Az elektromágneses hullámok. Energiaviszonyok, intenzitás. Az interferencia, feltételei, példák az interferenciára, diffrakció. A polarizáció

Az elektromágneses hullámokban az elektromos és mágneses térjellemzők ($\vec{E}$ illetve $\vec{B}$)a helynek és időnek periodikus harmonikus függvényei (a tér forrásaitól távol mindig ez a helyzet). Nézzük a legegyszerűbb estben (monokromatikus síkhullám) az elektromos térerősséget ($\vec{E}$):

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cdot \cos\phi; \quad \phi = \omega\left(t - \frac{\vec{n}\cdot\vec{r}}{v}\right) \quad ,$$

ahol φ a fázis, v a fázissebesség, $\vec{n}$ a terjedési irányba mutató egységvektor, $\vec{r}$ a helyvektor.

Az elektromágneses hullámok létére először Maxwell mutatott rá: az általa felírt alapegyenlet hullámegyenletre vezetett, melynek a fenti egyenlet egy megoldása. A hullám fázissebességére:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \cdot \varepsilon}}$$

adódott, ahol μ_0 a vákuum mágneses permeabilitása, ε pedig a közeg elektromos permittivitása. Ez utóbbi a vákuum permittivitásának (ε_0) és a közeg relatív permittivitásának (ε') a szorzata: $\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon'$

Tehát a fény sebessége általánosan felírva (Maxwell-reláció):

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \cdot \varepsilon_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon'}}$$

A fény vákuumbeli sebességének meghatározása:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \cdot \varepsilon_0}} \approx \frac{1}{\sqrt{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^{9}}}} = \frac{\sqrt{9 \cdot 10^{9}}}{\sqrt{10^{-7}}} = \sqrt{9 \cdot 10^{16}} = 3 \cdot 10^{8}\ {}^{m}\!/\!_{s}$$

A fény sebessége más anyagban:

$v = c \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon'}} = \frac{c}{n}$, $n = \sqrt{\varepsilon'}$ - abszolút törésmutató

Az optikai frekvenciákon a relatív permittivitás általában sokkal kisebb, mint a statikus esetben. Általánosságban elmondható, hogy a relatív permittivitás frekvencia függő (anyagonként eltérő módon). Ez diszperziót (színszórást) eredményez, ami annyit jelent, hogy egy anyagban a különböző frekvenciájú elektromágneses hullámokra vonatkozó törésmutatók értéke más és más.

Az elektromágneses hullámokhoz kapcsolódó további alapfogalmak, alapösszefüggések

Monokromatikus hullám: olyan elektromágneses hullám, mely egyetlen frekvenciakomponenst tartalmaz.
Síkhullám: olyan elektromágneses hullám, melynek fázisfelületei síkok.
Fázisfelület: azon pontok mértani helye, ahol a fázisok megegyeznek.
Hullámhossz: két fázisfelület távolsága

Frekvencia: $f = \nu = \dfrac{\omega}{2\pi}$; $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ T - periódusidő

Hullámhossz (λ): az elektromágneses hullám térbeli periódusa

A hullámtan alapösszefüggése: $f \cdot \lambda = v$

A hullámszám vektor és nagysága: $\vec{k} = k\,\vec{n};\quad k = 2\pi / \lambda$

Elektromágneses hullám viselkedése két közeg határán:

$$f_2 = f_1$$

$$v_1 = \frac{c}{n_1} \quad ; \quad v_2 = \frac{c}{n_2}$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} = n_{12} \rightarrow az\,1.\,közeg\;2.\;közegre\,vonatkoztatott\;relatív\,törésmutatója$$

Ha a 2. közeg vákuum: $\dfrac{c}{v} = n$; $\dfrac{\lambda_0}{\lambda} = n$

Az elektromágneses hullámok transzverzális hullámok. Jellemzői:

- az elektromos és mágneses térjellemzők $(\vec{E}, \vec{B})$ merőlegesek a terjedés irányára $(\vec{n})$

  $\vec{E} \cdot \vec{n} = 0$; $\vec{B} \cdot \vec{n} = 0$

- $\vec{E}$ és $\vec{B}$ is merőleges egymásra

Kapcsolatuk a következőképpen írható fel:

$$\vec{B}_0 = \frac{\vec{n} \times \vec{E}}{\vec{v}}, \quad \left|\vec{B}_0\right| = \frac{\left|\vec{E}_0\right|}{v}$$

Energiaviszonyok, intenzitás

Elektromágneses energiasűrűség (w_e, w_m):

$$w_e = \frac{1}{2}\vec{D}\vec{E} = \frac{\varepsilon}{2}E^2 = \frac{\varepsilon}{2}v^2B^2 = \frac{\varepsilon}{2} \cdot \frac{1}{\varepsilon\mu_0}B^2 = \frac{1}{2\mu_0}B^2$$

$$w_m = \frac{1}{2}\vec{H}\vec{B} = \frac{1}{2\mu_0}B^2 = w_e$$

Elektromágneses hullámokban az elektromos és a mágneses energiasűrűség megegyezik.

Poynting-vektor **($\vec{S}$):** az elektromos energia-áramsűrűség vektora. Abszolút értéke megmutatja, hogy egységnyi idő alatt egységnyi felületen mennyi elektromágneses energia halad át.

$$\vec{S} = \vec{E} \times \tfrac{\vec{B}}{\mu_0}, \quad S = \left|\vec{S}\right| = \left|\vec{E}\right| \cdot \frac{1}{\mu_0} \cdot \left|\vec{B}\right| = \vec{E} \cdot \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{\left|\vec{E}\right|}{v} = \left|\vec{E}\right|^2 \cdot \frac{1}{\mu_0} \cdot \sqrt{\mu_0\varepsilon} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu_0}} \cdot \left|\vec{E}\right|^2$$

A Poynting-vektor időbeli átlagértéke a műszerekkel is mérhető intenzitás: $I = \overline{\vec{S}}$

Mivel $\overline{\sin^2 \omega t} = \dfrac{1}{2}$, ezért $I = \overline{\left|\vec{E}\right|^2} \cdot \sqrt{\dfrac{\varepsilon}{\mu_0}} = \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{\varepsilon}{\mu_0}}E_0{}^2$

Mértékegysége: $[S] = [I] = \dfrac{W}{m^2} = \dfrac{J}{s \cdot m^2}$

Az interferencia

Interferenciáról akkor beszélünk, ha két hullám találkozásánál az eredő intenzitás nem egyenlő a két hullám intenzitásának összegével:

$$I = I_1 + I_2 + I_{12}, \quad ahol\ I_{12} \neq 0$$

Ez azért következhet be, mert a hullámok találkozásakor az elektromos térerősségek adódnak össze (az erőterek additív volta miatt). $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$

$$I = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu_0}} \cdot \overline{\left|\vec{E}\right|^2} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu_0}} \cdot \overline{\left(\vec{E}_1 + \vec{E}_2\right)^2} = \underbrace{\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu_0}} \cdot \overline{\vec{E}_1^{\,2}}}_{I_1} + \underbrace{\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu_0}} \cdot \overline{\vec{E}_2^{\,2}}}_{I_2} + \underbrace{\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu_0}} \cdot 2 \cdot \overline{\vec{E}_1 \vec{E}_2}}_{I_{12-\text{int}\,erferenciatag}}$$

Interferencia akkor fordul elő, ha az interferencia tag (I_{12}) értéke nem zérus. Mivel $\vec{E}_1 = E_{01} \cdot \cos\varphi_1, \quad \vec{E}_2 = E_{02} \cdot \cos\varphi_2$, $\varphi_1 = \omega_1 t - k_1 x_1 + \varphi_{01}$; $\varphi_2 = \omega_2 t - k_2 x_2 + \varphi_{02}$ ezért

$$I_{12} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu_0}} \cdot 2 \cdot \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \cdot \overline{\cos\varphi_1 \cdot \cos\varphi_2}$$

Levezethető, hogy ez csak akkor lehet zérustól különböző, ha $\omega_1 = \omega_2$, ekkor:

$$I_{12} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu_0}} \cdot \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \cdot \cos\delta \text{, ahol } \delta = k_2 x_2 - k_1 x_1 + \varphi_{01} - \varphi_{02}$$

Az interferencia feltételei (koherenciafeltételek):

1) $\omega_1 = \omega_2$, azaz a két hullám frekvenciája azonos

2) $\vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \neq 0$, azaz a két hullám térerősség-vektora nem merőleges egymásra

A fényre vonatkozó további interferencia-feltételek:

3) Biztosítani kell, hogy a hullámvonulatok kezdőfázis-különbségei időben állandók legyenek. Ez úgy érhető el, hogy egy hullámot bontunk két részre, majd újra egyesítjük. Más módszerrel természetes fény nem interferál. Hasonlóképpen két különböző fényforrásból származó fény sem interferálhat egymással.

4) A két úton haladó fényhullám útkülönbsége nem lehet túl nagy:

$\Delta s < \sigma_k$

$\Delta s = n_2 l_2 - n_1 l_1$

Δs - optikai útkülönbség

n_1, n_2 - törésmutatók

l_1, l_2 - megtett geometriai út

σ_k - koherenciahossz (természetes fényre: $\sigma_k \approx 10^{-3} ... 10^{-4} m$)

Erősítő és gyengítő interferencia

Az interferencia révén kialakult hatás lehet erősítő ill. gyengítő jellegű (konstruktív/destruktív jellegű interferencia). Erősítés abban az esetben lép fel, ha az interferenciatag értéke nagyobb, mint zérus ($\cos\delta > 0$). Gyengítés pedig akkor, ha az interferenciatag értéke zérustól kisebb ($\cos\delta < 0$). A legnagyobb erősítés akkor lép fel, amikor $\cos\delta = 1$; ekkor az eredő intenzitás a két hullám intenzitás-összegének kétszerese. A legnagyobb gyengítés pedig $\cos\delta = -1$ esetén van. Kioltásról akkor beszélünk, amikor két egyforma erősségű hullám találkozik, és fennállnak a legnagyobb gyengítés feltételei.

A fenti jelenségek a hullámhossz segítségével is megfogalmazhatók:

$$\delta = k_2 x_2 - k_1 x_1 + \delta_{01} - \delta_{02}$$

Ha $\delta_{01} = \delta_{02}$ és $k_1 = k_2$, akkor: $\delta = k \cdot \Delta x = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta x$

Maximális erősítés: a hullámhossz egész számú többszöröseivel megegyező útkülönbség esetén fordul elő

$2m\pi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta x \rightarrow \Delta x = \lambda \cdot m$ m – egész szám

Maximális gyengítés: a hullámhossz felének páratlan számú többszöröseivel megegyező úthossz esetén fordul elő

$$(2m+1)\pi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta x \rightarrow \Delta x = \lambda \cdot \frac{2m+1}{2} = \lambda \cdot \left(m + \frac{1}{2}\right)$$

Példák az interferencia jelenségére:

- optikai rács (CD lemez, hologram)
- vékonyréteg-interferencia (vízen úszó olajfolt, szappanbuborék)
- állóhullám: a visszavert és a beeső fény interferenciája (az amplitúdó helyfüggő)

Polarizáció:

Három típusa létezik:

a) Elliptikusan poláros fény: a térerősség-vektor végpontjának vetülete egy ellipszist ír le. Ez az általános eset, a természetes fény polarizációja is ilyen.
b) Cirkulárisan poláros fény: a térerősség-vektor végpontjának vetülete egy kört ír le
c) Lineárisan (síkban) poláros fény: a térerősség-vektor végpontjának vetülete egy egyenes mentén mozog (a rezgés síkja állandó)