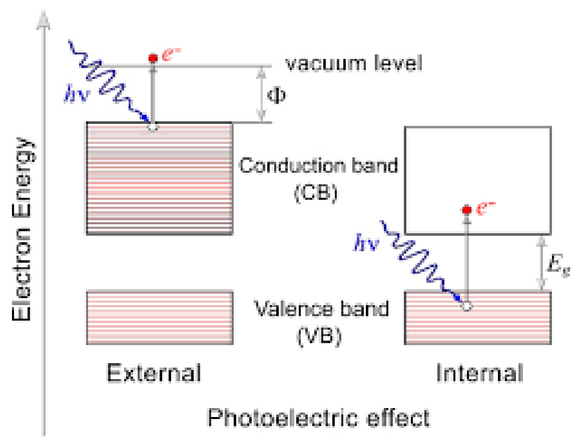
b, **atomi fotoeffektus**: a foton kölcsönhat egy atommal és ennek során egy elektron leszakad az atomról

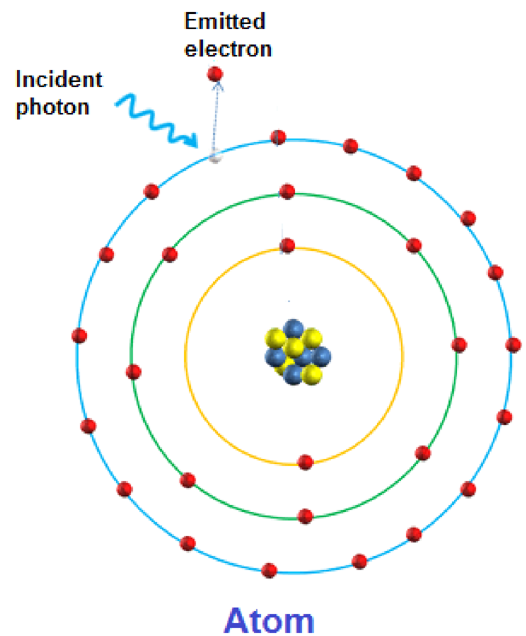
Fényelektromos jelenség

Belső fotoeffektus

Atomi fotoeffektus







A foton lendülete

Az Einstein-féle **tömeg-energia ekvivalencia** alapján: $\boldsymbol{E = mc^2}$.
A foton energiája: $E = hf$

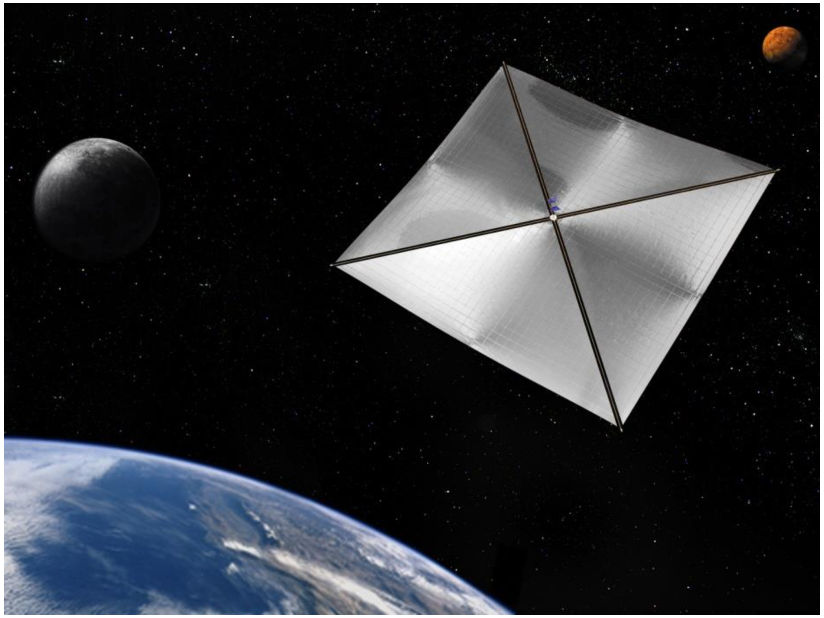
Tehát a fotonhoz rendelhetünk egy tömeget (nem a nyugalmi tömeg, mert az nincs neki!):

$$m_f = \frac{E_f}{c^2} = \frac{hf}{c^2} = \frac{h}{\lambda c}$$

Ezt a foton *c* sebességével megszorozva kapjuk a **foton lendületét**: $p_f = m_f c = \frac{h}{\lambda c} c = \frac{h}{\lambda}$

Ez a mennyiség a fontos akkor, amikor a foton részecskéken szóródik (Compton-szórás), illetve emiatt a **foton nyomást fejt ki** a felültre, ami őt elnyeli vagy visszaveri.

A fény nyomását használva vitorlázhatunk az űrben.



A fényelektromos jelenség során fény hatására elektronok lépnek ki a fémből. Mi történik, ha növeljük a megvilágító fény frekvenciáját?

a) a kilépő elektronok száma is sebessége is megnő
b) a kilépő elektronoknak csak a sebessége nő meg
c) a kilépő elektronoknak csak a száma nő meg
d) a kilépő elektronok száma is sebessége is változatlan marad

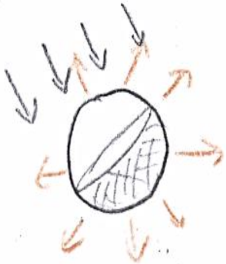
Valamely foton frekvenciája 5×10^{14} Hz. Számítsuk ki a hullámhosszát (λ) és kvantumenergiáját(ε)!

a) $\lambda = 6 \mu m$; $\varepsilon = 3{,}3 \times 10^{-19}$ J
b) $\lambda = 6 \mu m$; $\varepsilon = 3{,}3 \times 10^{-18}$ J
c) $\lambda = 600 nm$; $\varepsilon = 3{,}3 \times 10^{-19}$ J
d) $\lambda = 600 nm$; $\varepsilon = 3{,}3 \times 10^{-18}$ J

78. A Föld minden, a napsugárzásra merőleges négyzetméterét másodpercenként 1390 J energiájú elektromágneses sugárzás éri el ($S = 1390\ W/m^2$; szoláris állandó). Mennyi lenne a Föld hőmérséklete, ha az minden pontján azonos hőmérsékletű abszolut fekete test lenne?

$P_{be} = P_{ki}$

↑ Napfény ↑ hőmérsékleti sugárzás



$P_{be} = S \cdot A_{kör}$

$P_{ki} = \sigma T^4 \cdot A_{gömb}$

$S \cdot R_F^2 \pi = \sigma T^4 4 R_F^2 \pi$

$S = 4\sigma T^4$

$\sigma T^4 = \frac{S}{4}$

tehát a Föld emissziós képessége a szoláris állandó negyede (így van ez minden fekete gömb esetén)

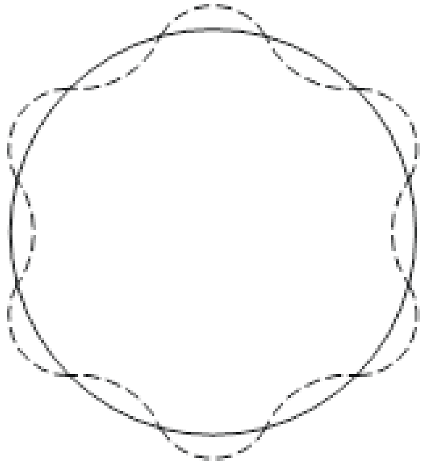
$T = \sqrt[4]{\frac{S}{4\sigma}} = 280\ K = +7°C$

igen közel van a tényleges $\sim 288\ K$-hez

de Broglie hipotézise (1923)

Láttuk, hogy foton lendülete és energiája a $p = \dfrac{h}{\lambda}$ és a $E = hf$ képletekkel számítható.

Ezek a képletek minden más részecskére is igazak, azaz minden anyagi részecskéhez λ és *f* rendelhető:



$$\lambda = h/p = h/mv; \quad f = E/h$$

Az atomban olyan stacionáris elektronpályák lehetségesek, ahol a λ egész számszor fér rá a kerületre.
Ezt a tapasztalat igazolja.

$$\frac{nh}{mv} = 2\pi r \qquad n\lambda = 2\pi r$$

Az elektron pálya-impulzusmomentumára (pálya-perdületére) tehát:

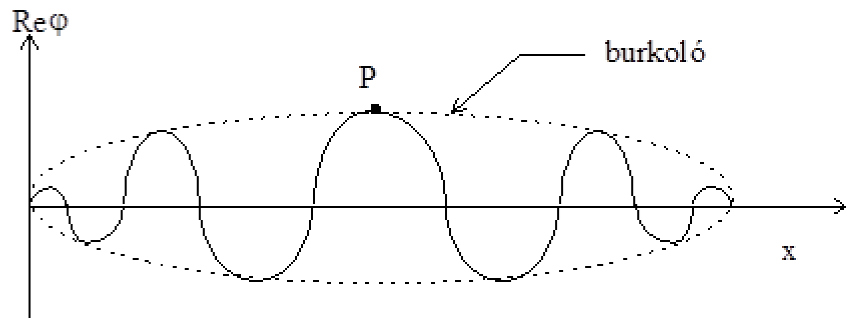
$$L = mvr = \frac{nh}{2\pi} = n\hbar$$

há vonás!

A De Broglie hipotézis megmagyarázza az impulzusmomentum kvantált természetét!

Hullámcsomag

A hullámtanból ismert, hogy két igen közeli frekvenciájú hullám összetevése lebegést eredményez. Végtelen sok szinuszhullámból véges hosszúságú hullámvonulat (véges számú lebegés) is felépíthető.



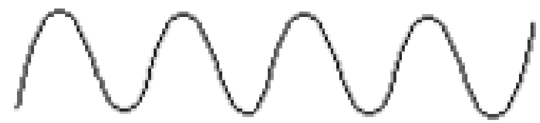
A hullámcsomagot igen sok közeli frekvenciájú sima hullám összegzésével kapjuk.

de Broglie bizonyítja, hogy – bár a fázissebesség irreálisan nagy - a hullámcsomag burkolója elméletileg pontosan a részecske sebességével halad, tehát a kép ellentmondásmentes.

Megjegyzés

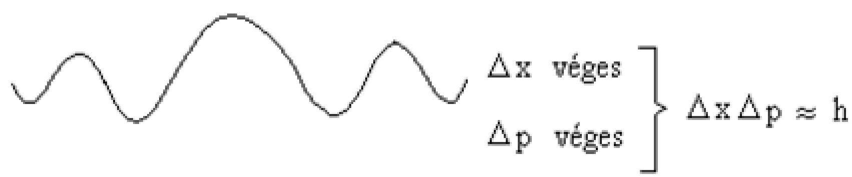
a, Ha csak egyetlen szinuszhullámom van akkor a felhasznált hullámszámtartomány nyilvánvalóan nulla és a hullám végtelen kiterjedésű. Ez az objektum tisztán hullámtulajdonságú.

$k = k_0 \Rightarrow \Delta k = 0 \Rightarrow \Delta p = 0 \Rightarrow \Delta x \to \infty$

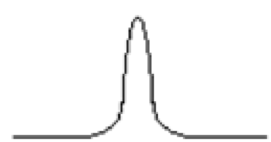


b, Ha véges nagyságú hullámszám tartományból építkezek (k1), akkor hullámcsomagot kapok véges x_1 kiterjedéssel

Minél nagyobb hullámszámtartományból építem fel a hullámcsomagot, az annál keskenyebb lesz. Azaz, ha $k_2 > k_1$, akkor $x_2 < x_1$, vagy másképpen



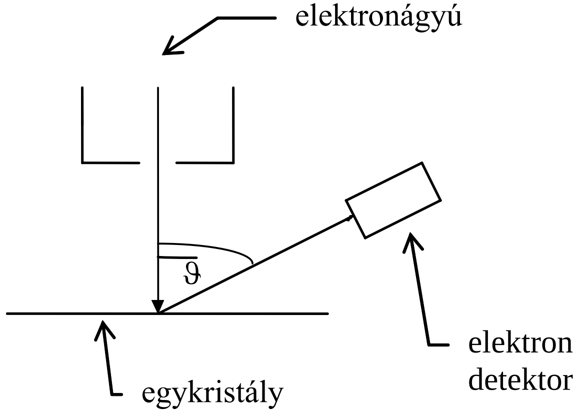
c, Határesetben (ha Δk igen nagy, sőt $\Delta k \to \infty$), akkor Δx igen kicsi (sőt $\Delta x \to 0$). Ez a jól lokalizált részecske.

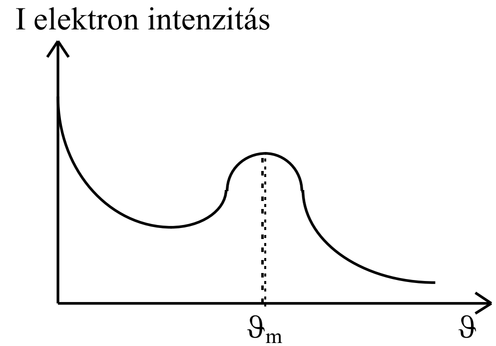


A korábbi tisztán hullám (a,) és tisztán részecske (c,) kép helyébe a kvantumelmélet az általánosabb hullámcsomagot (b,) hozza, amelynek az a, és c, eset csak határátmenetei.

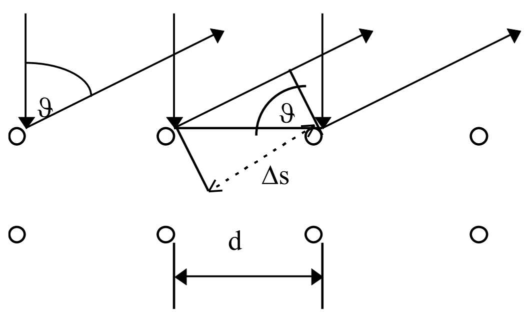
Kisérleti bizonyítékok az elektron hullámtermészetére

Davisson-Germer kisérlet / 1927 /   G. P. Thomson / 1928 /
A kísérletet Davissonék végezték, a magyarázat G. P. Thomson érdeme.





Adott energiájú elektronokat Ni egykristályon szóratva egy adott szórási szögnél intenzitás maximumot mérünk. Ennek magyarázata az elektron hullámok interferenciájának figyelembe vételével lehetséges.



a körök atomok a kristályban (természetes rács), a rácsállandó *d*.
A két szomszédos atomon szórt elektron hullám akkor erősíti egymást, ha az útkülönbségük a hullámhosszuk egész számú többszöröse:

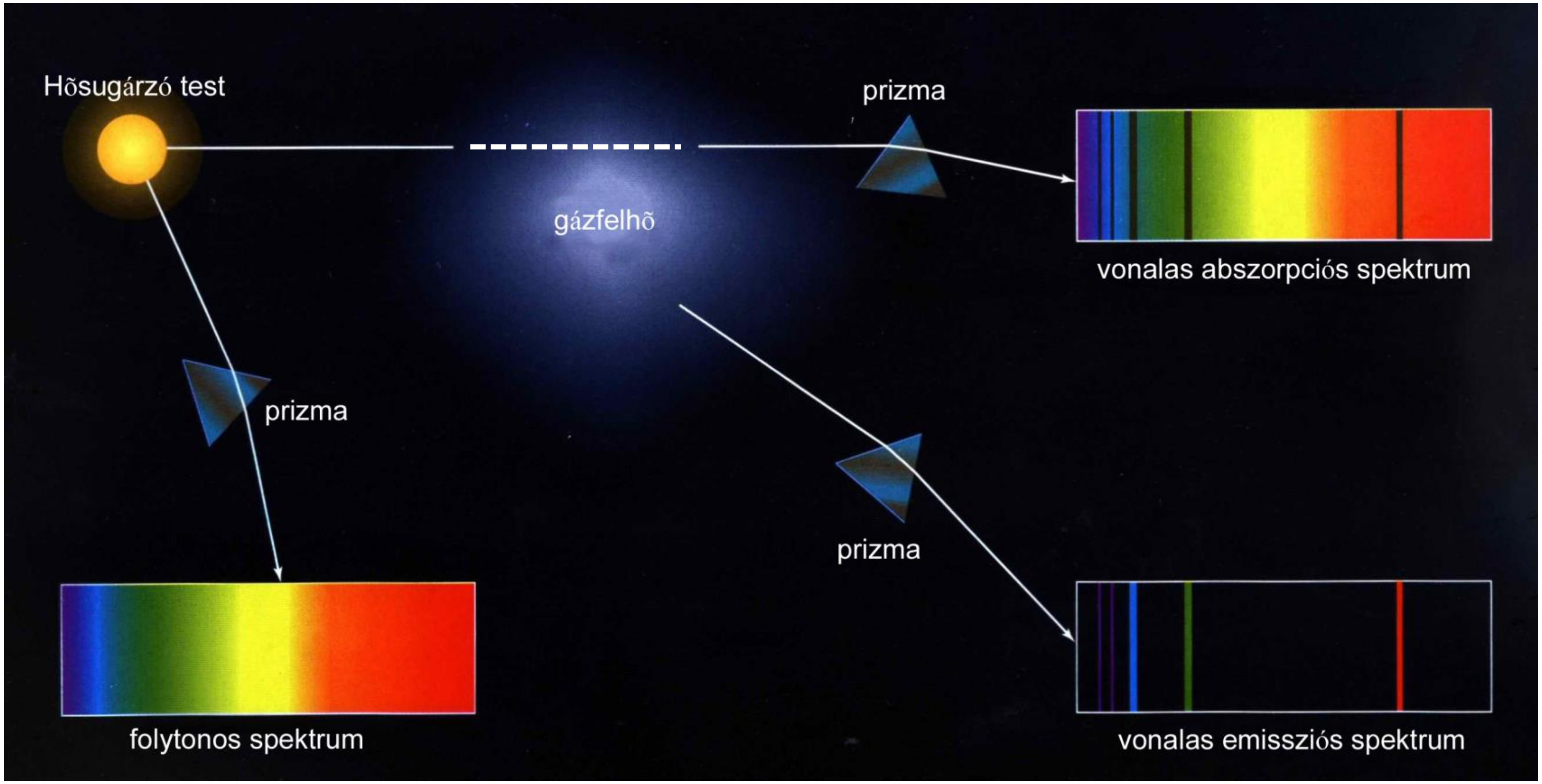
$$\Delta s = d \sin\vartheta = n\lambda$$

A de Broglie képletből:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE}} \qquad \sin\vartheta_m = \frac{\lambda}{d} = \frac{h}{d\sqrt{2mE}}$$

Gázok emissziós és abszorpciós színképe

Szilárd testet folytonos spektrumú hősugárzásával ellentétben atomos gázok vagy gőzök csak bizonyos frekvencián sugároznak (emisszió), illetve bizonyos frekvenciájú sugárzást elnyelnek (abszorpció).



A színkép vonalai egyfajta ujjlenyomatként használhatók és segítségükkel távoli testek anyagának összetétele határozható meg.

Gázok színképének magyarázata - Bohr-posztulátumok

A jól meghatározott frekvenciájú kisugárzott, illetve elnyelt fotonokból arra lehet következtetni, hogy az atomokban csak bizonyos nagyságú energia átmenetek lehetségesek.

<u>Bohr-posztulátumok:</u>

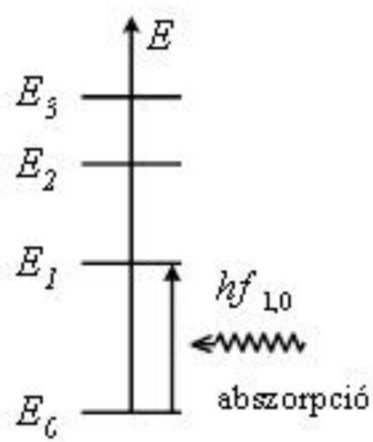
• Az atomokban az elektronok csak diszkrét energiaszinteken E_1, E_2, …, E_i tartózkodatnak és ezeken a stacionárius pályákon nem sugároznak.

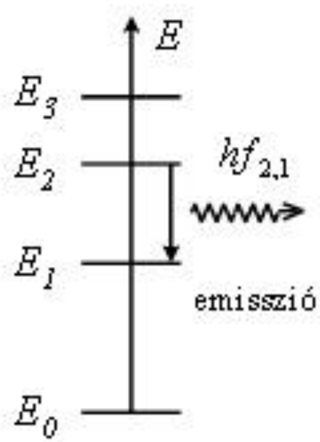
• Az atomok csak akkor sugároznak (emisszió) ha az elektron egy magasabb energiájú pályáról egy alacsonyabbra kerül.

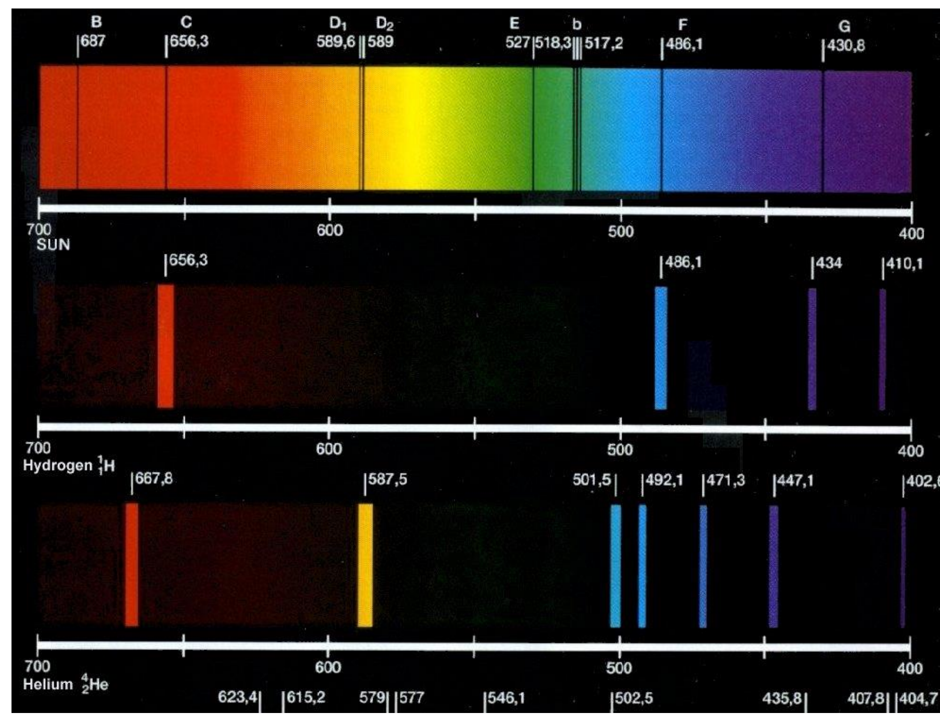
Az emisszió fordítottja az abszorpció.

Bohr-féle frekvencia feltétel:

$$E_i - E_j = hf_{ij}$$





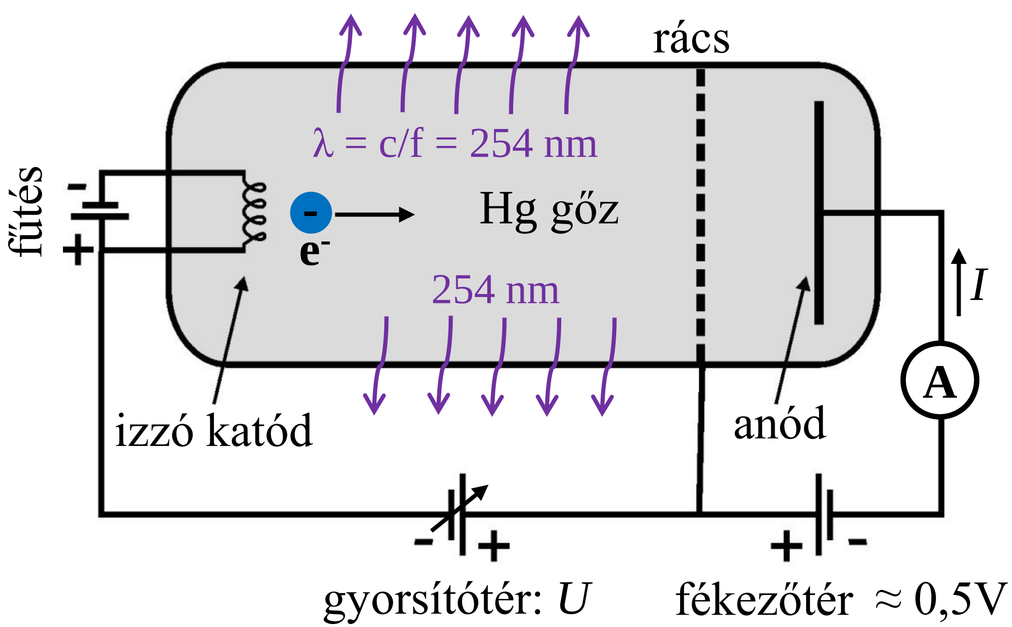


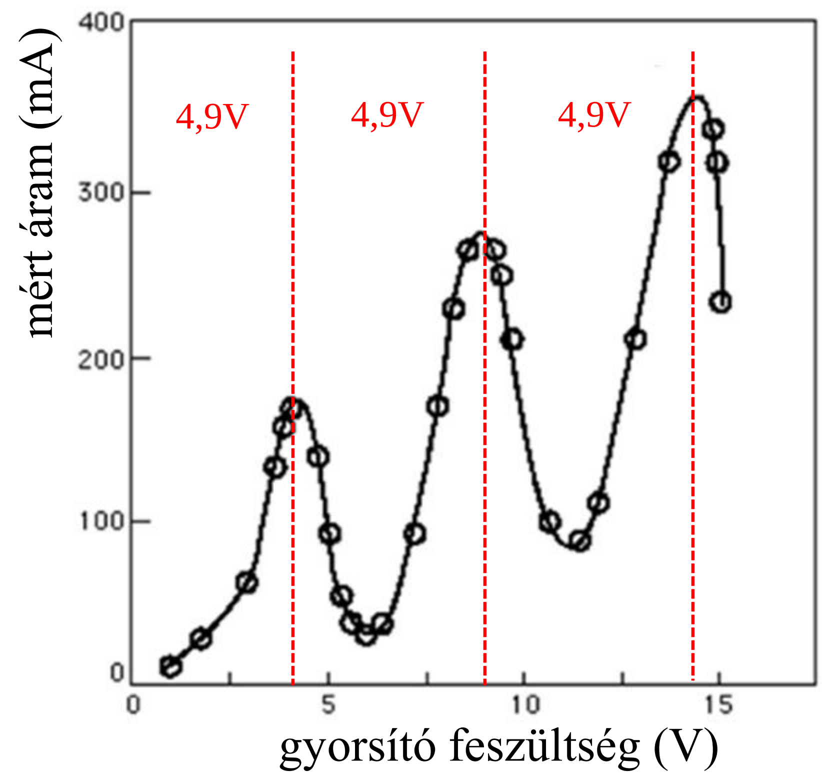
Frank-Hertz kísérlet

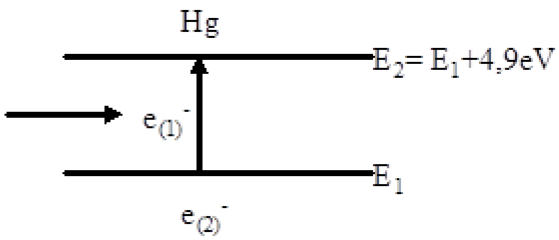
A kísérlet egy fontos bizonyítékot szolgáltat a Bohr-posztulátumokra.
Elektronokat gyorsítanak ritka higany gőzben.

- az izzókatódból kilépő elektronok az anód felé gyorsulnak
- amíg a gyorsító feszültség 4,9V alatt van ($E_k < 4{,}9$ eV) - rugalmas ütközés
- a 4,9 eV elérésekor az ütközés rugalmatlanná válik (az áram lecsökken)
- a 9,8 eV elérésekor az elektronok kétszer képesek rugalmatlanul ütközni és így tovább.
- a Hg atomokban a gerjesztett elektronok visszatérnek az alacsonyabb energiájú állapotba, miközben fotonokat bocsátanak ki a megfelelő frekvenciával:

$$f = \frac{\Delta E}{h} = \frac{4{,}9 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{6{,}623 \cdot 10^{-34}} = 1{,}183 \cdot 10^{15}\ \text{Hz}$$







Az anódáram 4,9V-nál történő leesése bizonyítja, hogy a Hg-ban létezik egy energiaszint 4.9eV energiával az alapállapot felett. Ráadásul ekkor „világítani” is kezd a Hg, kibocsájtva a 4,9eV-es (254nm, UV) fotonokat.

Az elektronvolt (eV)

Az elektronvolt az atomfizikában használatos energia egység. Ekkora mozgási energiát szerez egy elektron 1 volt feszültségen áthaladva.

Az elektromos mező munkája = az elektron mozgási energiájának megváltozása

$U \cdot e = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ ahol $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ As az elektron töltése

$$\mathbf{1eV = 1V \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,As = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,J}$$

Ellenőrző tesztkérdések

A különálló atomok által kibocsájtott sugárzás spektruma folytonos, mert az atomban diszkrét energia szintek vannak.

a) Az állítás és az indoklás is helyes, közöttük oki kapcsolat van
b) Az állítás hamis, de az indoklás önmagában helyes
c) Az állítás igaz, de az indoklás nem
d) Sem az állítás, sem az indoklás nem igaz

A Franck-Hertz kísérletben az anódáram 4,9 eV elektron energiánál esik le, mert csak a 4,9 eV-nél nagyobb energiájú elektronok képesek gerjeszteni a Hg-atomokat.

a) Az állítás és az indoklás is helyes, közöttük oki kapcsolat van
b) Az állítás hamis, de az indoklás önmagában helyes
c) Az állítás igaz, de az indoklás nem
d) Sem az állítás, sem az indoklás nem igaz

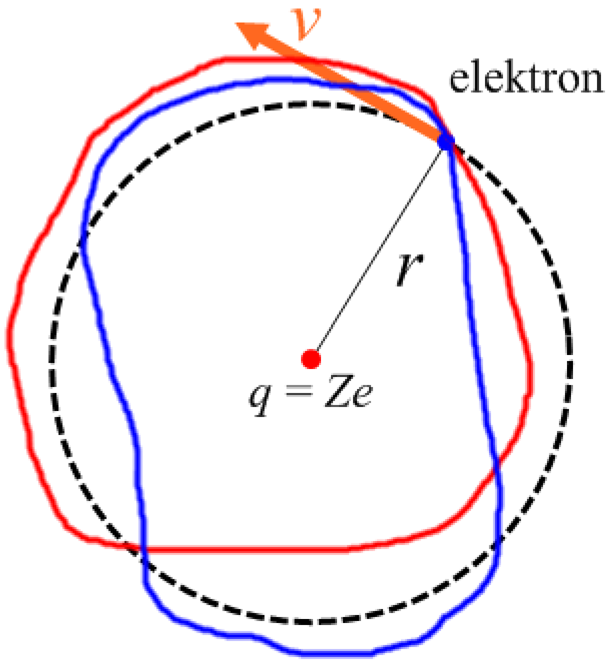
De Broglie hipotézise az atomi elektronra

Stacionárius esetben az atommag körül keringő elektron egy állóhullámnak felel meg.

Tehát a kör kerülete a hullámhossz egész számú többszöröse kell, hogy legyen:

$$n\lambda = 2\pi r$$

Beírva a De Broglie hullámhosszt: $\frac{nh}{mv} = 2\pi r$



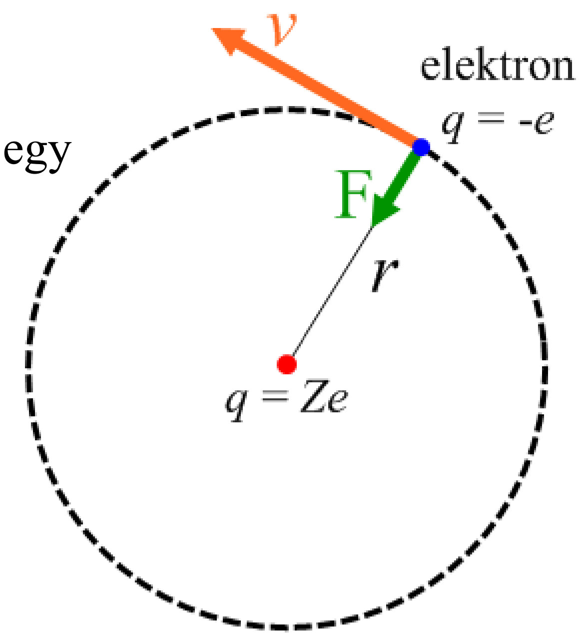
Az elektron pálya-impulzusmomentumára tehát:

$$L = mvr = \frac{nh}{2\pi} = n\hbar$$

A De Broglie hipotézis megmagyarázza az impulzusmomentum kvantált természetét!

A Hidrogén* atom Bohr modellje

A modellnek szolgáltatnia kell az elektron diszkrét E_n energiáit.
Az elektron pálya-impulzusmomentuma: $L = mvr$
Az energiához hasonlóan ez is kvantált: $L = nh/(2\pi) = n\hbar$
*Nem csak hidrogénre, hanem Z rendszámú ionra is jó, amely egy elektront tartalmaz csupán (hidrogénszerű):



$$\frac{kZe^2}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \rightarrow \quad kZe^2 = mvr \cdot v = n\hbar \cdot v$$

$$v = \frac{kZe^2}{n\hbar}$$

Az elektron teljes (mechanikai) energiája:

$$E = E_{kin} + E_{pot} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{kZe^2}{r} = \frac{1}{2}mv^2 - mv^2 = -\frac{1}{2}mv^2$$

$$E_n = -\frac{1}{2}m{v_n}^2 = -\frac{mk^2Z^2e^4}{2\hbar^2}\frac{1}{n^2} = -E^*Z^2\frac{1}{n^2}$$

$$E^* = \frac{mk^2e^4}{2\hbar^2} = 2{,}18 \cdot 10^{-18}\ \mathrm{J} = 2{,}18\ \mathrm{aJ}$$

A Hidrogén atom energiaszintjei

Az előzőleg levezetett képletből $Z = 1$ esetben kapjuk a hidrogén energiaszintjeit:

$$E_n = -E^* \frac{1}{n^2} \qquad E^* = \frac{mk^2e^4}{2\hbar^2} = 2{,}18 \cdot 10^{-18}\ \mathrm{J} = 2{,}18\ \mathrm{aJ}$$

Az emissziós és abszorpciós frekvenciákra:

$$f_{nm} = \frac{E_n - E_m}{h} = \frac{E^*}{h}\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

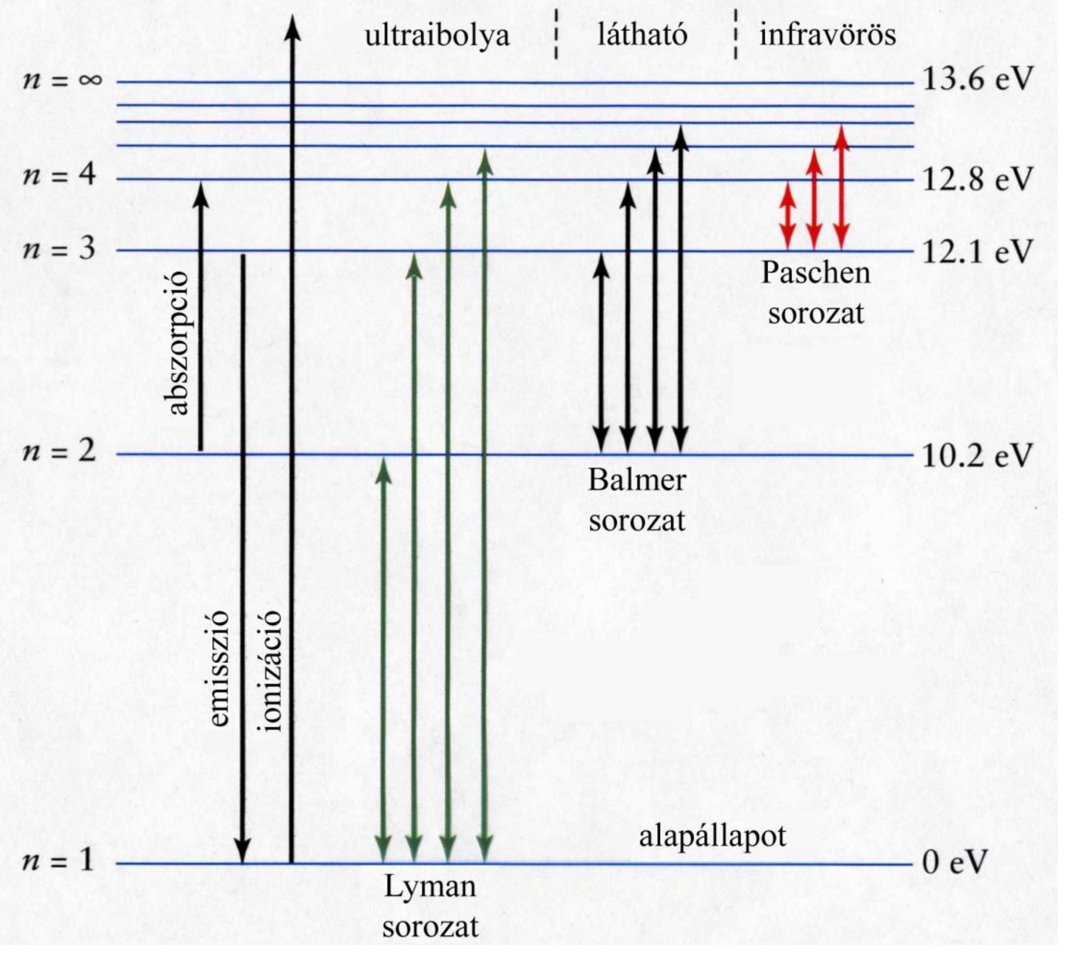
$$f_{nm} = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

R: Rydberg-állandó

Lyman-sorozat: $f_{n1} = R\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$

Balmer-sorozat: $f_{n2} = R\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2}\right)$

Paschen-sorozat: $f_{n3} = R\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{n^2}\right)$



A kvantummechanikai tárgyalásmódról

- A mikrorendszereket, azaz az atomokat és azok csoportjait (molekulák, kristályok) a **kvantummechanika** segítségével lehet tárgyalni. Ez az a pont, ahol át szokás térni a kvantummechanikai (QM) tárgyalásmódra.
- A QM segítségével levezethetők az óra második részében tanulmányozottak is: a Bohr-posztulátumok, az atomi energiaszintek léte, azok pontos értéke, a közöttük lehetséges átmenetek.
- Mi azonban most nem megyünk jobban bele a QM-ba. Az atomfizikai jelenségeket ezért továbbra is **a klasszikus fizika fogalmai segítségével** próbáljuk tárgyalni.
- Van még számos olyan jelenség van, amelyek csupán a klasszikus fizika ismeretében nem érthetünk meg, amelyeknél a QM további eredményeinek az alkalmazása elkerülhetetlen. A legfontosabb ilyen eredmény a Heisenberg-féle **határozatlansági reláció**.
- A reláció szerint az összetartozó (kanonikusan konjugált) fizikai mennyiségek egyszerre nem mérhetők tetszőleges pontossággal, egyidejűleg nem határozhatók meg. Az egyik mennyiség pontos mérése a másikat automatikusan határozatlanná teszi.

A határozatlansági reláció

Tekintsük például a helykoordinátát (x) és a hozzá tartozó lendület koordinátát (p_x)! A határozatlansági reláció szerint a helykoordináta bizonytalansága (Δx) és a lendület x koordinátájának bizonytalansága (Δp_x) között fennáll a

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar/2$$

Hasonló reláció áll fenn az energia (E) és az időkoordináta (t) között:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar/2$$

Tehát az energia és az időkoordináta sem mérhető egyidejűleg pontosan. Rövid időtartamra az energia nincs pontosan meghatározva. Minél tovább tart a részecske egy állapota (folyamata), annál pontosabban meghatározható (ill. meghatározott) az energiája! (Pozitivizmus!!!)

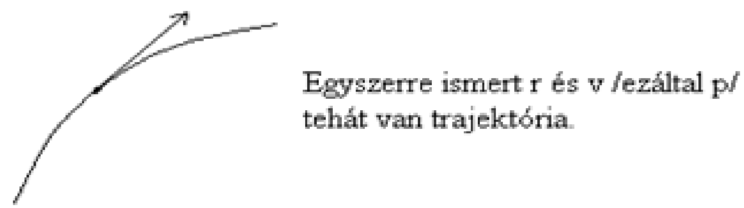
A határozatlansági reláció igen szépen mutatja, hogy a makrofizikai fogalmak a mikrovilág leírására csak korlátozottan alkalmasak. A kapható válasz pontosságát a kísérleti körülmények eleve behatárolják. Egy fizikai mennyiség mérési pontosságának nem lesz elvi határa, ha a kísérleti körülményeket meg tudjuk úgy választani, hogy a mért mennyiség konjugált párja a mérés során határozatlan marad.

:

A határozatlansági relációk néhány következménye

<u>A pályavonalak kérdése:</u>

A klasszikus fizika szerint a részecskéknek van pályavonala, mert egyszerre ismert a helyük és a sebességük. Nézzük, hogy mit szól ehhez a kvantumelmélet a makroszkopikus (pl. a mákszem ill. ettől nagyobbak) és a mikroszkopikus (pl. atomi elektron) részecskék esetében!



A, mákszem pl. $m = 10^{-6}$ kg

$\Delta x \approx 10^{-6}$ m - helyét μm pontossággal tudjuk meghatározni

$$\Delta x \cdot m \cdot \Delta v_x \geq \frac{\hbar}{2} \approx 10^{-34}$$

$$\Delta v_x \approx \frac{10^{-34}}{10^{-6} \cdot 10^{-6}} = 10^{-22} \rightarrow$$ a mákszem sebességét $10^{-22}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ pontossággal tudjuk meghatározni

Azonban ez nem igazi megszorítás, mert nincs olyan műszer amivel ilyen pontosan lehetne sebességet mérni. Tehát a mákszemnek van pályavonala. Természetesen minden tőle nagyobb részecskének, azaz **minden makroszkopikus részecskének is van pályavonala a kvantumelmélet szerint is.**

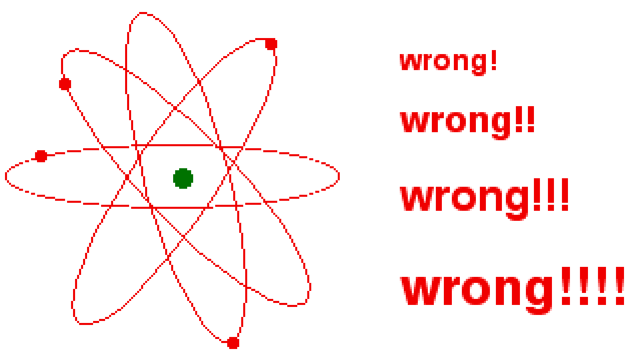
A pályavonalak kérdése/2

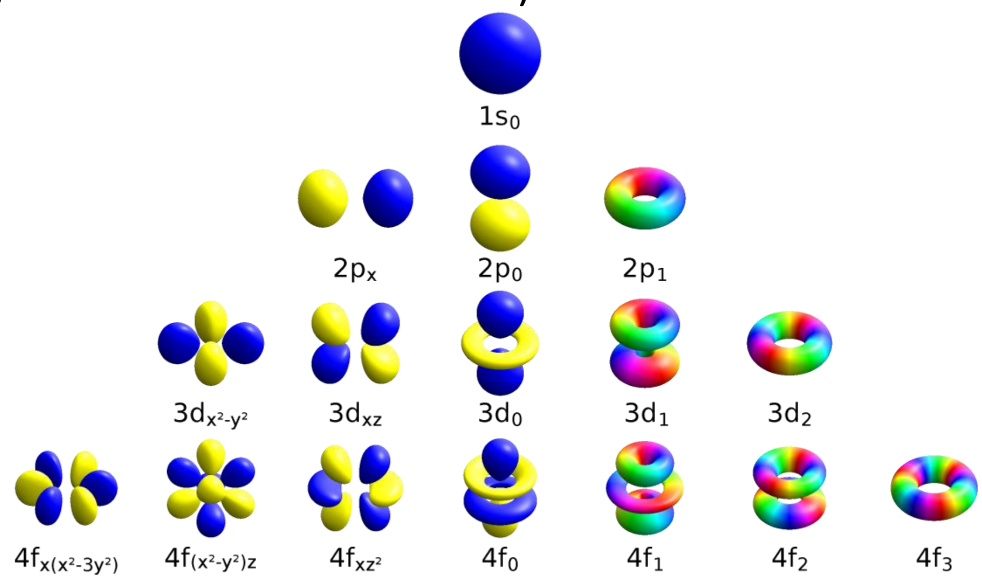
B, Elektron az atomban

$$\Delta x \cong 10^{-10}\,\mathrm{m}\ \ \text{(atom mérete)}$$
$$m \cong 10^{-30}\,\mathrm{kg}\ \ \text{(elektron tömege)}$$
$$\Delta v_x \cong \frac{10^{-34}}{10^{-10}\cdot 10^{-30}} = 10^{6}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

A H atomban az elektron sebessége ebbe a nagyságrendbe esik a klasszikus fizika szerint. Ha a mérési bizonytalanság a mérési eredmény nagyságrendjébe esik, ill. azt meghaladja, akkor a mérés nem vezet eredményre. Az atomi elektron sebességkoordinátái tehát nem mérhetőek, róluk egy fizikus ezért nem beszélhet.

Végkövetkeztetés: Az atomban az elektron mozgása méréssel nem követhető, tehát nincs pályavonala. (Semmiféle mérés nem igazolhatja tehát azt az ősi elképzelést, hogy az elektron keringene az atommag körül. Ezt is el kell feledni!)

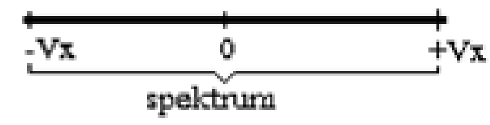




2, Zérusponti energia

(avagy abszolút zérus fokon van-e a részecskéknek mozgási energiája a kvantum-elmélet szerint. Azt tudjuk, hogy a klasszikus fizika szerint zérus kelvinen a mozgási energia is zérussá válik.)

Mi lehet az x koordináták szórása ?



$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta v_x \sim v_x$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

A szórás nagyságrendileg egyezik a középértéktől való maximális eltéréssel. (ettől kisebb)

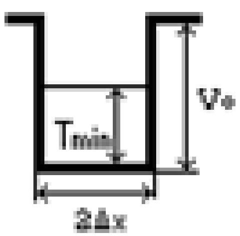
$$\Delta x \cdot m \cdot \Delta v_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

A kinetikus energia 1 dim.:

$$\Delta v_x \geq \frac{\hbar}{2m\Delta x}$$

$$T_{kin.} = \frac{1}{2} m v_x^{\,2} = \frac{1}{2} m \Delta v_x^{\,2} \geq \frac{\hbar^2}{8m\Delta x^2}$$

$$\boxed{T_{kin.} \geq \frac{\hbar^2}{8m\Delta x^2}}$$



Helyhez kötött részecskének tehát abszolút zérus fokon is marad mozgási energiája.
Ha viszont szabad a részecske ($\Delta x \to \infty$), akkor a kvantum-elmélet szerint is megáll zérus kelvin hőmérsékleten.

Ellenőrző tesztkérdések

Válasszuk ki a hamis állítást!

a) Az anyag hullámtermészetére először de Broglie következtetett
b) A részecskéhez rendelt hullámhossz arányos a részecske tömegével
c) A részecskéhez rendelt hullámhossz fordítva arányos a részecske lendületével
d) Az elektron hullámtermészetét interferencia kísérlettel igazolták

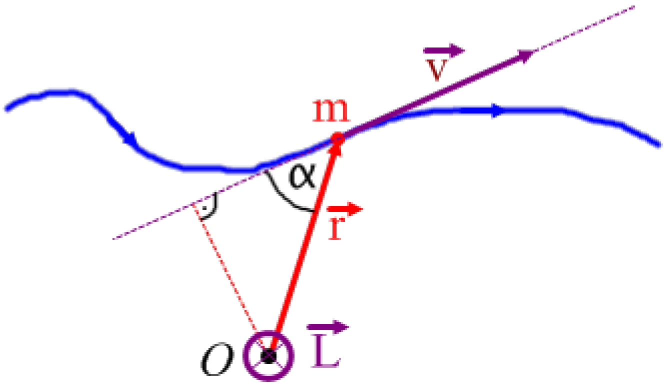
Az elektron atomon belüli mozgásához nem lehet pályavonalat rendelni, mert az energia bizonytalanságának és az idő bizonytalanságának a szorzata nem lehet tetszőlegesen nagy.

a) Az állítás és az indoklás is helyes, közöttük oki kapcsolat van
b) Az állítás és az indoklás is helyes, közöttük nincs oki kapcsolat
c) Az állítás hamis, de az indoklás önmagában helyes
d) Az állítás igaz, de az indoklás nem

A perdület klasszikusan

Az impulzusmomentum (perdület) fogalmát a klasszikus fizikában is használjuk. Tömegpont mozgása esetén **a pálya-impulzusmomentum** (pályaperdületet) fogalma használatos: ez a tömegponthoz húzott helyvektor és a tömegpont lendületének vektoriális szorzata: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v}$

Az eredményvektor merőleges az $\vec{r}$ és $\vec{p}$ vektorok által kifeszített síkra, a nagysága pedig r·mv·sinα



Kiterjedt test saját tengely körüli pörgése esetén **sajátperdületet** is értelmezhetünk
$S = \Theta\omega$
(tehetetlenségi nyomaték szorozva a szögsebesség vektorral).
Ezek igen hasznos fizikai mennyiségek, mert forgatónyomaték hiányában megmaradnak (az idők végezetéig).
A Nap körül keringő Földnek is van pályaperdülete, amely a Naphoz rögzített inerciarendszerben megmarad. A tengely körüli forgásához pedig megmaradó sajátperdület tartozik.

A perdület a kvantummechanikában

A perdület nemcsak a klasszikus fizikában fontos, hanem a kvantummechanikában is. Először a hidrogén atom Bohr-modelljében jött be. Bohr szerint a H-atomban olyan elektronpályák lehetségesek, amelyre

$$L = mvr = \frac{nh}{2\pi} = n\hbar \quad (n=1, 2, 3, \ldots).$$

há vonás!

(Ez ekvivalens azzal az állítással, hogy a körvonalon az elektron hullám egész számszor fér el.)
Később kiderült, hogy Bohr elképzelései pontosításra szorulnak, nézzük meg hogyan!

A kvantummechanika szerint a perdület vektor 3 komponense L_x , L_y és L_z egyidejűleg nem határozhatók meg, egy komponens föltétlenül határozatlan marad (ez is egyfajta határozatlansági reláció)

A perdület a kvantummechanikában/2

A gyakorlatban az vált be, hogy a perdület nagyságát, illetve annak a négyzetét (L^2) és valamelyik komponensét (pl.: L_z) határozzuk meg egyidejűleg, tudomásul véve, hogy L_x és L_y határozatlanok.

A kvantummechanika módszereivel meghatározhatók az egyidejűleg lehetséges L^2 és L_z sajátértékek.

Az igen bonyolult számolások végeredménye:

$$L^2 = \hbar^2 l(l+1) \quad ; \; l = 0,1,2,\ldots$$

$$L_z = \hbar m \quad ; \; m = -l, -l+1, \ldots, l$$

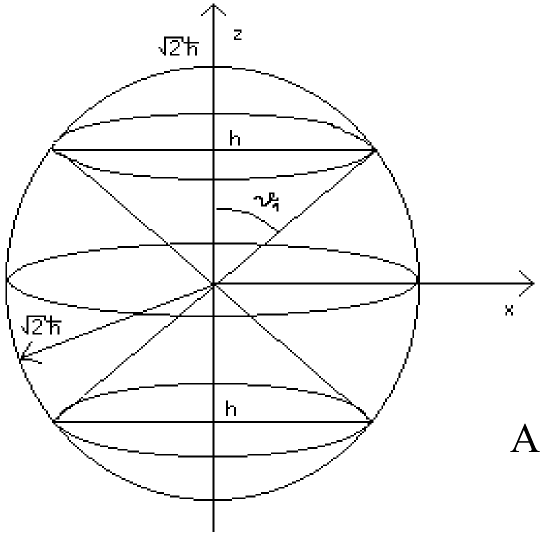
A fenti egész számokat **kvantumszám**oknak nevezzük: *l* mellékkvantumszám, *m* mágneses kvantumszám

IRÁNYKVANTÁLÁS : tetszőlegesen felvett iránnyal a rendszer perdület (impulzusmomentum) vektora nem zárhat be akármilyen szöget.
(Nobel-díj a beigazolásáért)

- Határozatlanság itt is van! Ha ismert az L vektor egy komponense, a többi (a másik kettő) már bizonytalan. **Azaz a perdület vektor nem határozható meg teljes pontossággal!**

A perdület a kvantummechanikában/3

Pl.: a.) legyen $l = 0$ ekkor $L^2 = 0$ és $L_z = 0$ egyáltalán nincs impulzus momentum.



b.) legyen $l = 1$ ekkor

$$L^2 = \hbar^2 2$$

és $L_z = -\hbar$,ha $m = -1$

$L_z = 0$,ha $m = 0$

$L_z = \hbar$,ha $m = 1$.

A kapott eredményeket bal oldalt ábrázoltuk

$\sqrt{2}\hbar$ sugarú gömb amelyben

- a felső kúp alkotóvektorainak hossza $\sqrt{2}\hbar$, ennek függőleges vetülete $\hbar$, ez éppen megfelel az $L_z = \hbar$ ha $m = 1$ esetnek
- az alsó kúp alkotóvektorainak hossza $\sqrt{2}\hbar$, függőleges vetülete $-\hbar$, ez megfelel $L_z = -\hbar$ ha $m = -1$ esetnek

a középkör pedig a $L_z = 0$ ha $m = 0$ esetnek felel meg.

$$\cos\vartheta_1 = \frac{L_z}{L} = \frac{\hbar}{\sqrt{2}\hbar} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \Rightarrow \quad \vartheta_1 = 45°$$

hasonlóan elvégezve a többi esetben is

$\vartheta = 45°$ $m = 1$

$\vartheta = 90°$ $m = 0$

$\vartheta = 135°$ $m = -1$

A sajátperdület (a spin)

1925. Goudsmit és Uhlenbeck: *az elektron rendelkezik saját impulzusmomentummal*. *Ez a SPIN.* Jele: $\vec{S}$

(Kezdetben úgy gondolták, hogy a pörgése miatt. Ma már inkább úgy gondoljuk, hogy a spin egy relativisztikus effektus (mert a relativisztikus számításokból vezethető le).)

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

$\vec{J}$: teljes impulzusmomentum

$\vec{L}$: pálya impulzusmomentum

$\vec{S}$: spin

A perdületre vonatkozó összefüggések a spinre is igazak, de a kvantumszámok itt feles értékűek lesznek.

$$S^2 = \hbar^2 s \cdot (s+1) \qquad s = \frac{1}{2}$$

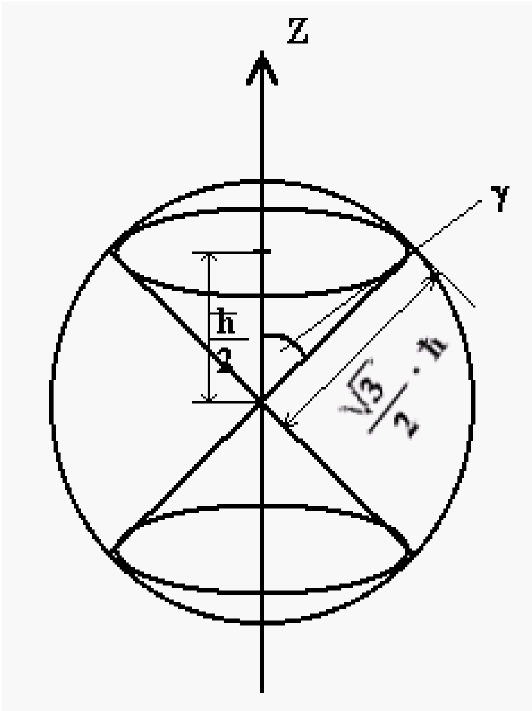
$$S^2 = \hbar^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot (\frac{1}{2} + 1) = \frac{3}{4}\hbar^2$$

$$\boxed{S_z = \hbar \cdot m_S \qquad m_S = \pm\frac{1}{2}}$$

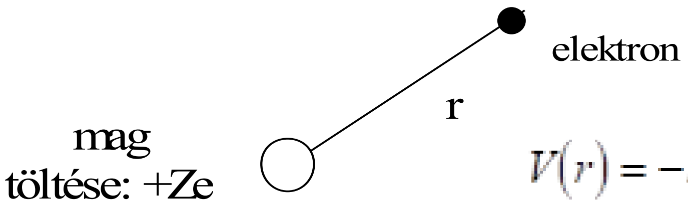
$$S = |\vec{S}| = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \hbar$$

$$\cos\gamma = \frac{S_z}{S} = (\hbar \cdot \frac{1}{2}) \div (\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \hbar) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\gamma = \cos^{-1}\frac{\sqrt{3}}{3} = 54{,}7^\circ$$



Az egyelektronos atom



(Hidrogénatom, ha Z=1, más esetben ion)

$$V(r) = -k\frac{Ze^2}{r}$$

(Vonzó kölcsönhatás esetén a Coulomb-potenciál negatív).

Konzervatív mezőben a teljes energia megmaradó mennyiség. Az eddig elmondottak alapján a megmaradó mennyiségek: energia, pályaperdület (nagyság és z komponens), sajátperdület. **Ezt a négy fizikai mennyiséget négy kvantumszám határozza meg.**

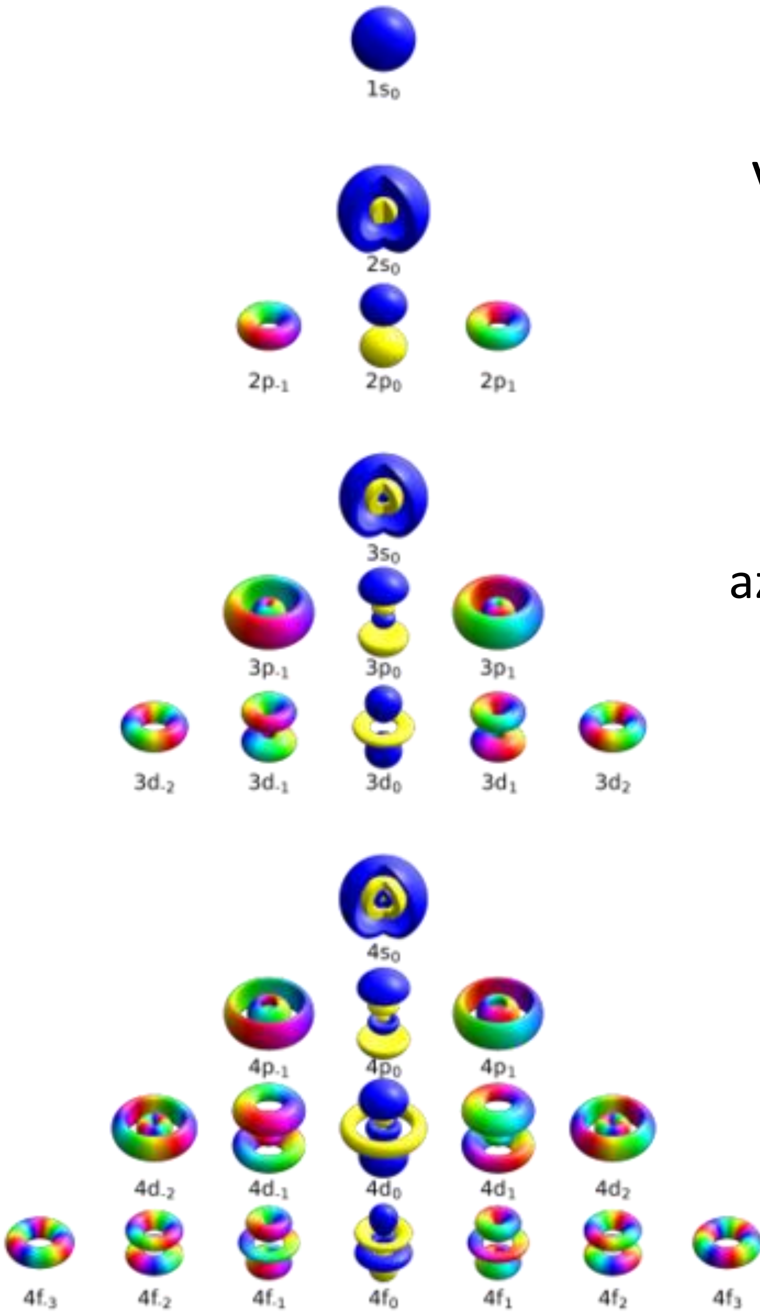
n: **Főkvantumszám**: meghatározza az energiát. $E = -Z^2\frac{E^*}{n^2};\ n = 1, 2, \ldots$

l: **Mellékvantumszám**: meghatározza L^2-et. $L^2 = \hbar^2 l(l+1);\ l = 0, 1, \ldots, n-1$

m: **Mágneses kvantumszám**: meghatározza L_z-t. $L_z = \hbar m;\ m = -l, -l+1, \ldots, 0, \ldots, l$

m_s: **Spinkvantumszám**: meghatározza S_z-t $S_z = \hbar \cdot m_S \quad m_S = \pm\frac{1}{2}$

Megjegyzés: a spin nagyságának meghatározására nem kell kvantumszám, az mindig ugyanaz az érték.



Az atomi elektron pályák alakja: valójában az elektron állóhullám módusok alakja

Az első szám a főkvantumszám,
a betű a mellékkvantumszám
(s (l=0), p (l=1), d (l=2), f (l=3)),
az index pedig a mágneses kvantumszám

A Pauli-elv

Több elektronnal rendelkező atomokban is hasonló állapotok (pályák) valósulnak meg. Az elektronok ezeket az állapotokat tölthetik be, de egy állapotot csak egy elektron. **Ez a Pauli-elv**.

A **Pauli-elv** tehát kimondja, hogy egy atomban egy kvantumszám négyessel (n, l, m, m_s) csak egy elektron rendelkezhet. Tehát, ha egy atomon belül két elektront tekintünk, akkor azoknak legalább egy kvantumszáma eltér.

Szokás úgy is fogalmazni, hogy ha egy térbeli állapotban (amelyet az n, l, m kvantumszámok jellemeznek) már van egy elektron, akkor oda a második elektron csak ellentétes spinnel (azaz ellentétes előjelű m_s értékkel) tud beépülni.

A Pauli-elv nemcsak elektronokra, hanem **minden feles spinű** részecskére is igaz.

Ellenőrző kérdések

Az egyelektronos atomban az elektron pályaperdületének z-komponenséről elmondhatjuk, hogy

a) Értékét a mellékkvantumszám határozza meg
b) Értékét a mágneses kvantumszám határozza meg
c) Értéke mindig $\hbar/2$
d) Értéke mindig határozatlan

Az egyelektronos atomban az elektron az n=2 főkvantumszámú állapotban van. Jelöljük meg, hogy milyen értéket <u>nem</u> vehet fel a pályaperdület (L) és annak z-komponense (L_z)!

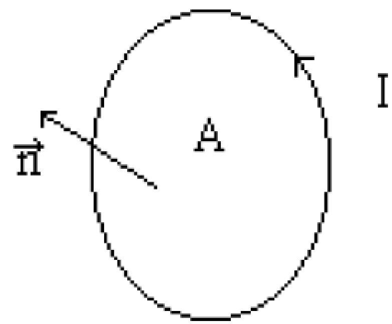
a) $L=0$; $L_z=0$
b) $L=\sqrt{2}\hbar$; $L_z=0$
c) $L=\sqrt{2}\hbar$; $L_z=\hbar$
d) $L=\sqrt{2}\hbar$; $L_z=2\hbar$

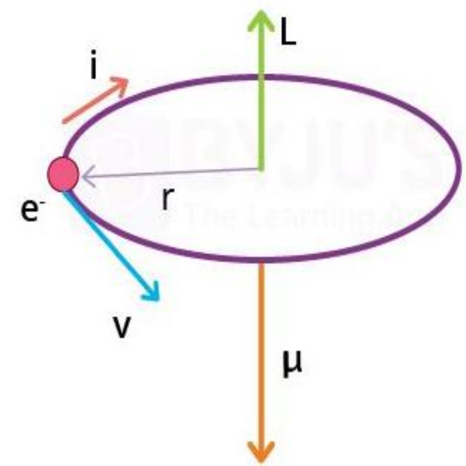
A mágneses momentum

Köráram mágneses momentuma:

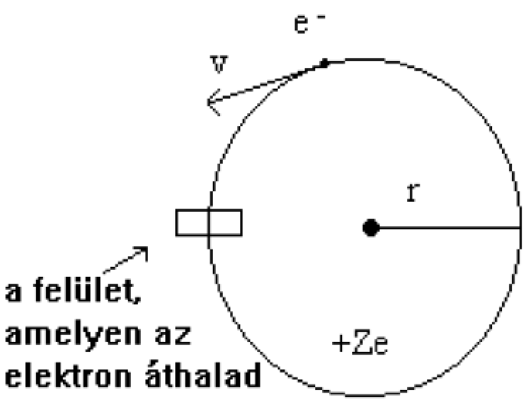
$\vec{m} = IA\vec{n}$ ($\vec{n}$ normálisú A területű hurokban I áram folyik

A későbbiekben $\vec{M}$ legyen a jelölés





$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{e}{T}$$



$$T = \frac{2r\pi}{V};\, A = r^2\pi$$

$$\vec{M} = \frac{eV}{2r\pi} r^2 \pi\vec{n} = \frac{eV}{2} r\vec{n}$$

$$\vec{M} = \frac{e}{2m_e} \cdot m_e V r\vec{n} = \frac{e}{2m_e}\vec{L}$$

$$M_z = \frac{e}{2m_e} \cdot L_z;\ L_z = \hbar \cdot m$$

A klasszikus kép helyes eredményre vezet, bár – mint tudjuk – az elektron nem kering az atomban.

$$M_z = \frac{e\hbar}{2m_e} m;\quad m = 0; \pm 1; \pm 2 \dots$$

μ_B : Bohr-magneton $\quad \mu_B = \dfrac{e\hbar}{2m_e}$ a mágneses momentum z komponensének legkisebb egysége.

A mágneses momentum/2

A spinhez tartozó mágneses momentum
A mérések szerint

$$M_S^Z = \pm\mu_B = \pm\frac{e}{2\cdot m_e}\cdot\hbar = \frac{e}{2\cdot m_e}\cdot\hbar\cdot 2\cdot m_s = \frac{e}{m_e}\cdot\hbar\cdot m_s = \frac{e}{m_e}\cdot S_z$$

$(\pm 1 = 2\cdot m_S)$

$$\vec{M} = \frac{e}{2\cdot m_e}\cdot\vec{L} + \frac{e}{m_e}\cdot\vec{S} \quad \Leftarrow \quad \vec{M} \text{ és } \vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \text{ nem lesz párhuzamos}$$

$$M_Z = \frac{e}{2\cdot m_e}\cdot L_Z + \frac{e}{m_e}\cdot S_Z = \frac{e}{2\cdot m_e}\cdot(L_Z + 2\cdot S_Z)$$

tehát mágneses szempontból a spin "duplán számít".

Érdekesség:
Kvantumelektrodinamikai korrekciók miatt a valóságban az elektron mágneses momentumának Z irányú komponense nem pontosan egyezik a Bohr-magnetonnal.

A pontos érték:
$M_S^Z = 1{,}001159652193(10)\mu_B$

A (10) az utolsó számjegy hibáját jelenti.

A spinhez tartozó mágneses momentum vetület is Bohr-magneton nagyságú (bár a spinvetület csak fele a pályaperdület vetület minimumának

$\mu_B = 9{,}27\cdot 10^{-24}\ \mathrm{J\cdot T^{-1}}$
egészen pontosan
$9{,}274009994(57)\cdot 10^{-24}\ \mathrm{J\cdot T^{-1}}$

$g_e = 2{,}0023$
a szabad elektron g faktora

A Zeeman-effektus

A jelenséget Zeeman vizsgálta. Kutatási eredményeiért 1902-ben Nobel-díjat kapott. Az általa elvégzett kísérlet lényege, hogy atomot erős mágneses térbe tesszük, és vizsgáljuk a mágneses mező és az atomi elektron, pontosabban a köráram mágneses momentuma közötti kölcsönhatási energiát. Fontos hogy erős legyen a mágneses mező hiszen csak így kapjuk a zeeman-effektust. Zeeman a klasszikus fizikát használta fel a jelenség vizsgálatára, mi a kvantummechanikát használjuk.

$\vec{M}$:az "atomi köráram" mágneses momentuma
$\vec{B}$:a mágneses indukcióvektor

W_m :kölcsönhatási energia a mágneses mező és a mágneses momentum között

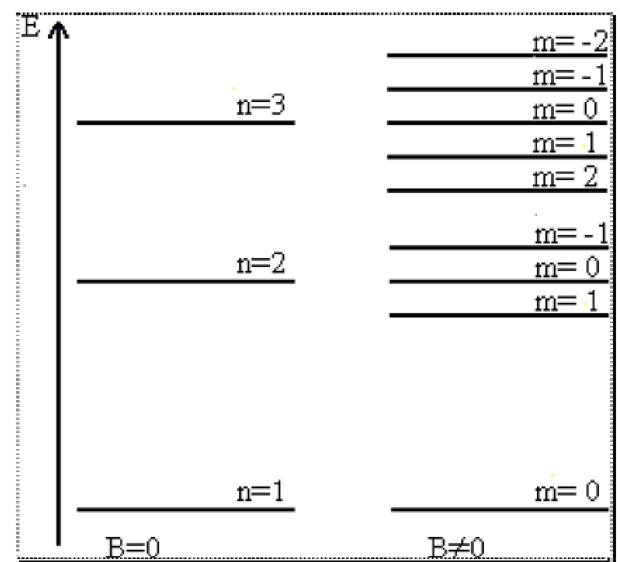
$$W_m = -\vec{B}\cdot\vec{M}$$

Vegyük fel a koordináta rendszert úgy hogy a z tengely a mágneses indukcióvektorral párhuzamos irányba álljon. Ekkor a következőket kapjuk:

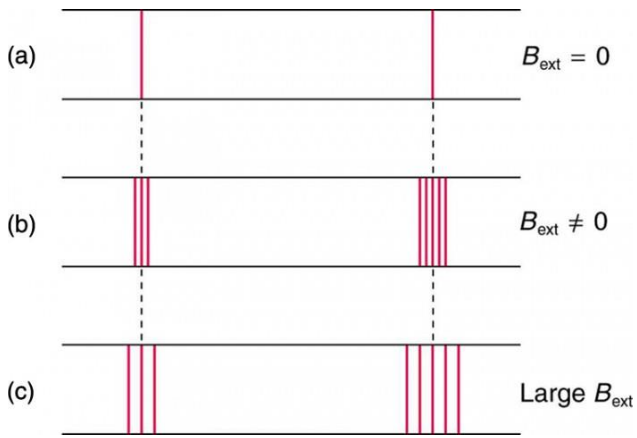
$$W_m = -B \times M_z = -B \cdot \mu_B \cdot m$$

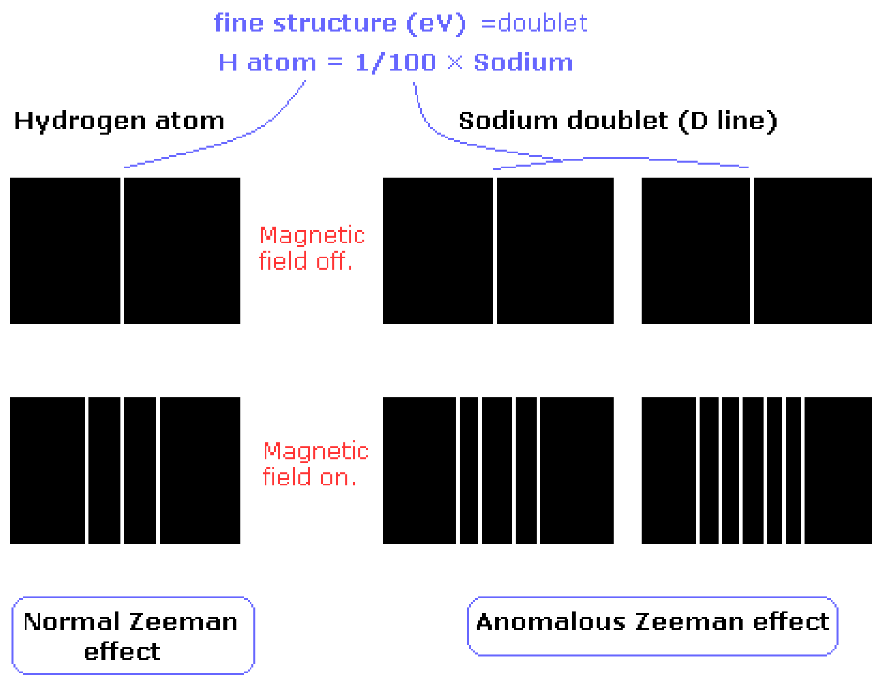
Ez az energia hozzáadódik a többi energiához

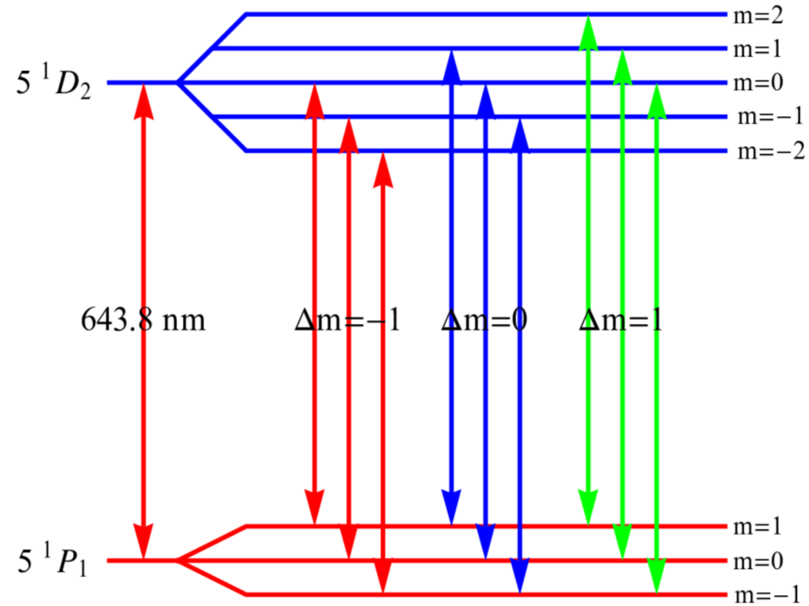
Az ábrá az energiaszintek láthatóak B=0 és B≠0 esetekben. Ezeket a fenti képlet alapján kaphatjuk.



A Zeeman-effektus/2

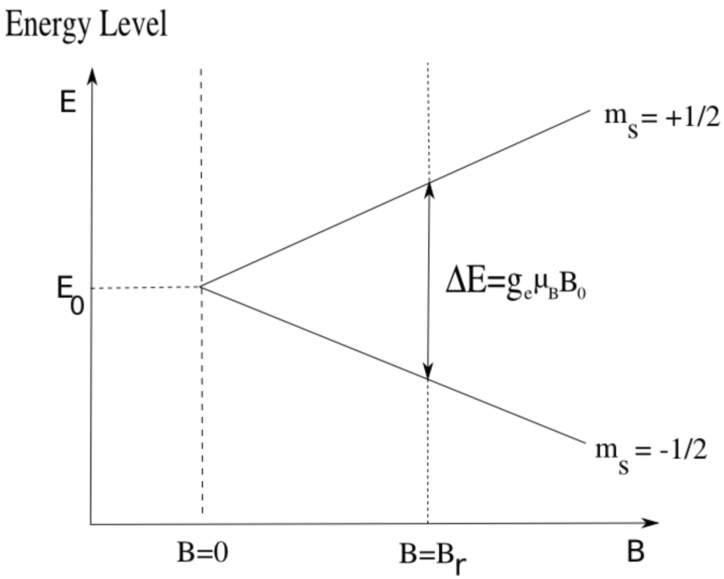


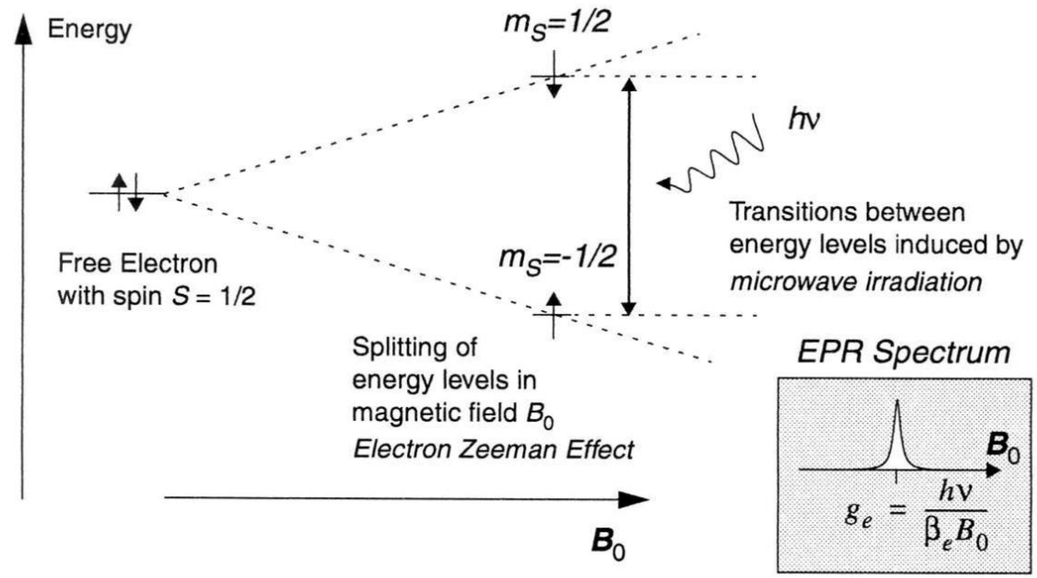




Normális Zeeman-effektusnál 3-felé hasad a spektrumvonal.
Anomális Zeeman-effektusnál még többfelé, mert a spin is bezavarhat.

A Zeeman-effektus/3





A kétféle spinálláshoz tartozó energiaszintek a mágneses tér növelésével eltávolodnak. A két állapot közötti átmenet során kibocsájtott foton az anyagi összetételről ad információt.
Electron paramagnetic resonance (EPR)
Electron spin resonance (ESR)

Ellenőrző kérdések

Válasszuk ki a hamis állítást!

a) A spinhez tartozó mágneses momentum vetület Bohr-magneton nagyságú
b) A spinvetület fele a pályaperdület vetület minimumának
c) Mágneses mezőbe helyezett atom energiaszintjei a mellékkvantumszámmal egyenlő számú szintre hasadnak
d) A felhasadás arányos a mágneses indukció nagyságával

Párosítsuk össze a kvantumszámokat az általuk meghatározott fizikai mennyiségekkel!

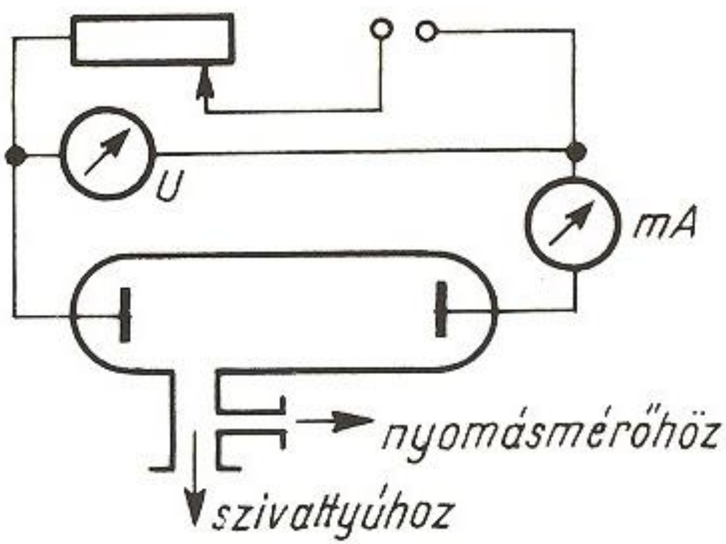
1) m	a, spinvetület
2) n	b, pályaperdület nagysága
3) m_s	c, teljes energia
4) l	d, pályaperdület vetülete

Megoldás: 1d, 2c, 3a, 4b

A röntgen sugárzás felfedezése

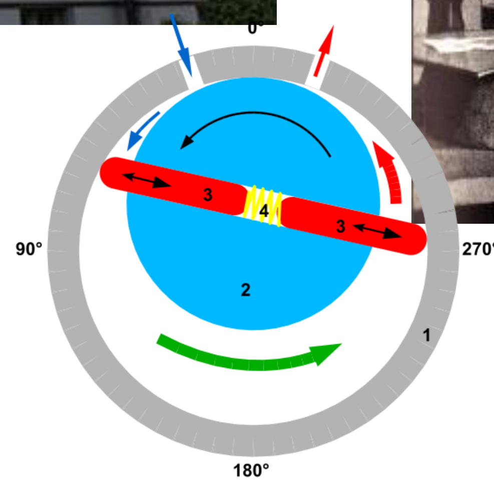
Ehhez kellett a **katódsugárcső**, amellyel a XIX. sz. második felében a katódsugarak természetét tanulmányozták. Ez közel egy fél évszázadon keresztül a fizika egyik legnagyobb rejtélye volt:

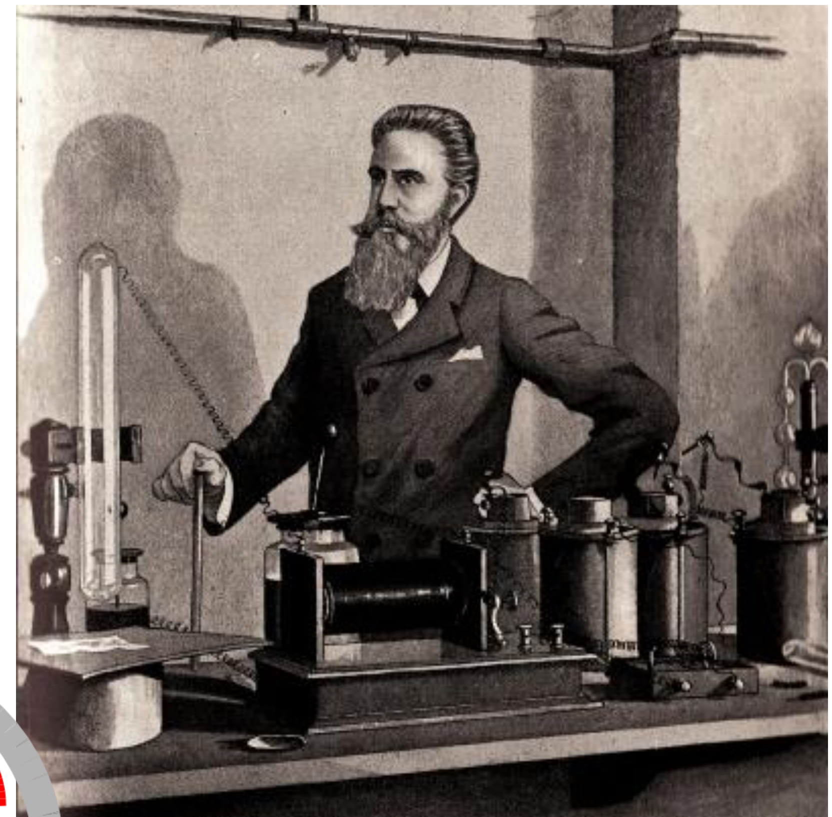
- Hullám vagy részecske?
- Van negatív töltése vagy nincs?
- Nem atomokból áll, de nem is elektromágneses sugárzás
- Minősége nem függ a katód anyagától



A röntgen sugárzás felfedezése/3

Condrad Röntgen átütő eredményt ért el 128 éve (1895. november 8.). A Würzburgi Egyetem Fizikai Intézete, ahol Röntgen az X- sugarakat felfedezte





A gyorsan fejlődő vákuum technológia kellett hozzá

Aztán másoktól is jöttek az eredmények

Wilhelm Conrad Röntgen (Lennep, 1845 – München, 1923

Nobel-díj: 1901 (az X sugárzás felfedezéséért)

Joseph John („J. J.”) Thomson (Manchester, 1856 - Cambridge, 1940)

Nobel-díj: 1906 (az elektron felfedezésért)

Lénárd Fülöp (németül Philipp Eduard Anton (von) Lenard) (Pozsony, 1862 – Messelhausen, 1947)

Nobel-díj: 1905 (katódsugárcső, fényelektromos jelenség)

Az X-sugarak felfedezése

1895. november elején Röntgen felfigyelt arra a jelenségre, hogy azokon a **fényképezőlemezeken**, amelyek az üzemeltetett kisülési cső mellett voltak, és fekete kartonpapírba voltak csomagolva, nem megmagyarázható **feketedések** mutatkoztak az előhívás után. Ez elgondolkodtatta, és vizsgálta ennek okát.

1895. november 8-án kísérleteiben Röntgen a kisülési csőben az elektromos kisülést kísérő fényjelenségek kiszűrésére a csövet nem átlátszó fekete kartonpapírba csomagolta, így próbálta vizsgálni a katódsugár által előidézett fényt. Mikor a szikrainduktort a csőre kapcsolta, látta, hogy a sötét laboratóriumban a cső közelében lévő, bárium-platina-cianiddal bevont **ernyő fluoreszkáló fényt bocsát ki**, azaz fényforrásként viselkedik. Ezután vizsgálni kezdte a titokzatos fény forrását.

Mikor a cső a világító papírlemez közé deszkát, jegyzetfüzetet helyezett, akkor is világított, csak halványabban. Ha a kézfejét helyezte a cső és papírlemez közé, a lemezen **a kézcsontjainak árnyképe tűnt elő**. A fényforrás megszűnt, amikor a kisülési csőről a feszültséget lekapcsolta. A sugárzás miatt kb. 2m távolságból fénylett az ernyő, tehát **nem lehet katódsugárzás** (az már néhány cm levegőben elnyelődik).

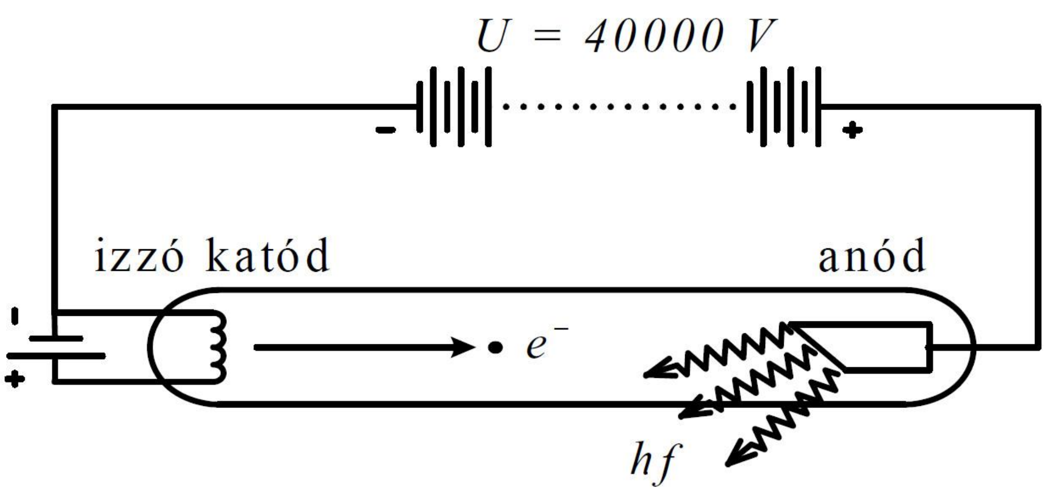
Kimutatta, hogy a cső egy meghatározott részéből **egyenes vonalban** lép ki a sugárzás. A fentiekből Röntgen azt a következtetést vonta le, hogy egy új sugár – első dolgozatában **X-sugár**nak nevezte el – hatása, amely áthatol az anyagokon, eltérő mértékben nyelődik el, és a fényhez hasonlóan egyenesen áramlik, valamint **fényképfelvételeken rögzíthető**.

A következő napokban és hetekben Röntgen éjjel-nappal a laboratóriumban tartózkodott és vizsgálta az új sugár tulajdonságait. Mintegy 20 perces expozíciós idővel készítette el felvételét felesége kezéről.

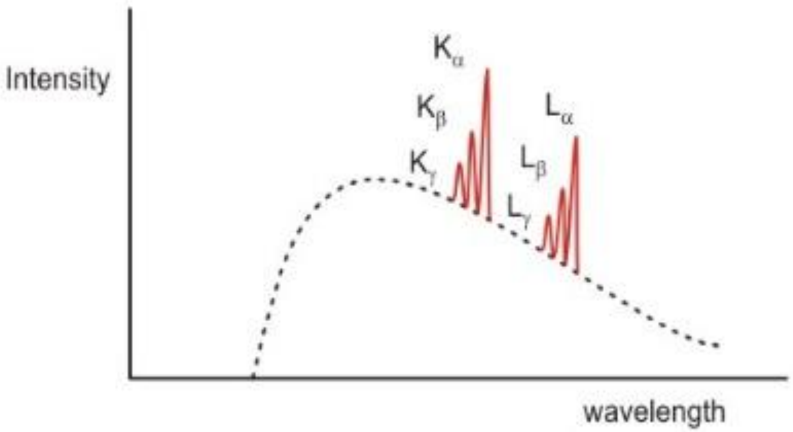
A röntgensugárzás keltése

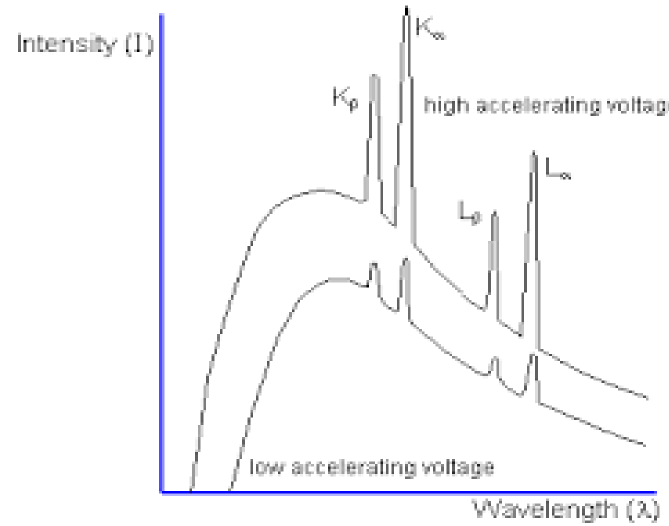
A röntgensugárzás nagyenergiájú elektromágneses sugárzás, a hullámhossza a 10^{-11} és 10^{-8} m közötti tartományba esik.
A látható sugarakkal ellentétben, ezek nagy áthatoló képességgel rendelkeznek.
<u>Előállításuk:</u>

- felmelegített katódból kilépő elektronokat nagyfeszültséggel gyorsítják
- az elektronok az anódba csapódnak, amely nagy rendszámú fém (pl. volfrám)
- a röntgen sugarak a becsapódás helyéről indulnak minden irányba
- Az elektronok energiájának csak ≈1%-a lesz a röntgensugárzás energiája, a többi az anódban nyelődik el. Emiatt szükséges, hogy az anód nagy darab, nehezen olvadó fém (pl.: wolfram) legyen, lehetőleg vízzel hűtött vagy forgatott.



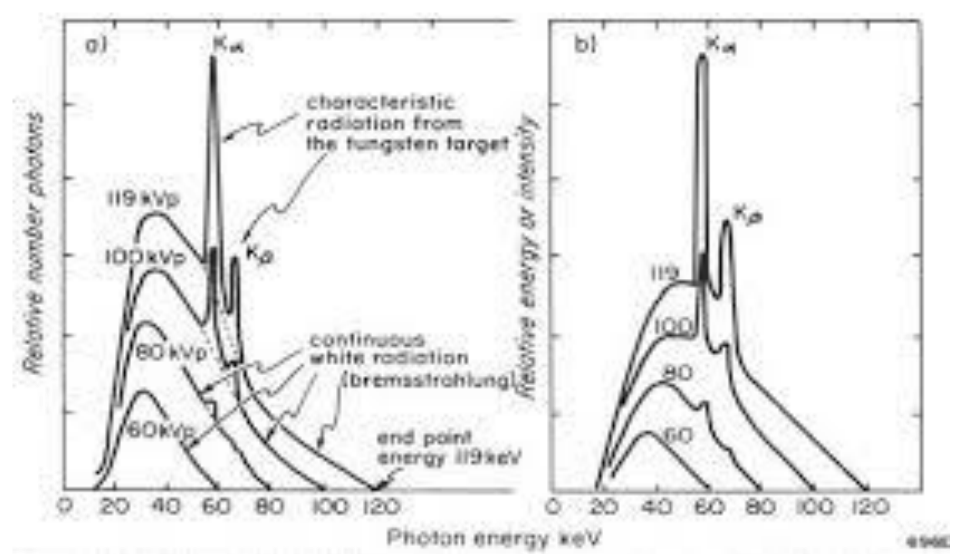
A röntgensugárzás spektruma





<u>Spektrum két komponense:</u>

1. folytonos spektrum : fékezési rtg. sugárzás
2. Vonalas spektrum: karakterisztikus rtg. sugárzás ($K_{\alpha,}$ K_β,.., $L_{\alpha,}$ L_β,..csúcsok)



A fékezési röntgensugárzás

A nehéz atommag Coulomb-terébe érkező elektron eltérül és lefékeződik.
A gyorsulást szenvedő elektron energiát veszít, és fotont sugároz ki.

$$E_{k1} - E_{k2} = E_f$$

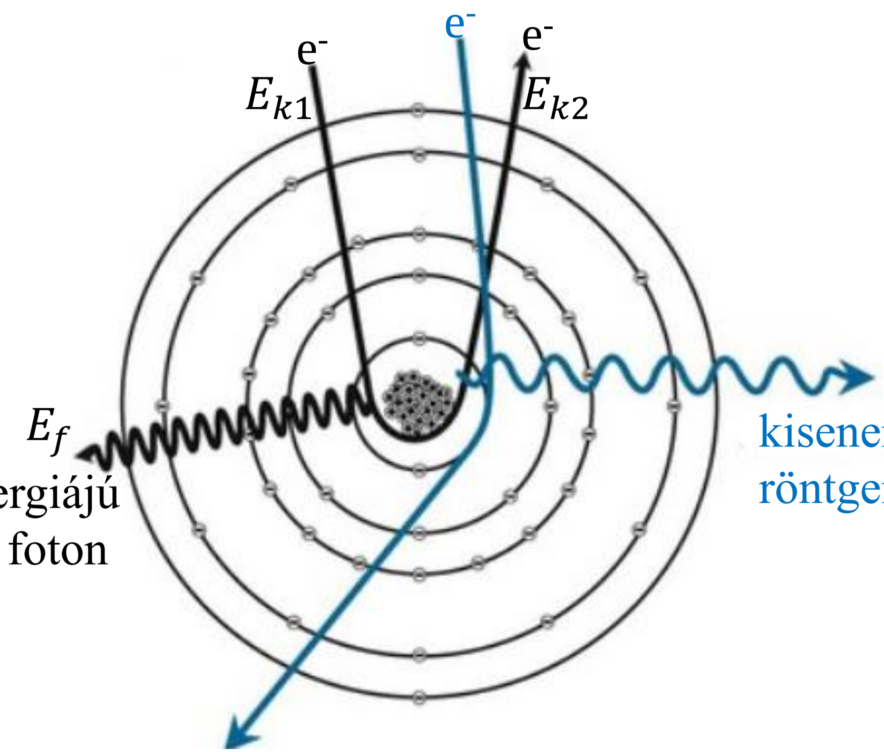
$$\frac{1}{2}m{v_1}^2 - \frac{1}{2}m{v_2}^2 = hf$$

Ha az elektron teljesen lefékeződik:

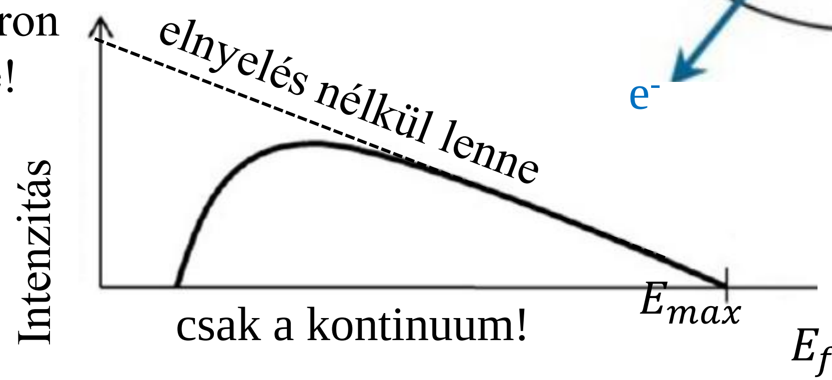
$$\frac{1}{2}m{v_1}^2 = hf_{max}$$

Mivel a gyorsított elektron energiája:

$$E_k = eU$$



Így a foton maximális energiája eV egységben egyszerűen az elektron gyorsító feszültsége!

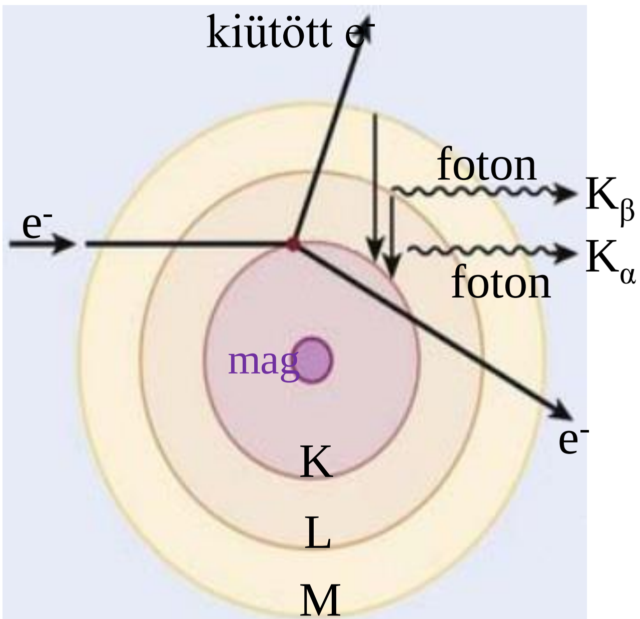


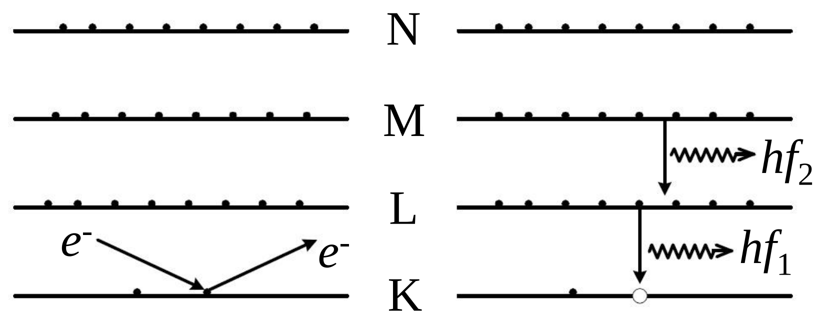
Kisebb foton energiák valószínűbbek, mert úgy az elektron többször is eltérülhet az anyagban.

Karakterisztikus sugárzás - vonalas komponens

A felgyorsított elektron egy másik elektront üt ki az atom egyik belső héjáról (1. lépés: belső héj ionizáció).

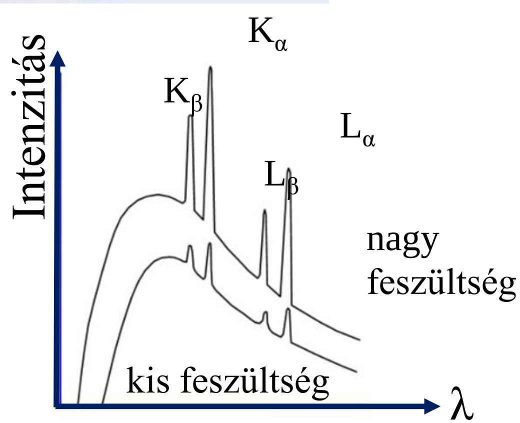
Ezzel egy betöltetlen hely (vakancia) keletkezik, ami további elektronugrásokat okoz (2. lépés).

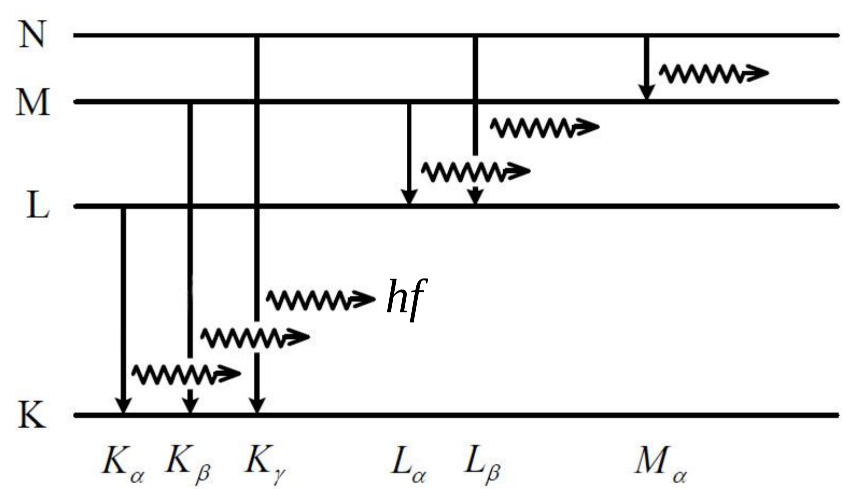




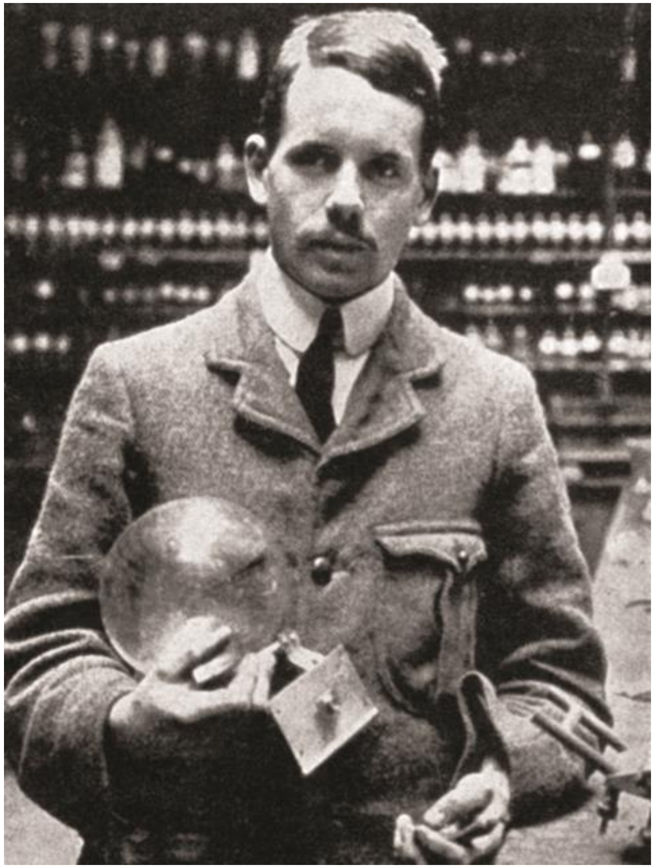
Átmenetre jellemző diszkrét energiájú fotonok:
- sorozatokba rendezhető vonalak

$$E_2 - E_1 = hf$$





Moseley-törvény



Henry Moseley (Weymouth, 1887 – Törökország, Gallipoli, 1915)

Moseley 1913-ban megállapította, hogy a vonalas emissziós színkép jellemző az illető elemre, tehát megmérve a frekvenciákat vagy a hullámhosszakat a Z rendszám kiszámolható.
Ezért nevezik ezt a komponenst karakterisztikus sugárzásnak.

röntgen fluoreszcencia analízis (XRF)

Moseley törvénye:

$$\boxed{E_f = hf = A(Z-b)^2}$$

Emlék: a főkvantumszám meghatározza az energiát

$$E = -Z^2 \frac{E^*}{n^2};\, n = 1,2,\ldots$$

ahol $E^* = 13{,}6$ eV *
$= 2{,}18$ aJ

Az elektron átmenet során felszabadult energiát egy foton viszi el $E_i - E_j = hf_{ij}$

Moseley-törvény/2

<u>Moseley törvénye:</u> $\boxed{E_f = hf = A(Z-b)^2}$

- A: az adott $n \rightarrow m$ átmenetre jellemző konstans $A = E^*\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$

K_α esetén: $A = E^*\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right) = \frac{3}{4}E^*$

$E^* = 2{,}18$ aJ

L_α esetén: $A = E^*\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right) = \frac{5}{36}E^*$

- b: korrekciós faktor, amely a Z effektív értékét (többi elektron árnyékolását) adja meg.

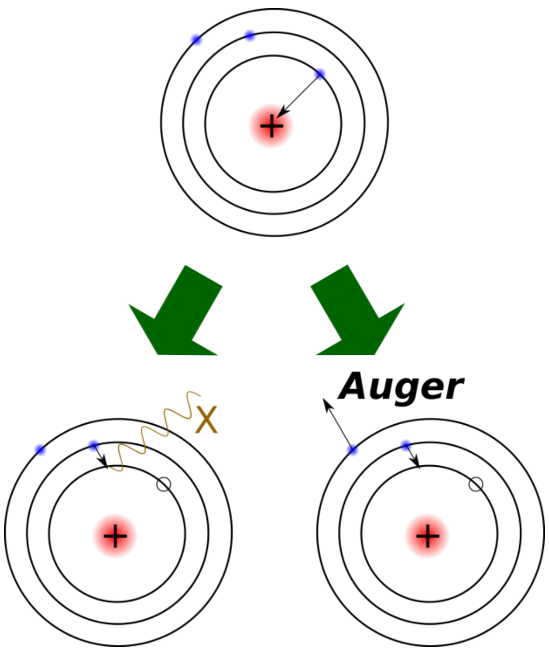
K_α esetén: $b = 1$ L_α esetén : $b = 7{,}4$

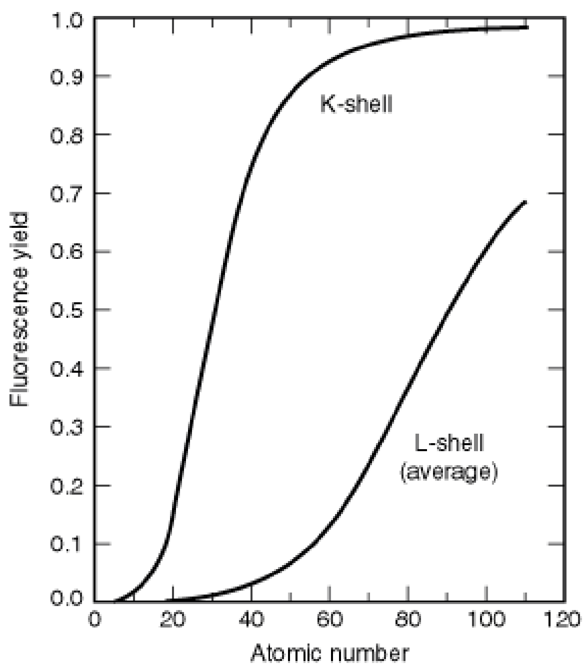
A törvényt úgy alkotta meg, hogy az egyes karakterisztikus vonalak esetében észlelt röntgenfrekvenciák gyökeit ábrázolta az elemek rendszáma szerint, majd a kapott adatokra egyenest illesztett.

A Bohr-modell alapján a törvény megmagyarázható, de a többi elektron hatását is figyelembe kell venni, így a Z helyett itt $Z_{eff} = Z - b$ szerepel. Az atom itt nem hidrogénszerű ion!

Auger-elektronok

Nem biztos, hogy a belső héj ionizáció után 2. lépésben a röntgen foton emissziója következik. Lehetséges alternatív folyamat a 2. lépésre: egy külsőbb héjon lévő elektron viszi el a felszabaduló energiát (ez az **Auger elektron)**, így a végállapot 2 lyukat tartalmaz ⇒ kétszeres pozitív ion lesz.





A rendszámtól függ, hogy a röntgen sugárzás vagy az Auger elektron lesz domináns. Ha Z értéke nagy akkor a röntgen sugár lesz a domináns, ha kicsi akkor az Auger elektron.

Ellenőrző kérdések

Válasszuk ki a hamis állítást!

a) A K_α a legnagyobb kvantumenergiájú karakterisztikus röntgen vonal
b) Az atommag Coulomb-terében eltérülő és lefékeződő elektronok sugárzásának a spektruma folytonos
c) Adott atom L_α sugárzásának hullámhossza nem függ a röntgencső feszültségétől
d) Az Auger-folyamat kis rendszámú anyagokban domináns

A Moseley-törvény kapcsolatot ad

a) A röntgencső feszültsége és a maximális fotonenergia között
b) A röntgencső feszültsége és a és karakterisztikus vonalak frekvenciája között
c) Az anód rendszáma és karakterisztikus vonalak frekvenciája között
d) Az anód rendszáma és a maximális fotonenergia között