Fizika II.

Vegyészmérnök BSc Kazincbarcika
2023/24 tanév I félév

A 3. konzultáción leadott tananyag

Az Ampère-Maxwell-féle gerjesztési törvény

Maxwell elméleti meggondolások alapján feltételezte, hogy a változó elektromos tér örvényes mágneses teret kelt (hasonlóan ahhoz ahogy a változó mágneses tér kelt elektromos teret).
Az Ampere-féle gerjesztési törvényt kiegészítette még egy taggal, amit eltolási áramnak nevezett el:

$$\oint_g \vec{H}\cdot d\vec{s} = \sum_i I_i + \frac{d}{dt}\int_F \vec{D}\cdot d\vec{A}$$

Felhasználva az elektromos indukciófluxus definícióját:

$$\oint_g \vec{H}\cdot d\vec{s} = \sum_i I_i + \frac{d\Psi}{dt}$$

Az eltolási áram nem jár töltések áramlásával.
Az első tagban I_i a vezetési áram.

<u>Példa</u>: Kondenzátor feltöltésénél (ill. kisülésénél) a lemezek közötti változó elektromos tér is ugyanúgy mágneses teret hoz létre mint a lemezekhez futó zsinórokban folyó vezetési áram a vezetékek körül.

A Stokes-tétel és az áramsűrűség felhasználásával egy időben állandó kicsiny F felületre:

$$\int_F \mathrm{rot}\vec{H}\cdot d\vec{A} = \int_F \vec{j}\cdot d\vec{A} + \int_F \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\cdot d\vec{A} \quad\rightarrow\quad \mathrm{rot}\,\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

(lokális vagy differenciális alak)

A Maxwell-egyenletek rendszere

A XIX. század legnagyobb hatású eredménye, az elektromágneses hullámok elméleti alapja.

1. Az Ampère-Maxwell-féle gerjesztési törvény:

$$\oint_g \vec{H} \cdot d\vec{s} = \sum_i I_i + \frac{d}{dt} \int_F \vec{D} \cdot d\vec{A} \quad \rightarrow \quad \mathrm{rot}\,\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

integrális alak differenciális alak

A mozgó töltések és az időben változó elektromos tér örvényes mágneses teret keltenek.

2. Faraday-Lenz féle indukciós törvény:

$$\oint_g \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d}{dt} \int_F \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad \rightarrow \quad \mathrm{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

integrális alak differenciális alak

Az időben változó mágneses tér örvényes elektromos teret kelt.

A Maxwell-egyenletek rendszere

3. Az elektromos Gauss-törvény:

$$\oint_F \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q \quad \rightarrow \quad \mathrm{div}\,\vec{D} = \rho$$

integrális alak differenciális alak

Az elektromos tér forrásai a töltések.

4. A mágneses Gauss-törvény:

$$\oint_F \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad \rightarrow \quad \mathrm{div}\,\vec{B} = 0$$

integrális alak differenciális alak

A mágneses térnek nincsenek forrásai (nincsenek monopólusok).

Szükség van még az alábbi egyenletekre:

Lineáris anyagegyenletek: $\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$ és $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}$ (csak közelítő jellegűek)

Differenciális Ohm-törvény: $\vec{j} = \sigma\left(\vec{E} + \vec{E}^*\right)$

Elektromágneses hullámegyenlet

Valódi töltésektől és vezetési áramoktól mentes szigetelőkre ($\mu_r \approx 1$) az egyenletek:

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \qquad \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \nabla \cdot \vec{D} = \nabla \cdot \vec{E} = 0 \qquad \nabla \cdot \vec{B} = \nabla \cdot \vec{H} = 0$$

Az anyagegyenletek továbbá: $\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H} \qquad \vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} = \varepsilon \vec{E}$

Felhasználva az összefüggést: $\nabla \times (\nabla \times \vec{u}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{u}) - \Delta \vec{u}$

Ezekből levezethetők a homogén hullámegyenletek a térerősségekre:

$$\begin{cases} \Delta \vec{E} - \varepsilon\mu \dfrac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \\[2ex] \Delta \vec{H} - \varepsilon\mu \dfrac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0 \end{cases}$$

Bármely komponensre (*i* lehet *x*, *y*, vagy *z*):

$$\frac{\partial^2 E_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial z^2} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 E_i}{\partial t^2} = 0 \qquad \frac{\partial^2 H_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_i}{\partial z^2} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 H_i}{\partial t^2} = 0$$

Összehasonlítva az általános homogén hullámegyenlettel egy tetszőleges *u* mennyiségre:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \qquad \left(\Delta u - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \right)$$

Δ: Laplace operátor

Az általános alakban v a hullám terjedési sebessége, tehát az elektromágneses hullámra:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$ amely vákuum esetén: $$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \approx 3 \cdot 10^8 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$ (a fény sebessége vákuumban)

Az elméletileg így megjósolt EM hullámokat Hertz kimutatta kísérletileg 1888-ban.

Monokromatikus síkhullám megoldás

Az előbbi homogén hullámegyenleteknek egyik lehetséges megoldásai a síkhullámok. Ha a **hullám forrásától elegendően messze** vagyunk akkor mindig tekinthetjük a hullámokat síkhullámoknak. Egy *z* irányba terjedő síkhullámra:

$$E_x = E_{x0}\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{z}{\lambda}\right)\right] = E_{x0}\sin(\omega t - kz)$$

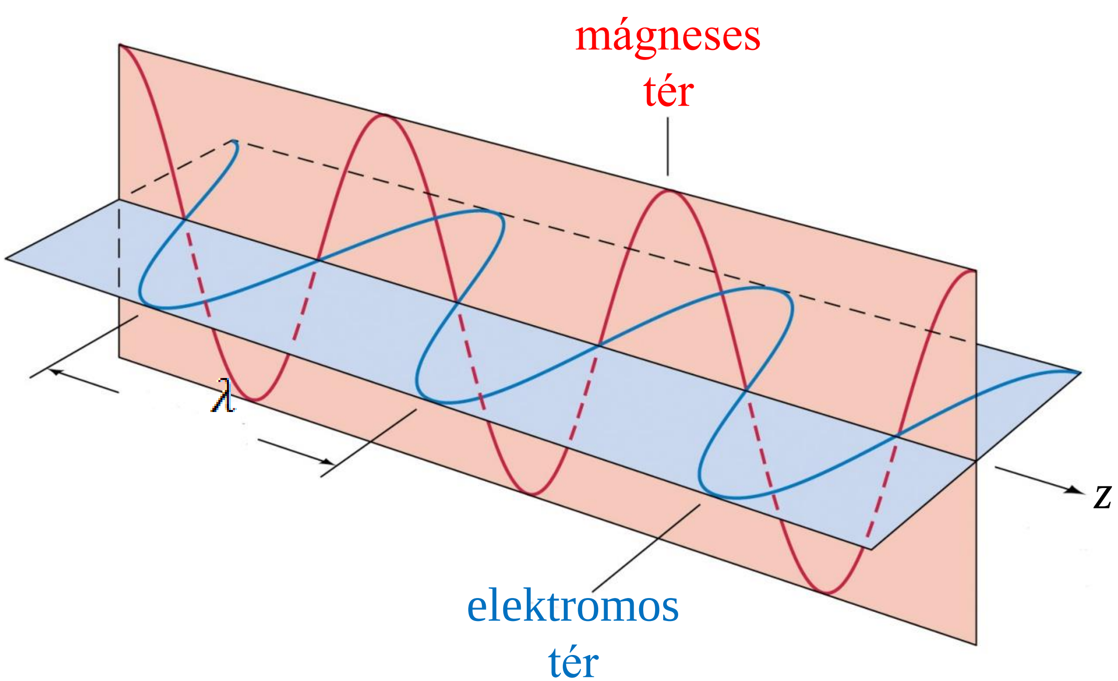
$$H_y = H_{y0}\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{z}{\lambda}\right)\right] = H_{y0}\sin(\omega t - kz)$$

T: periódusidő λ: hullámhossz

$\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi f$ körfrekvencia

$k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ körhullámszám

Ez a megoldás monokromatikus mivel csak egyféle frekvenciát tartalmaz.

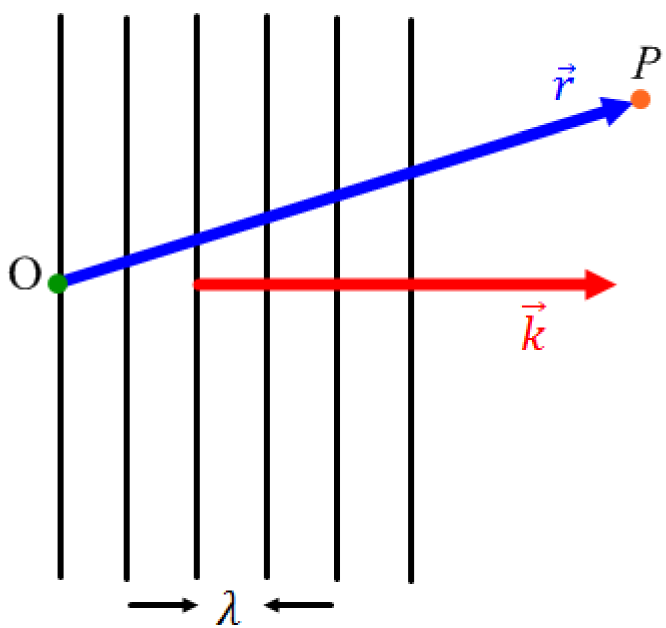


Az elektromágneses hullámban $\vec{\boldsymbol{E}}$ és $\vec{\boldsymbol{H}}$ merőleges, továbbá $\vec{\boldsymbol{E}}$, $\vec{\boldsymbol{H}}$, és $\vec{\boldsymbol{v}}$ jobbsodrású rendszert alkot (itt *x*, *y*, *z*). Az elektromágneses hullám **transzverzális**. Az elektromos és mágneses tér egymással azonos fázisban van.

Tetszőleges irányba terjedő síkhullám

Általánosan a hullám terjedési irányát a körhullámszám vektor iránya jelöli ki (a sebesség iránya is ugyanaz). Az elektromos és mágneses térerősség a hely és idő függvényében:

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 \sin\left(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r}\right) \qquad \vec{H}(\vec{r},t) = \vec{H}_0 \sin\left(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r}\right)$$



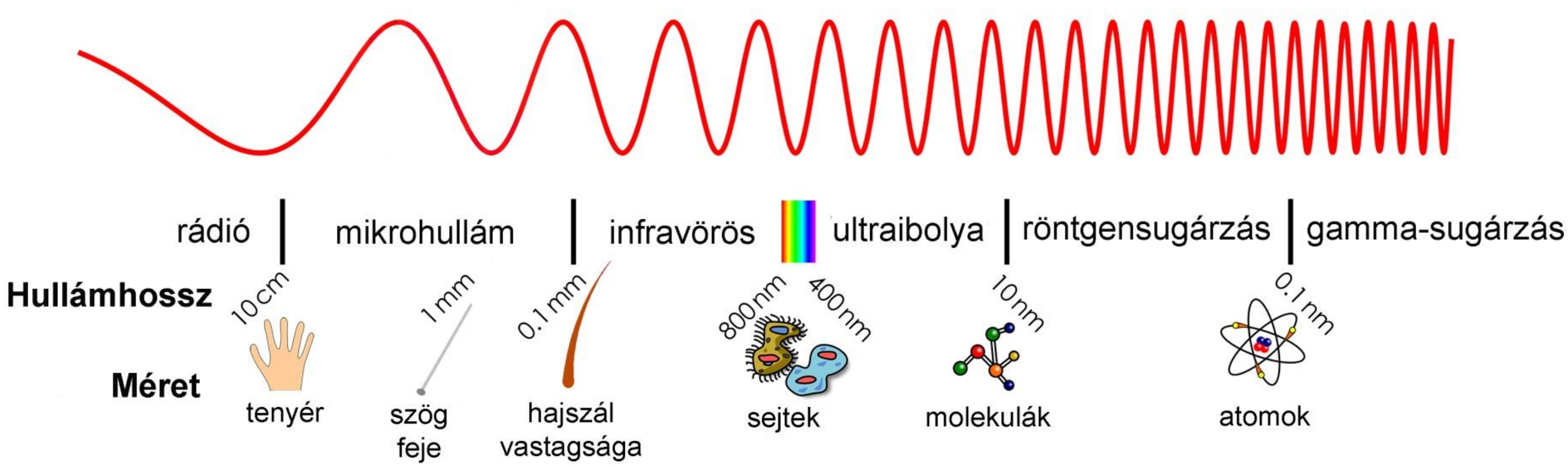
Térben az azonos fázisban lévő pontok halmaza egymást hullámhossznyi távolságonként követő síkok.

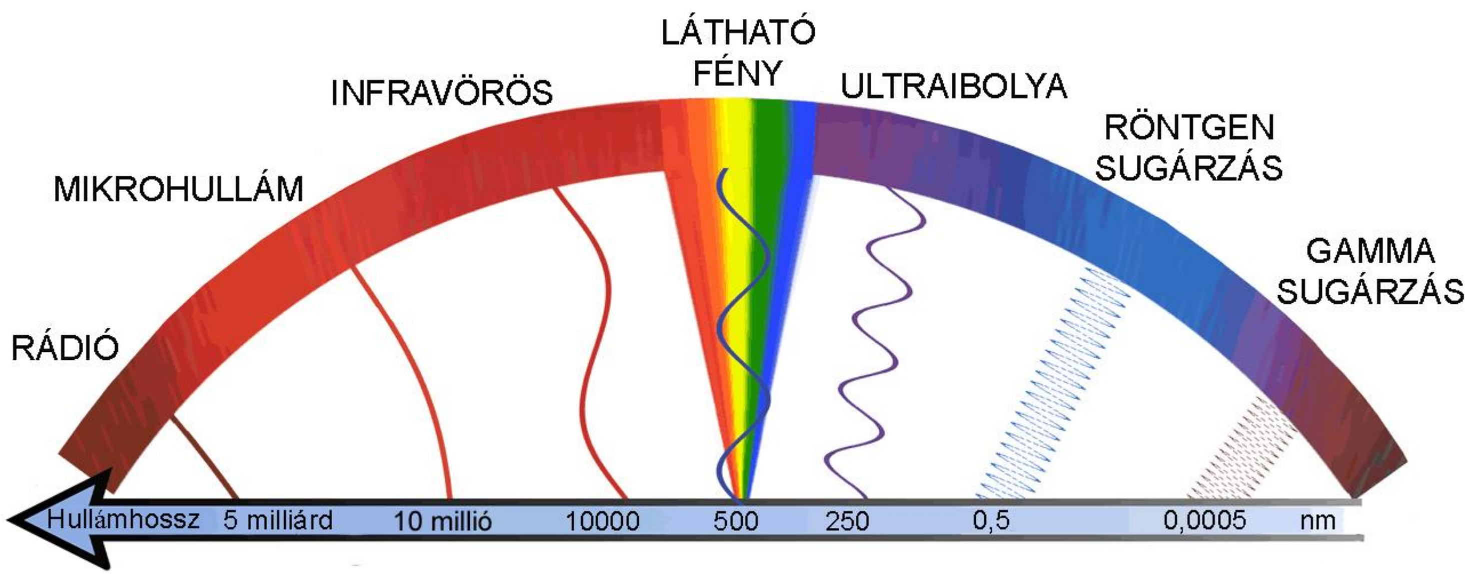
Általában az elektromágneses hullám sok különböző frekvenciájú hullámból tevődik össze. A különböző frekvenciák arányát mutatja az elektromágneses hullám spektruma (színképe).

Ha a hullámhossz nagyjából 400 és 800 nm között van, akkor a hullám a látható tartományba esik.

A teljes elektromágneses színkép

Az elektromágneses hullám hullámhossza (frekvenciája, vagy energiája) több nagyságrenden keresztül változhat. A látható tartomány (fény) ennek csak nagyon kis része:





Energiaterjedés az elektromágneses hullámban

Az elektromágneses hullám terjedése során energia is áramlik. Az energiaterjedés iránya ugyanaz mint a hullám iránya, és a pillanatnyi energia-áramsűrűséget egy pontban a **Poynting-vektor** adja meg:

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \qquad [\vec{S}] = \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}} = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

Egy tetszőleges felületen átáramló pillanatnyi teljesítmény tehát: $P(t) = \int_F \vec{S} \cdot d\vec{A}$

Az elektromágneses tér energiasűrűsége: $w_{EM} = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 + \frac{1}{2}\mu H^2$

Az elektromos és mágneses tér fázisa megegyezik, és az általuk tárolt energia is:

$\frac{1}{2}\varepsilon E^2 = \frac{1}{2}\mu H^2 \quad \rightarrow \quad$ a csúcsértékekre: $\frac{1}{2}\varepsilon {E_0}^2 = \frac{1}{2}\mu {H_0}^2 \rightarrow \; {H_0}^2 = \frac{\varepsilon}{\mu}\, {E_0}^2$

Tehát a Poynting-vektor kifejezhető csak az egyik térerősséggel:

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} = EH\vec{e} = \vec{e}E_0\sin(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r})H_0\sin(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r}) =$$

$$\vec{e}E_0\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_0\sin^2(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r}) = \vec{e}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}{E_0}^2\sin^2(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r})$$

$\vec{e}$ a hullám terjedési irányába mutató egységvektor

Emellett írható még: $\vec{S} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E^2\vec{e} = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon\mu}}\varepsilon E^2\vec{e} = v\varepsilon E^2\vec{e} = v w_{EM}\vec{e} = w_{EM}\vec{v}$

Energiaterjedés az elektromágneses hullámban/2

Tekintsük az $\vec{S} = w_{EM}\vec{v}$ összefüggést!

Tűző napon (délben, nyáron) a Föld felszínén legyen a Nap fényének intenzitása $I=1200 W/m^2$

Ebből kiszámítható, hogy $\boldsymbol{w_{EM}}$= $I/c = 1200/(3\cdot 10^8)$ = **$4 \mu J/m^3$**. Megjegyzendő, hogy ez számértékileg egyezik a fény nyomásával $\boldsymbol{p_f}$ **= 4µPa** (fekete felület esetén) ($J/m^3 = N/m^2 = Pa$)

Az elektromágneses tér energiasűrűsége: $\boldsymbol{w_{EM}} = \varepsilon E^2$ alapján igaz-e az, hogy a napfényben az

elektromos térerősség átlagértéke $E = (w_{EM}/\varepsilon) = ((4\cdot 10^{-6})/(8{,}85\cdot 10^{-12}))^{1/2} = 672$ V/m ?

Természetesen nem, mert a napfényben a fotonok térerőssége „össze-vissza” áll, az átlaguk ezért nulla!

A számítás viszont igaz a koherens lézerfényre!

Koherens hullámok interferenciája

Az energia-áramsűrűség nagyságának időátlagát a hullám intenzitásának nevezzük:

$$I = \langle S \rangle = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \langle E^2 \rangle = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \frac{1}{T} \int_0^T {E_0}^2 \sin^2(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) dt = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \frac{{E_0}^2}{2}$$

Ha két egyenlő frekvenciájú, egymásra nem merőleges síkokban rezgő hullám a tér egy részében úgy találkozik, hogy a fázisuk közötti különbség huzamosabb ideig állandó akkor abban a térrészben állóhullám jön létre.
Az ilyen hullámokat **koherens** hullámoknak nevezzük, a megfigyelhető jelenség pedig az **interferencia**.

Legyen a két hullám: $\vec{E}_1 = \vec{E}_{10} \cos(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r})$ $\vec{E}_2 = \vec{E}_{20} \cos(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r} + \delta)$

Az eredő térerősség minden pontban és időben a két térerősség vektori összege:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{E}_{10} \cos(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}) + \vec{E}_{20} \cos(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r} + \delta)$$

Az eredő térerősség négyzete: $E^2 = \vec{E}^2 = {\vec{E}_1}^2 + {\vec{E}_2}^2 + 2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2$

Az interferencia tag

A két koherens hullám által létrehozott intenzitás:

$$I = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\langle E^2\rangle = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\langle {E_1}^2\rangle + \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\langle {E_2}^2\rangle + \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\langle 2\vec{E}_1\cdot\vec{E}_2\rangle = \underbrace{\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\frac{{E_{10}}^2}{2}}_{I_1} + \underbrace{\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\frac{{E_{20}}^2}{2}}_{I_2} + \underbrace{\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\langle 2\vec{E}_1\cdot\vec{E}_2\rangle}_{I_{12}}$$

Az interferencia tag:

$$I_{12} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\left\langle 2\vec{E}_{10}\cdot\vec{E}_{20}\cos\left(\omega t - \vec{k}_1\cdot\vec{r}\right)\cos\left(\omega t - \vec{k}_2\cdot\vec{r} + \delta\right)\right\rangle \quad \begin{cases}\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta \\ \cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta\end{cases} \quad +$$

$$I_{12} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\left\langle \vec{E}_{10}\cdot\vec{E}_{20}\left[\cos\left(2\omega t - \vec{k}_1\cdot\vec{r} - \vec{k}_2\cdot\vec{r} + \delta\right) + \cos\left(\vec{k}_2\cdot\vec{r} - \vec{k}_1\cdot\vec{r} - \delta\right)\right]\right\rangle$$

Az első tag időátlaga 0, másodiké önmaga, hisz az időtől független:

$$I_{12} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\vec{E}_{10}\cdot\vec{E}_{20}\cos\left[\left(\vec{k}_2 - \vec{k}_1\right)\cdot\vec{r} - \delta\right] = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\vec{E}_{10}\cdot\vec{E}_{20}\cos[\Delta\varphi]$$

$\Delta\varphi$: fáziskülönbség

Speciális eset: $\vec{E}_{10} = \vec{E}_{20} = \vec{E}_0$ tehát $I_1 = I_2 = I$ konstruktív és destruktív interferencia:

$$I_k = I + I + 2I = 4I \quad (\Delta\varphi = 0)$$

$$I_d = I + I - 2I = 0 \quad (\Delta\varphi = \pi)$$

Interferencia tehát akkor van, ha az eredő hullám intenzitása nem egyenlő a két részhullám intenzitásának az összegével

$$I = I_1 + I_2 + I_{12}, \quad ahol\ I_{12} \neq 0$$

Az interferencia feltételeinek (koherencia feltételek) összefoglalása:

1) $\omega_1 = \omega_2$, azaz a két hullám frekvenciája azonos,

Mi van ha csak majdnem egyenlő?

2) $\vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \neq 0$, azaz a két hullám térerősség-vektora nem merőleges egymásra,

3) $\varphi_{01} - \varphi_{02} = \acute{a}lland\acute{o}$, azaz a hullámvonulatok kezdőfázis-különbségei időben állandók,

4) $\Delta s < \sigma_k$, azaz a két úton haladó fényhullám útkülönbsége kisebb, mint a koherenciahossz.

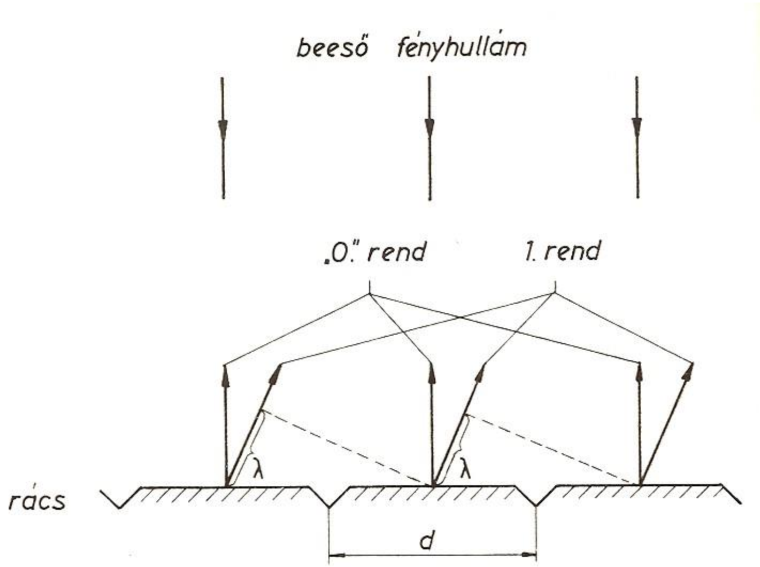
Megjegyzés: hanghullámok esetén csak az 1) feltétel, rádióhullámok esetén 1) és 2) feltétel kell, a fény esetében bonyolódik el a helyzet!

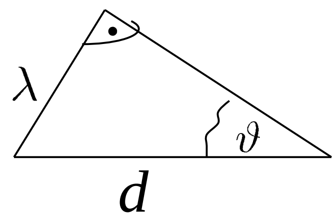
$$I_{12} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu_0}} \cdot \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \cdot \cos\delta$$

A fentiek a hullámhossz segítségével is megfogalmazhatók: a fáziskülönbség $\delta = k_2 x_2 - k_1 x_1 + \delta_{01} - \delta_{02}$, ha $\delta_{01} = \delta_{02}$ és $k_1 = k_2 = k$, akkor: $\delta = k \cdot (x_2 - x_1) = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta x$. Tehát ha a két hullám között a szétváláskor nem jött létre fáziskülönbség, és szétválás után is azonos közegben haladnak, akkor a fáziskülönbség az útkülönbséggel arányos, az arányossági tényező $\frac{2\pi}{\lambda}$. Ennek megfelelően maximális az erősítés, ha az útkülönbség a hullámhossz egész számú többszöröse: $2m\pi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta x \rightarrow \Delta x = \lambda \cdot m$, m – egész szám.

Maximális gyengítés (esetleg kioltás) pedig a hullámhossz felének páratlan számú többszöröseivel megegyező útkülönbség esetén lesz: $(2m+1)\pi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta x \rightarrow \Delta x = (2m+1) \cdot \frac{\lambda}{2}$.

Fontos példa az interferenciára

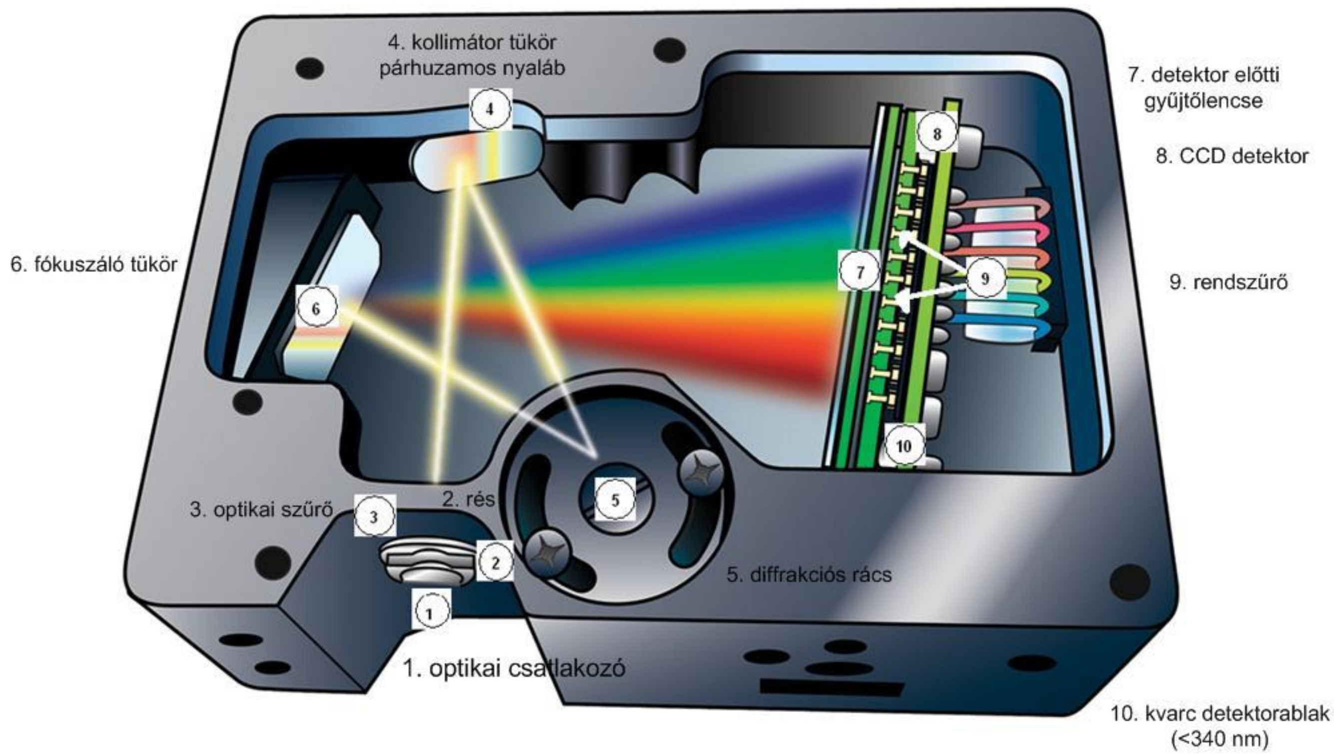




$$\frac{\lambda}{d} = \sin\vartheta$$

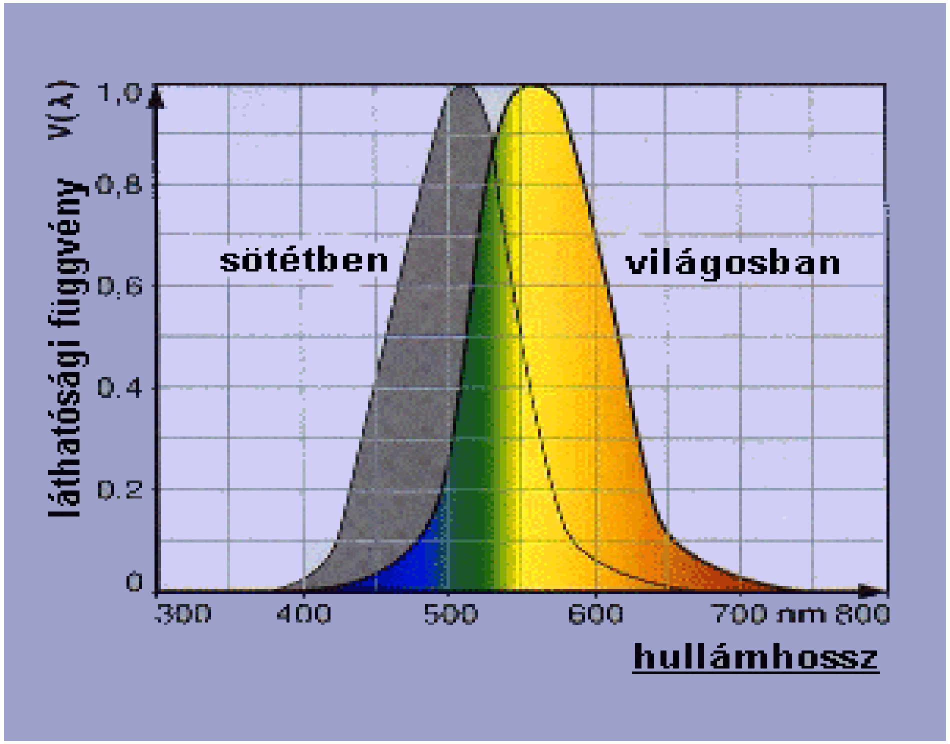
A **reflexiós optikai rács** periodikus szerkezetén a fényhullám elhajlást szenved. (Azaz azokba az irányokba is van reflexió, amelyekre a szomszédos hullámok útkülönbsége λ.)

USB4000 száloptikás spektrométer

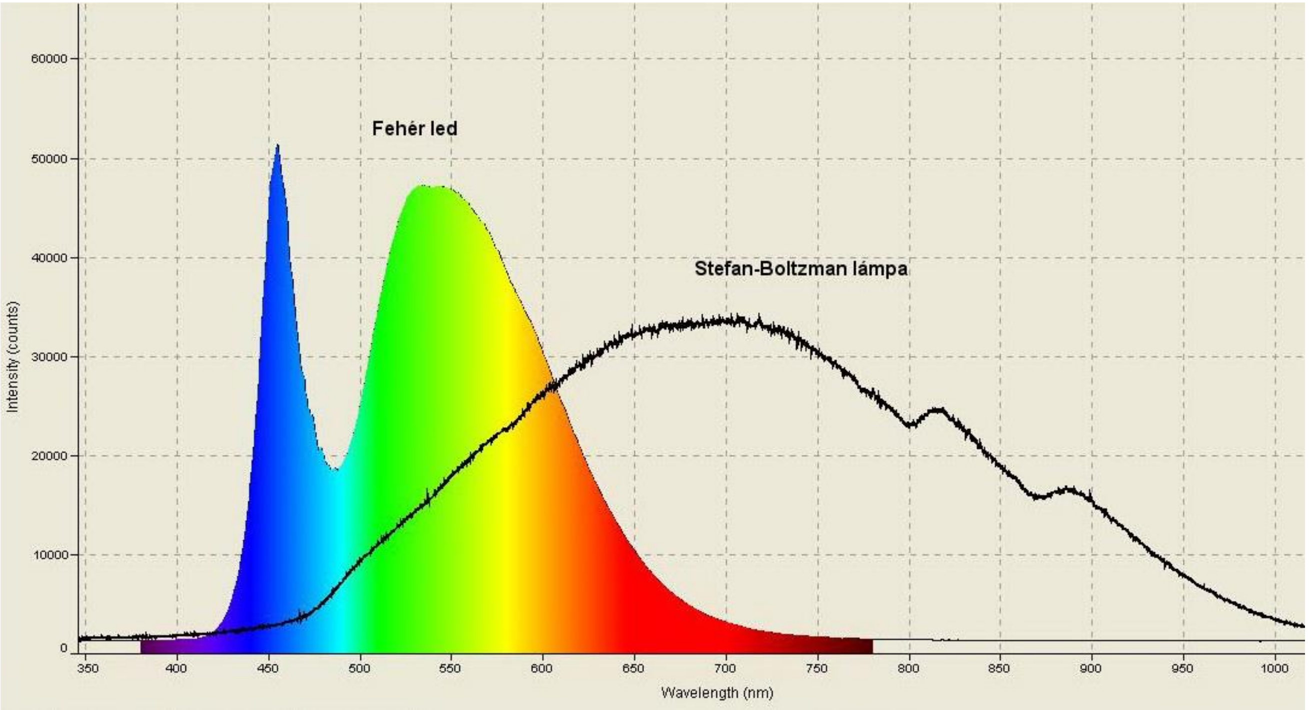


25 mikrométeres rés, 7,5 pixeles felbontás
3648 pixel, 650 nm-es tartomány, 1,336 nm-es felbontás

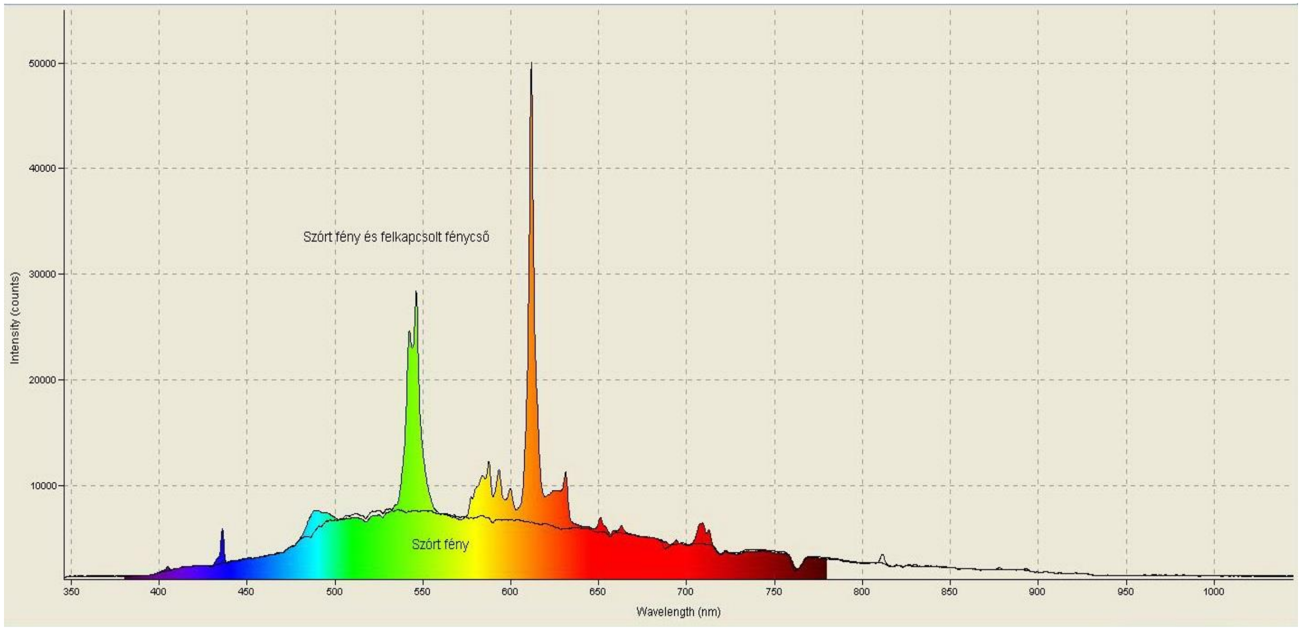
A laboratóriumba az ablakokon át beszóródott napfény spektruma.
A spektrum burkolója egy kb. 5800 K-es feketetest sugárzáshoz tartozó görbe.
De a burkolót megszaggatják mind az ún. Fraunhofer vonalak (ezek a Nap felszínét elhagyó sugárzásban megjelenő elnyelési vonalak), valamint a Föld atmoszférájában lévő gázok által okozott abszorpciók.



Az átlagember szemének relatív érzékenysége

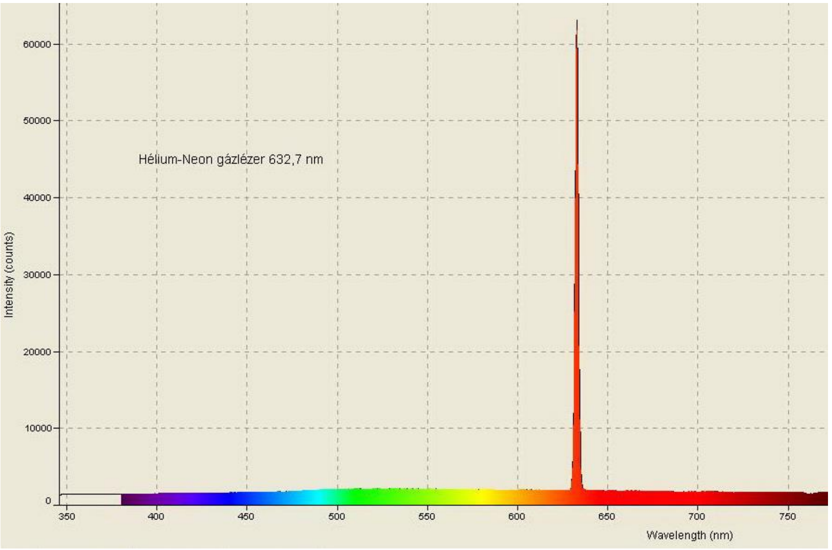


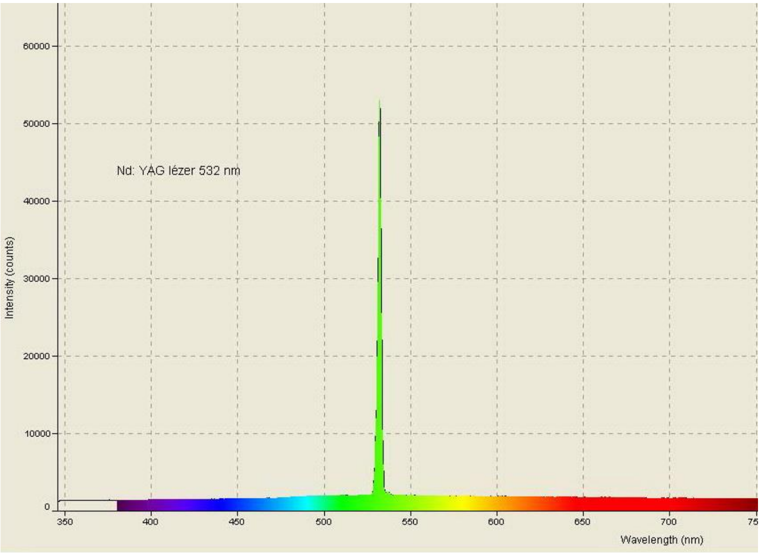
A **LED-ek spektruma folytonos**, de sokkal keskenyebb az izzó szilárd testek spektrumánál. A LED-ek összetételének, paramétereinek változtatásával megváltoztathatjuk spektrumukat is.



Igen látványos spektrumot kaphatunk abban az esetben, ha a szórt napfény mellett felkapcsoljuk a terembeli világítást.
A kisnyomású Hg-lámpákat gyakran fénycsőnek hívjuk, ezekben a csövekben általában két ultraibolya tartományba eső vonal gerjed a 185 nm-es és 257,3 nm-es. Ezeket UV-be eső sugárzásokat konvertálja a fénycső belső falára felvitt fénypor a látható tartományba.

A lézerek különleges fényforrások, mert a spektrumuk egyetlen, igen szigorúan monokromatikus vonalat tartalmaz. A következő ábrákon a **He-Ne gázlézer**, illetve a **frekvencia kettőzött Nd:YAG lézer** spektruma látható.



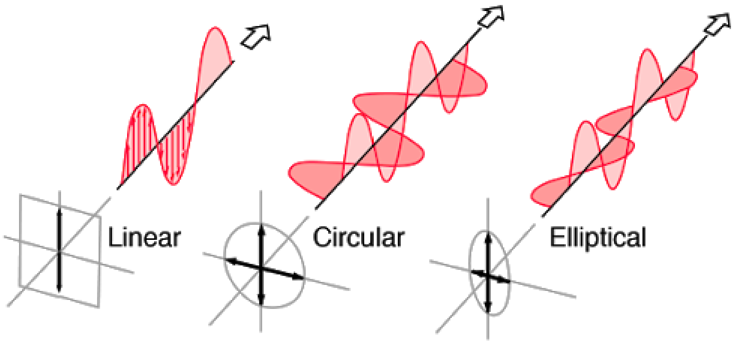


Polarizáció

Általános esetben az $\vec{E}$ vektor (és így a rá merőleges $\vec{B}$ vektor is) forog az $\vec{n}$ vektor körül, miközben a vetületei leírhatók a fenti módon. Ilyenkor a térerősség-vektor végpontjának a terjedési irányra merőleges vetülete egy ellipszist ír le. Ezt a fényt szokás elliptikusan polárosnak nevezni. Ez az általános eset, a természetes fény polarizációja általában ilyen. Ennek egy speciális esete a cirkulárisan poláros fény, ekkor a térerősség-vektor végpontjának vetülete egy kört ír le.

Az ellipszis másik elfajulása az egyenes. Ilyenkor a térerősség-vektor végpontjának vetülete egy egyenes mentén mozog (a rezgés síkja állandó). Az ilyen fényt lineárisan polárosnak (vagy síkban polárosnak) nevezzük. Az elliptikusan poláros fényt felfoghatjuk két egymásra merőleges polarizációjú, egymáshoz képest eltolt fázisú lineárisan poláros fény szuperpozíciójának is.

Amikor egyszerűen poláros fényről beszélünk, akkor legtöbbször lineárisan poláros fényre gondolunk. A lézerek többsége poláros fényt bocsájt ki, a többi fényforrás fénye pedig különböző módszerekkel (szórás, visszaverődés, stb.) polárossá tehető.

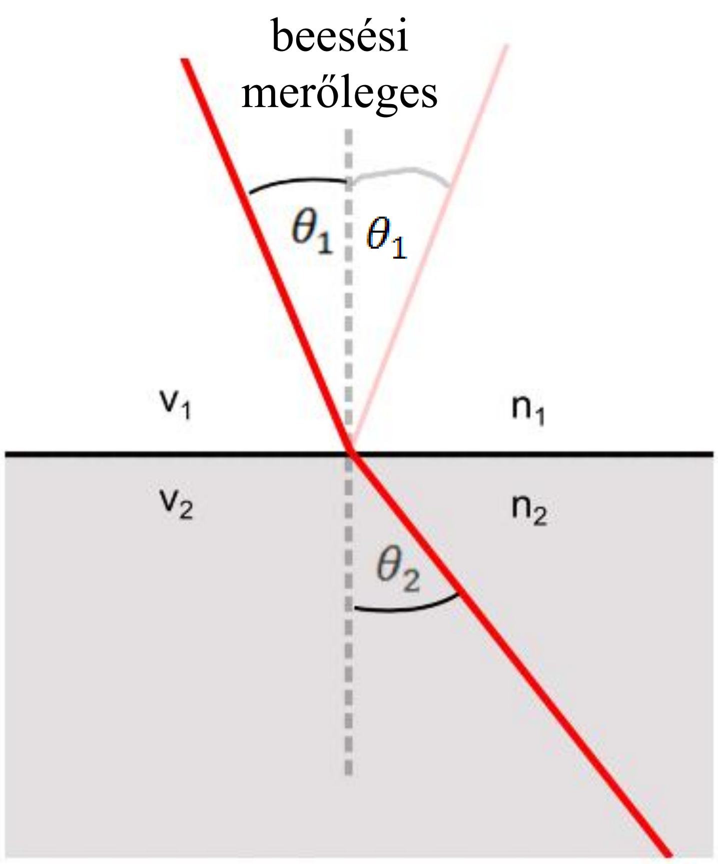


Hullám viselkedése két közeg határfelületén

Különböző közeghez érve a hullám egy része mindig visszaverődik (ugyanolyan szögben), a másik része pedig megtörve behatol a másik közegbe. Bizonyos esetekben a hullám teljes mértékben visszaverődik.

A beesési és a törési szögekre érvényes a Snellius-Descartes törvény:

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$



n_1 és n_2 az 1-es és 2-es közeg abszolút törésmutatója (vákuumra vonatkoztatott), míg n_{21} a 2-es közeg 1-esre vonatkoztatott törésmutatója.
A törésmutató a közegekben mért fénysebességek hányadosának reciprokja:

$$n_1 = \frac{c}{v_1}$$

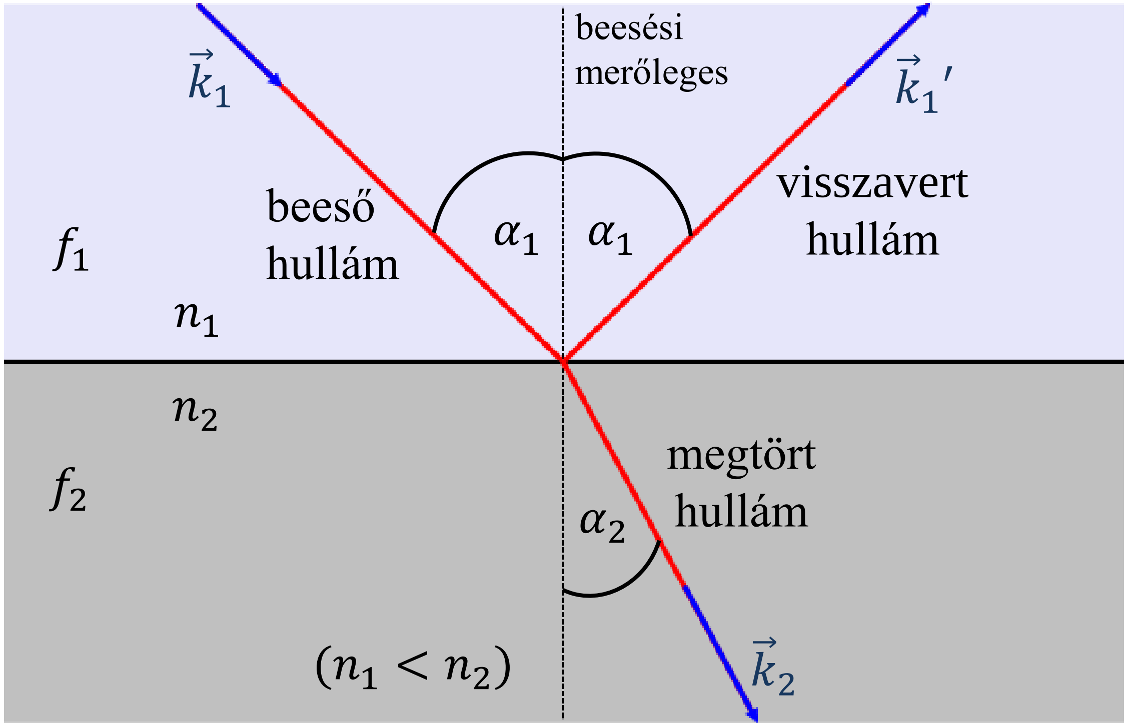
A teljes visszaverődés határszöge:

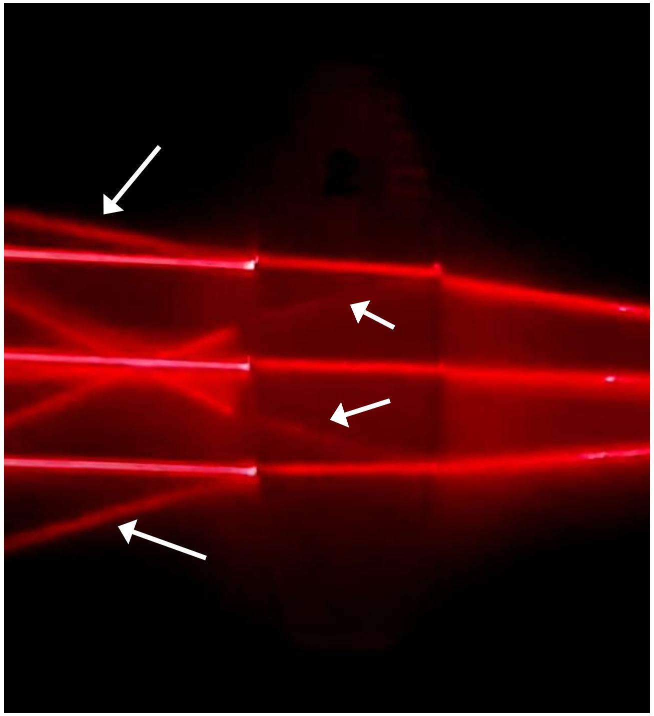
$$\sin\theta_2 = \sin 90° = 1 \rightarrow \sin\theta_{1h} = n_{21}$$

Csak akkor lehetséges ha $n_{21} < 1$, vagyis $n_2 < n_1$ (sűrűbb közegből ritkább felé haladva)

Hullámok viselkedése két közeg határán

Két különböző közeg határához érve a hullám egy része mindig visszaverődik, a másik része pedig megtörve behatol a másik közegbe. Bizonyos esetekben a hullám teljes mértékben visszaverődik.

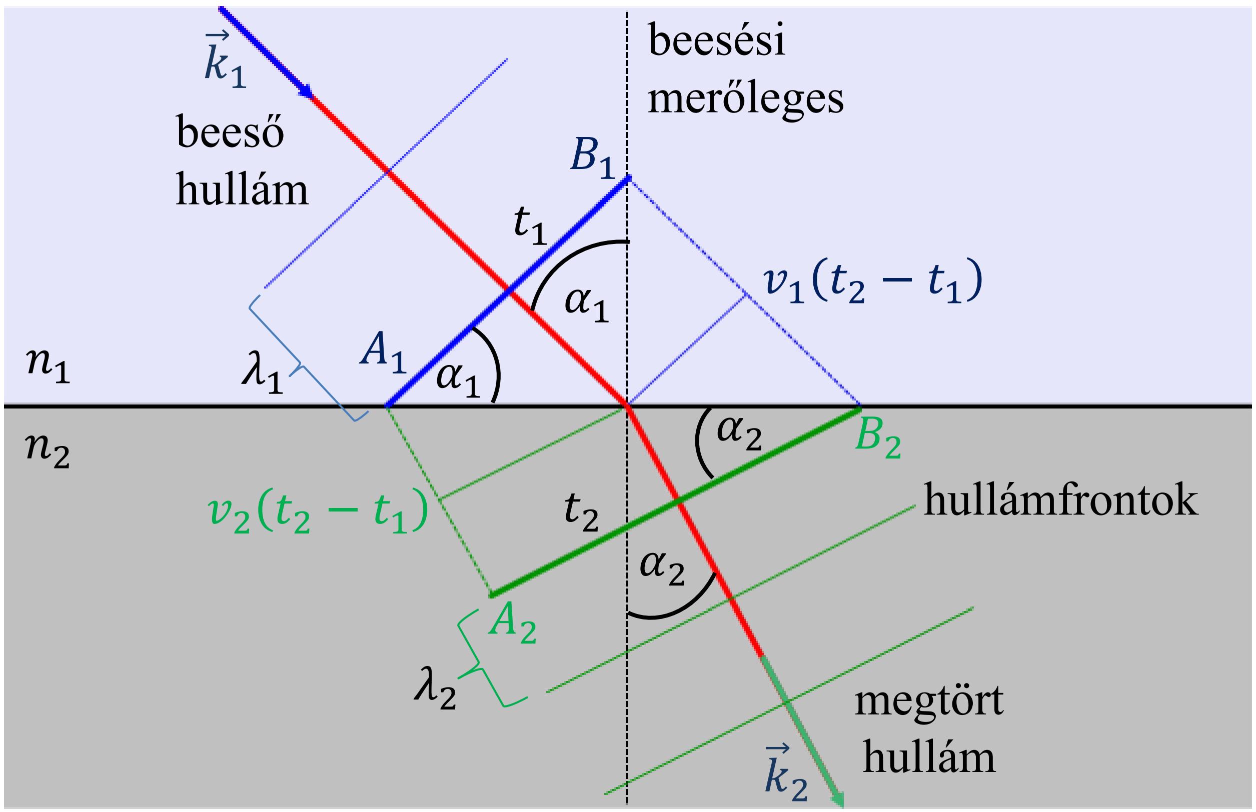




A visszaverődési szög megegyezik a beesési szöggel.
A törési szög és beesési szög kapcsolatát a **Snellius-Descartes törvény** adja meg.
A hullám **frekvenciája ugyanaz** a két közegben: $f_1 = f_2 = f$
Felhasználva, hogy minden hullám esetén: $v = \lambda f$
A hullámhosszakra: $\lambda_1 = v_1/f$ és $\lambda_2 = v_2/f$ $\rightarrow$ $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1/f}{v_2/f} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$
Tehát a hullámhossz optikailag sűrűbb közegben kisebb.

Snellius-Descartes törvény

Az $A_1 B_1$ vonal jelzi a hullám fázisfelületét a t_1 időpontban.
Az $A_2 B_2$ vonal jelzi a hullám fázisfelületét a t_2 időpontban.



$$\sin\alpha_1 = \frac{v_1(t_2 - t_1)}{A_1 B_2}$$

$$\sin\alpha_2 = \frac{v_2(t_2 - t_1)}{A_1 B_2}$$

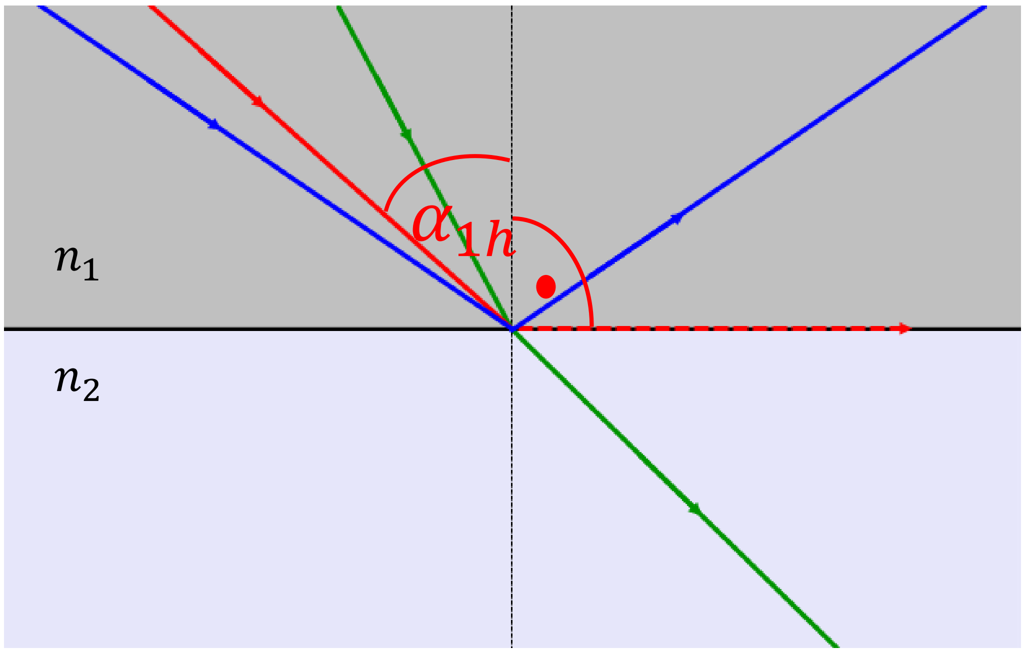
$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$

$$\boxed{n_1 \sin\alpha_1 = n_2 \sin\alpha_2}$$

Ha a hullám optikailag sűrűbb közegbe érkezik, akkor a törési szög kisebb, mint a beesési szög.
Ha a hullám optikailag ritkább közegbe érkezik, akkor a törési szög nagyobb, mint a beesési szög.

Teljes visszaverődés

Amikor a hullám optikailag sűrűbb közegből lép át optikailag ritkább közegbe ($n_1 > n_2$), akkor az α_1 beesési szöget növelve a törési szög egyre jobban megközelíti a derékszöget, a megtört hullám intenzitása pedig egyre csökken.
Amikor a beesési szög meghaladja az α_1 határszöget, teljes visszaverődés áll fent.

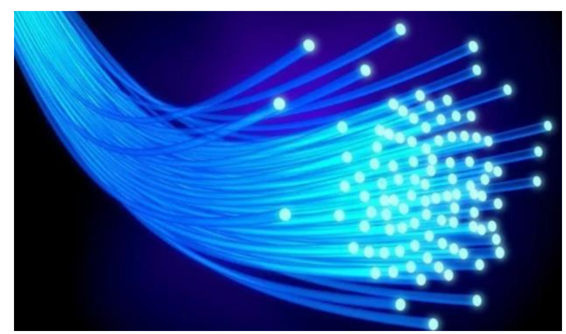


A határszögre:

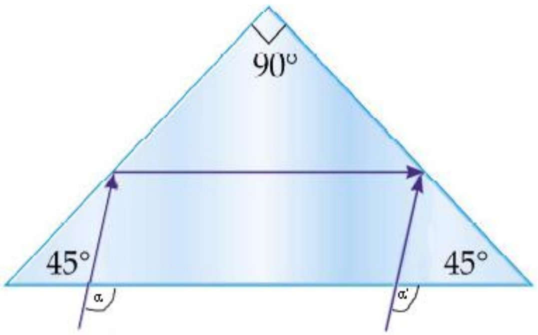
$$n_1 \sin \alpha_{1h} = n_2 \sin 90°$$

$$\sin \alpha_{1h} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$

Ezt a jelenséget optikai szálakban hasznosítják.

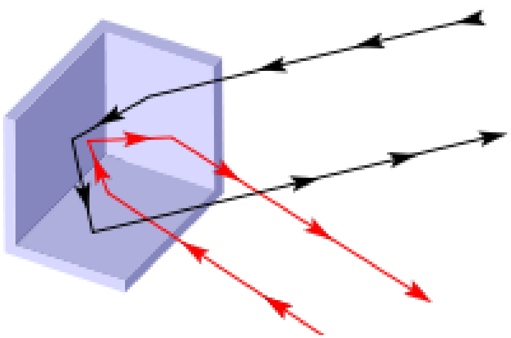


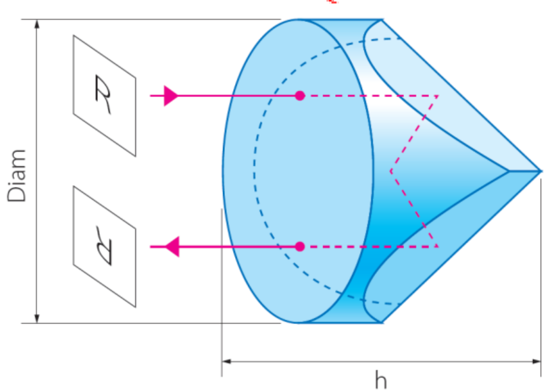
A teljes visszaverődés lézerfizikai alkalmazása: a sarokprizma



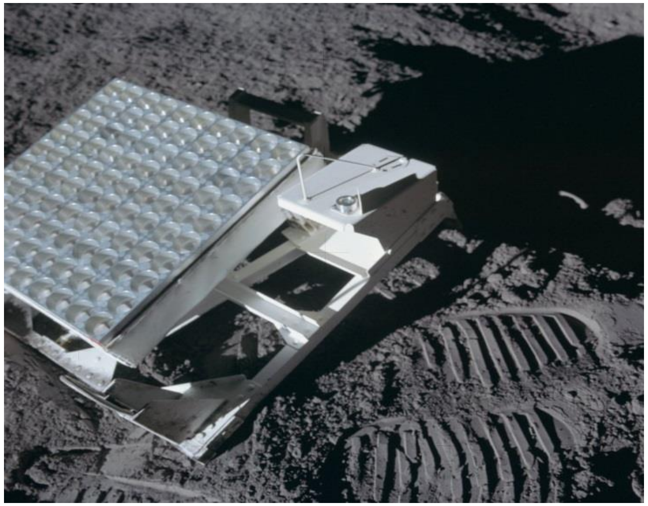
Sarokprizma két dimenzióban: **α=α',**
belátható, ugyanabba az irányba veri vissza a fénysugarat amelyből elindult (csak egy picit eltolva)

A sarokprizma három dimenzióban is működik (sőt igazán csak ott): retroreflector





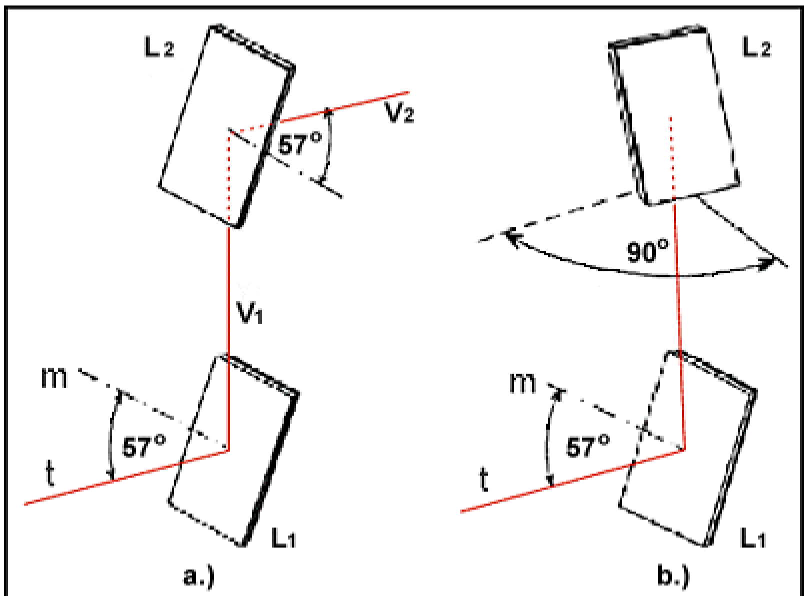
Különleges felhasználása: lézertükör a Holdon



A „macskaszem" is lézertükör (csak pontatlan)

Polarizálás visszaverődéssel/3

Ha üveglapra kb. 57°-os beesési szögben fénynyalábot ejtünk, az arról visszaverődő fény síkban polárossá válik. A visszavert fényben az E elektromos térerősség vektorok az üveglemez felületén párhuzamos egyenes mentén rezegnek. A fény síkban poláros voltáról meggyőződhetünk úgy, hogy az első lemezről (a polarizátorról) visszaverődő fény útjába egy második üveglemezt (analizátor) helyezünk, amelyre ismét 57 º-os beesési szögben érkezik a fénysugár.



ha a polarizátor és analizátor síkja párhuzamos, a felső lemezről visszaverődik a fény.

Ha az analizátort elforgatjuk, a visszaverődő fény intenzitása nullára csökken

(Malus kísérlete, 1809)

Geometriai optika

Egy átlátszatlan test nyílásából indulva a fény egyenesekkel határolt **fénynyaláb** formájában terjed. A minden határon túl elvékonyodott fénynyalábot **fénysugár**nak nevezzük, és egy irányított egyenesnek fogjuk fel. Valójában nem minden határon túl, a hullámhossz mindenképpen egy abszolút határ!
A **geometriai optika** keretében erre a fénysugárra használunk egyszerű matematikai és geometriai módszereket.
Mindenfajta méretnek (nyaláb átmérők, akadályok és nyílások mérete) nagyobbnak (lehetőleg sokkal nagyobbnak) kell lennie a hullámhossznál! Ellenkező esetben csak a hullámoptika használható!
Homogén közegben a fény **egyenes vonal**ban terjed.

Két közeg határfelületén a beeső fény egy része **visszaverődik**, másik része **megtörik** és behatol a másik közegbe.

A fényvisszaverődés törvényei:

- a beeső fénysugár, a beesési merőleges, a visszavert fénysugár egy síkban vannak
- a beesési szög egyenlő a visszaverődési szöggel

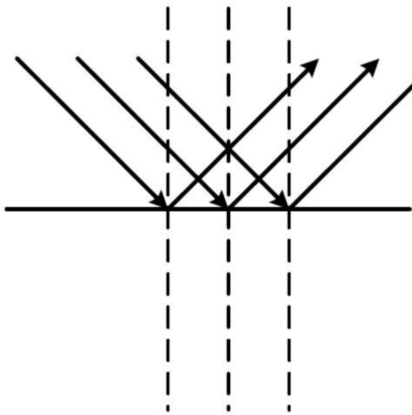
A fénytörés törvényei:

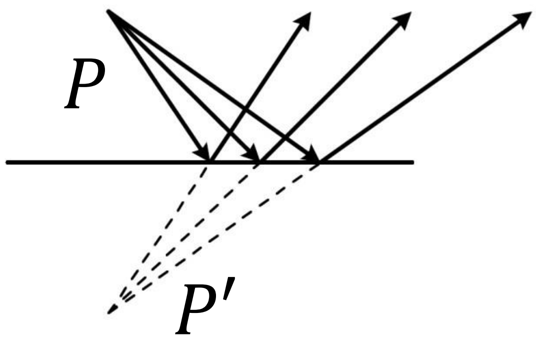
- a beeső fénysugár, a beesési merőleges, a megtört fénysugár egy síkban vannak
- a beesési szög és a törési szög kapcsolatát a Snellius-Descartes törvény adja meg:

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$$

Visszaverődés sík határfelületen (síktükör)

A párhuzamos fénysugarak párhuzamosan verődnek vissza.
A széttartó vagy összetartó fénysugarak visszaverődés után is széttartóak, összetartóak.

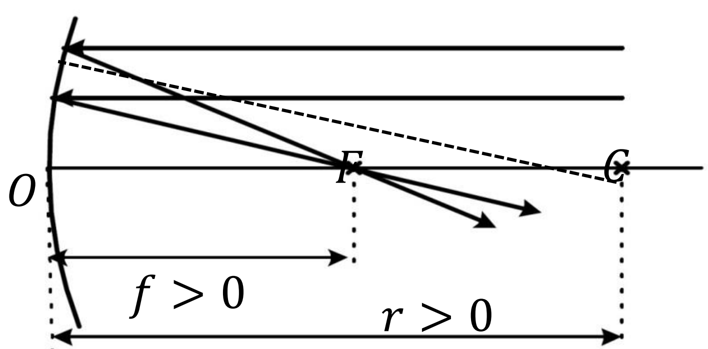




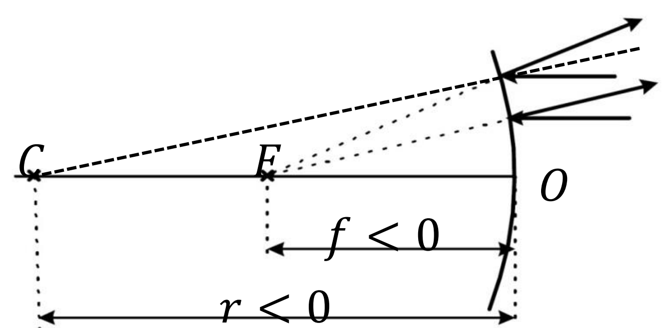
A ***P*** pontszerű forrásból induló széttartó fénysugarakat visszafelé meghosszabbítva az egyenesek a ***P'*** pontban találkoznak. Ez a ***P*** fényforrás **látszólagos** képe.

Fény visszaverődése gömbtükörről

A **homorú gömbtükör** a ráeső **párhuzamos** fénysugarakat **összetartó**vá, a **domború gömbtükör** pedig **széttartó**vá teszi.
A beesési merőlegeseket a kör C középpontjából kell húzni.



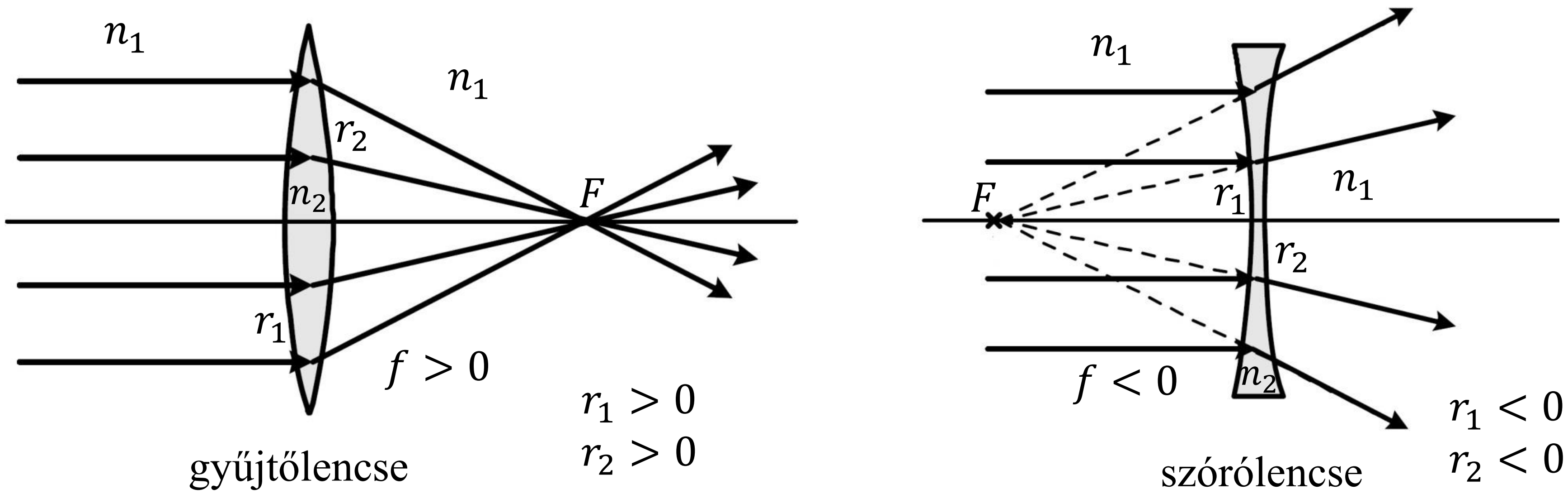
homorú gömbtükör



domború gömbtükör

Fény törése vékony lencsékben

A **gyűjtőlencse** a ráeső **párhuzamos** fénysugarakat **összetartó**vá, a **szórólencse** pedig **széttartó**vá teszi.



A sugarak, illetve a meghosszabbításaik az F fókuszban találkoznak.
A fénysugarak az **optikai tengely**hez nagyon közel vannak, így a szögek is kicsik.
A lencse nagyon vékony, így a fénysugarak eltolódása elhanyagolható.

A szórólencséknél virtuális fókuszról beszélünk, ugyanis maguk a sugarak nem találkoznak egy pontban: $f < 0$

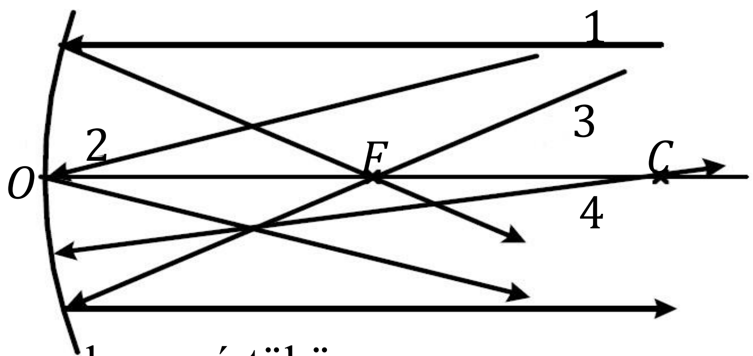
Lencsék fókusztávolsága: $\boxed{\frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)}$

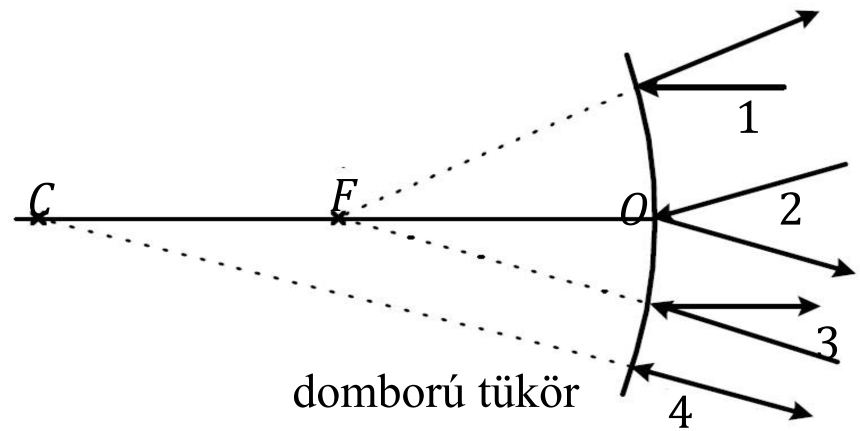
Dioptria: $\boxed{D = \frac{1}{f}}$

(az f méterben!)

Jellegzetes fénysugarak - gömbtükrök

A kialakuló kép megszerkesztéséhez fel lehet használni néhány jellegzetes fénysugarat, amelyek metszéspontja megadja az adott pontszerű fényforrás képének helyét.

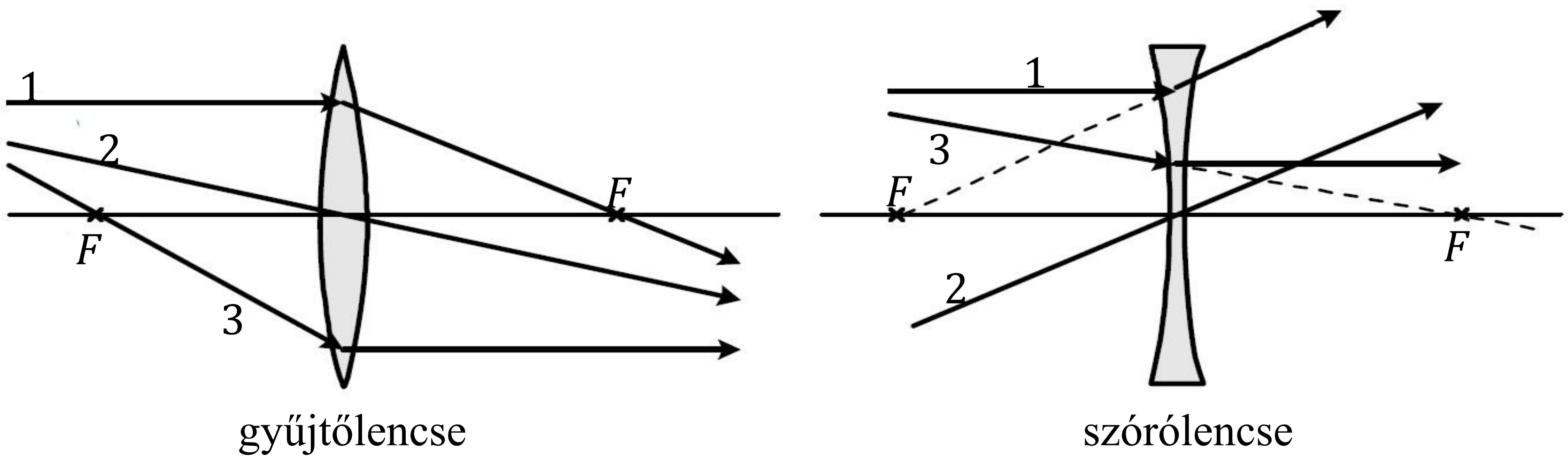




1: Az optikai tengellyel párhuzamos sugarak a fókuszon keresztül verődnek vissza. Domború tükörnél a sugaraknak a tükör mögötti meghosszabbításai mennek át a fókuszon.
2: Az optikai középpontba futó sugarak a visszaverődésük után ugyanakkora szöget zárnak be az optikai tengellyel, mint a beeséskor.
3: A fókuszponton áthaladó sugarak az optikai tengellyel párhuzamosan verődnek vissza. Domború tükörnél az olyan sugarak verődnek vissza az optikai tengellyel párhuzamosan, amelyek tükör mögötti meghosszabbításai átmennek a fókuszon.
4: A geometriai középponton átmenő sugarak önmagukban verődnek vissza. Domború tükörnél azok a sugarak verődnek önmagukban vissza, amelyeknek a tükör mögötti meghosszabbításai átmennek a geometriai középponton.

Jellegzetes fénysugarak - lencsék

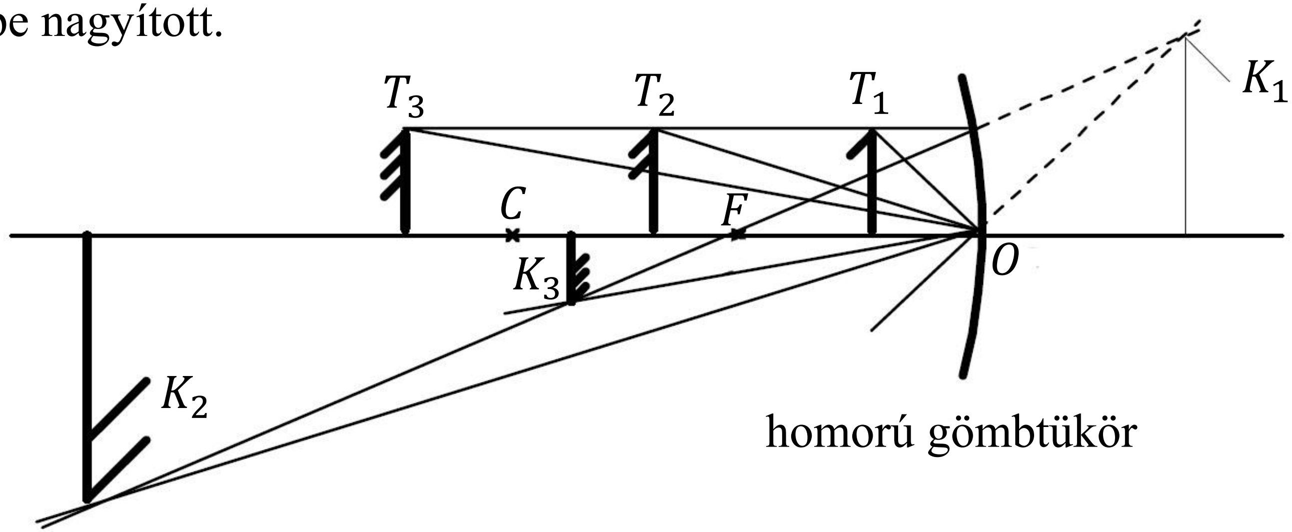
A kialakuló kép megszerkesztéséhez fel lehet használni néhány jellegzetes fénysugarat, amelyek metszéspontja megadja az adott pontszerű fényforrás képének helyét.



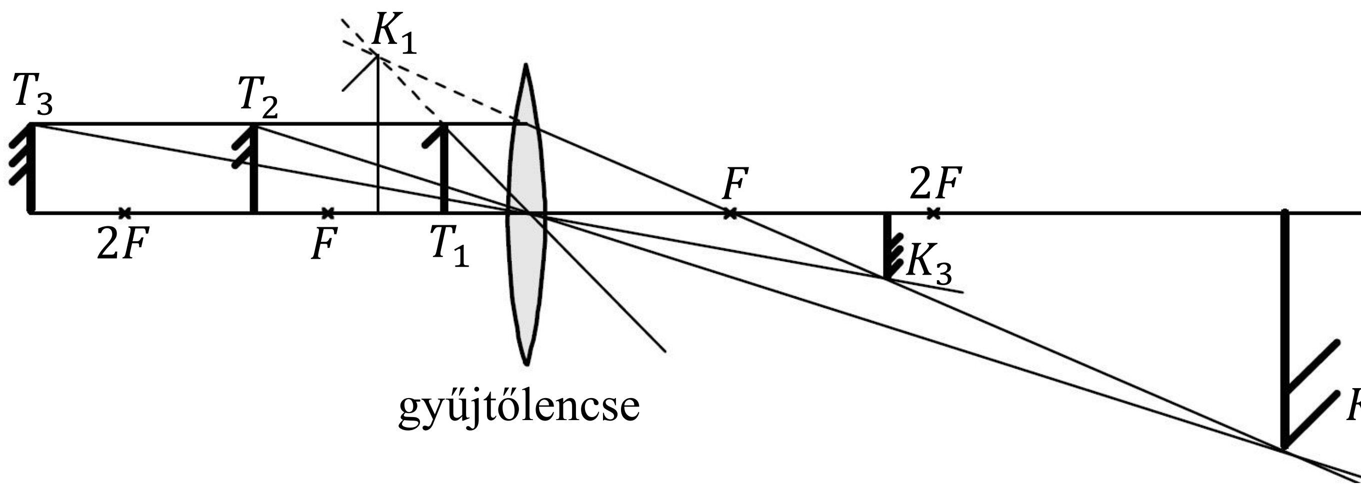
1: Az optikai tengellyel párhuzamos sugarak a fókuszon keresztül haladva törnek meg. Szórólencsénél a sugaraknak a visszafelé meghosszabbításai mennek át a fókuszon.
2: Az optikai tengelyre érkező sugarak egyenesen haladnak tovább.
3: A fókuszponton áthaladó sugarak az optikai tengellyel párhuzamosan haladnak a törés után. Szórólencsénél az olyan sugarak haladnak a törés után az optikai tengellyel párhuzamosan, amelyek meghosszabbításai mennek át a fókuszon.

Homorú gömbtükör és gyűjtőlencse képalkotása

A fókuszon kívül elhelyezett tárgyról valódi, a fókuszon belül levő tárgyról pedig virtuális kép keletkezik. A valódi kép fordított, a virtuális kép egyenes állású. A geometriai középponton, illetve a kétszeres fókusztávon kívül elhelyezett tárgy képe kicsinyített, az azon belül elhelyezett tárgy képe nagyított.



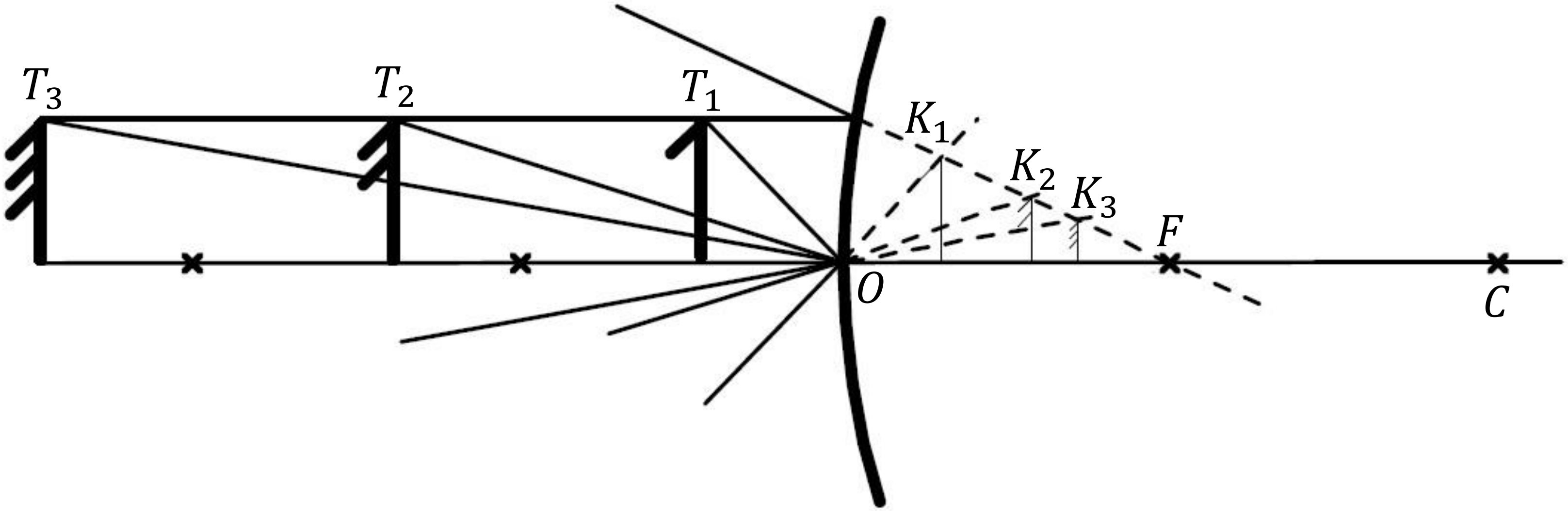
homorú gömbtükör

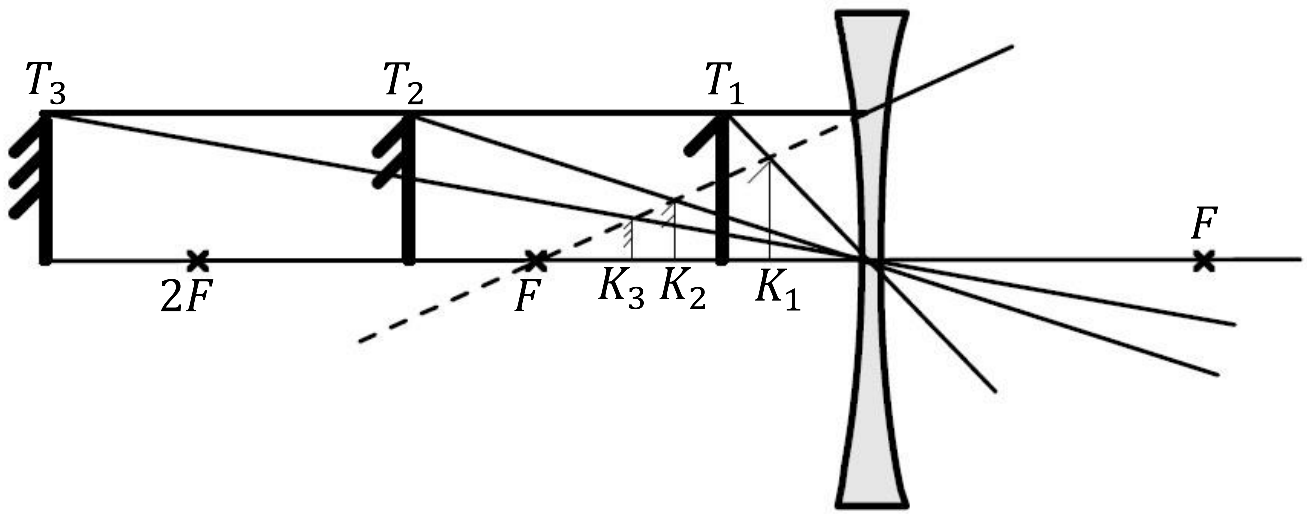


gyűjtőlencse

Domború gömbtükör és szórólencse képalkotása

A domború gömbtükör és a szórólencse minden esetben virtuális, kicsinyített és egyenes állású képet alkot.





Képalkotásra vonatkozó törvények

A kis nyílásszögű gömbtükrök és a vékony lencsék leképezési törvénye a leképező eszköztől mért tárgy- és képtávolság, valamint a fókusztávolság közötti összegfüggést adja meg:

$$\boxed{\frac{1}{t}+\frac{1}{k}=\frac{1}{f}}$$

$$\frac{1}{f}=\sum\frac{1}{f_i} \qquad D=\sum D_i$$

több lencse esetén

A nagyítás a kép és a tárgy méreteinek arányát adja meg:

$$\boxed{N=\frac{K}{T}}$$

egyenes állású képnél $N>0$, mert $K>0$
fordított állású képnél $N<0$, mert $K<0$

A hasonló háromszögek felhasználásával a nagyítás szintén kifejezhető a tárgy- és képtávolsággal:

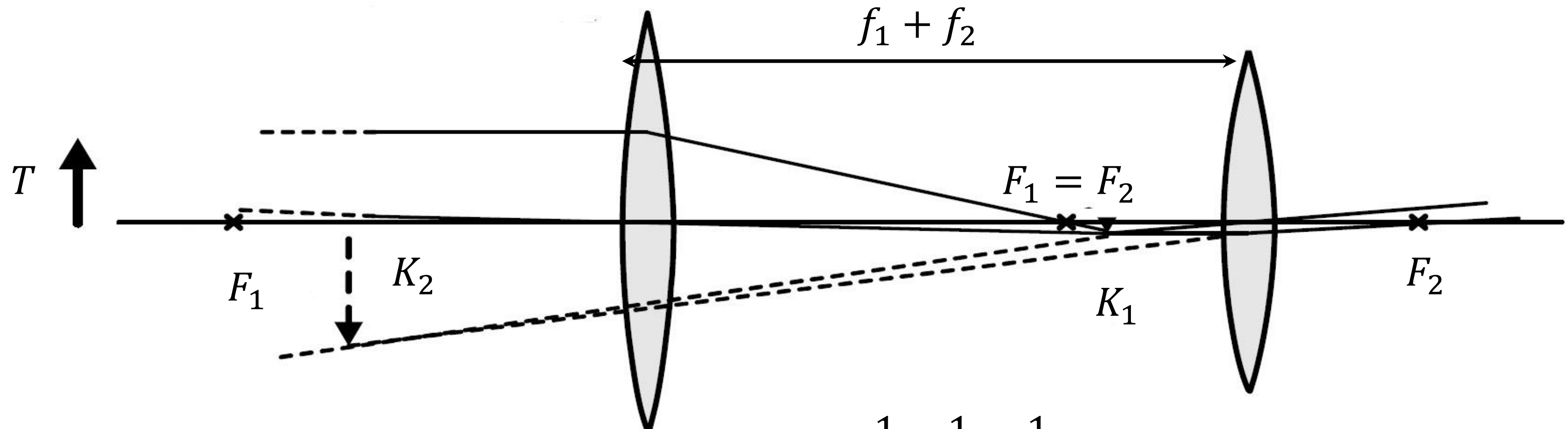
$$\boxed{N=-\frac{k}{t}}$$

<u>Előjel konvenciók:</u>

- az r és f pozitív, ha a tükör homorú és negatív, ha a tükör domború.
- a t pozitív, ha a tükörhöz vagy lencséhez érkező sugarak széttartanak (valódi tárgy) és negatív, ha összetartanak (látszólagos tárgy).
- a k pozitív, ha a kép valódi és negatív, ha a kép látszólagos.
- vékony lencséknél az r pozitív, ha a gömbfelület kívülről nézve domború és negatív, ha kívülről nézve homorú.
- síkfelület esetén a görbületi sugár végtelen.
- gyűjtőlencsék fókusztávolsága pozitív, szórólencséké negatív.

Távcső (csillagászati)

A tárgylencse fordított kicsinyített képet létesít a nagyon távoli tárgyról, a két lencse **közös fókusz**ának közelében. A szemlencse egyszerű nagyítóként erről állít elő látszólagos képet (látószög nagyítás).



$$\frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f}$$

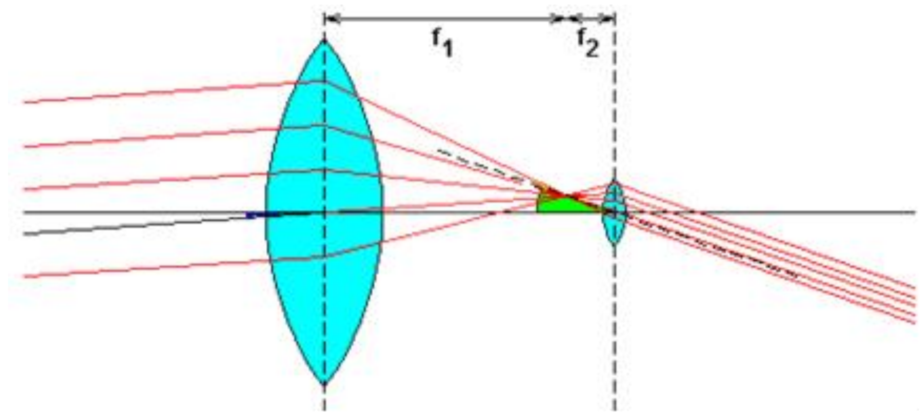
tárgylencse (objektív)

szemlencse (okulár)

$$T_2 = K_1$$

$$N = N_1 N_2 = \frac{k_1}{t_1} \cdot \frac{k_2}{t_2} = \frac{k_1}{t_1} \cdot \frac{k_2}{f_1 + f_2 - k_1}$$

Távcső/fordított távcső = nyalábszűkítő/nyalábtágító



$$N = \frac{tg\beta}{tg\alpha} = \frac{f_1}{f_2}$$

Távcső= nyalábszűkítő

a távcső megnöveli a látószöget: mintha közelebb mentünk volna
→növeli a nyaláb divergenciáját

szűkíti a fénynyalábot: a távcsőből kisebb átmérőjű nyaláb jut ki, mint ami bement

ezáltal növeli a fényerőt (csak a kis tárgyaknál)

Fordított távcső = nyalábtágító
Inverted telescope = beam expander

a fordított távcső lecsökkenti a látószöget: mintha távolabb mentünk volna
→csökkenti a nyaláb divergenciáját (azaz párhuzamosít)

tágítja a fénynyalábot: a távcsőből nagyobb átmérőjű nyaláb jut ki, mint ami bement

Erre igen sok alkalmazásban szükség lesz

Diszperzió

Egy közeg törésmutatója általában függ a rajta áthaladó fény hullámhosszától. Emiatt a különböző színű fénysugarak különböző mértékben törnek meg.

Az ilyen eszközökkel a fehér fény színeire bontható: