

# Biofizika és egészségügyi műszaki alapismeretek (GEFIT307B)

2022/2023. tanév, II. félév

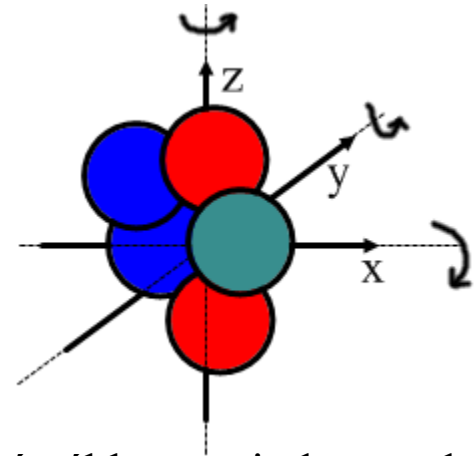
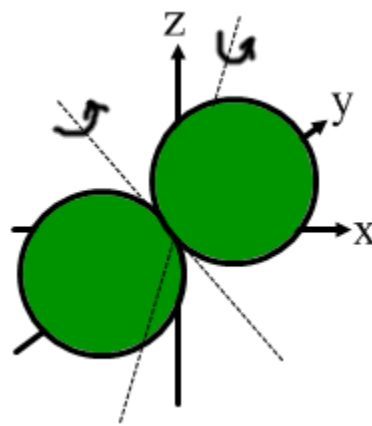
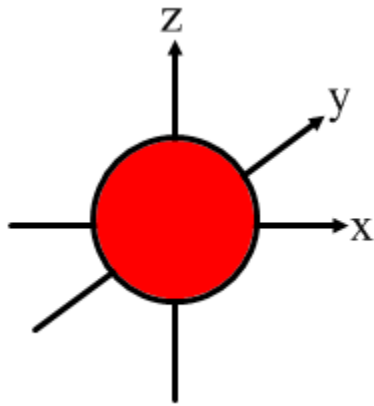
6. előadás

# Kinetikus gázelmélet (ideális gázok)

# Ekvipartíció tétele

**Kinetikus gázelmélet:** Az ideális gáz nagyszámú, kisméretű részecskéből áll, amelyek időnként egymással és az edény falával ütköznek, de ezt leszámítva más kölcsönhatás nem lép fel közöttük. A részecskék mérete elhanyagolható a rendelkezésre álló térfogathoz képest.

**Szabadsági fokok száma:** ( $f$ ) – Az egymástól független energiatárolási módok.  
pl. mozgás  $x$  irányban,  $y$  irányban,  $z$  irányban (egyatomos gáz esetén) –  $f = 3$  (1 részecskére!)  
kétatomos molekulák a hossz tengelyükre merőleges két tengely körül foroghatnak –  $f = 5$   
sokatomos molekulák három egymásra merőleges tengely körül foroghatnak –  $f = 6$



**Ekvipartíció tétele:** Egyensúlyi rendszerben, egy adott hőmérsékleten minden rendelkezésre álló szabadsági fokra időátlagban jutó energia megegyezik.

Egy részecske egy szabadsági fokára:  $E = \frac{1}{2}kT$   $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K (Boltzmann-állandó)

# Ideális gáz belső energiája

Ha az egy szabadsági fokra jutó energia  $E$ , akkor egy részecskére  $f \cdot E$  energia jut.

Ha a rendszer  $N$  db részecskéből áll:  $E_b = \frac{f}{2} NkT = \frac{f}{2} nRT$  ahol  $n = N/A$  és  $R = kA$

$n$ : a mólok száma  $A$ : az Avogadro-szám  $R = 8,31 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$  az egyetemes gázállandó.

A belső energia tehát csak a hőmérséklettől függ (adott mennyiségű gáz esetén).

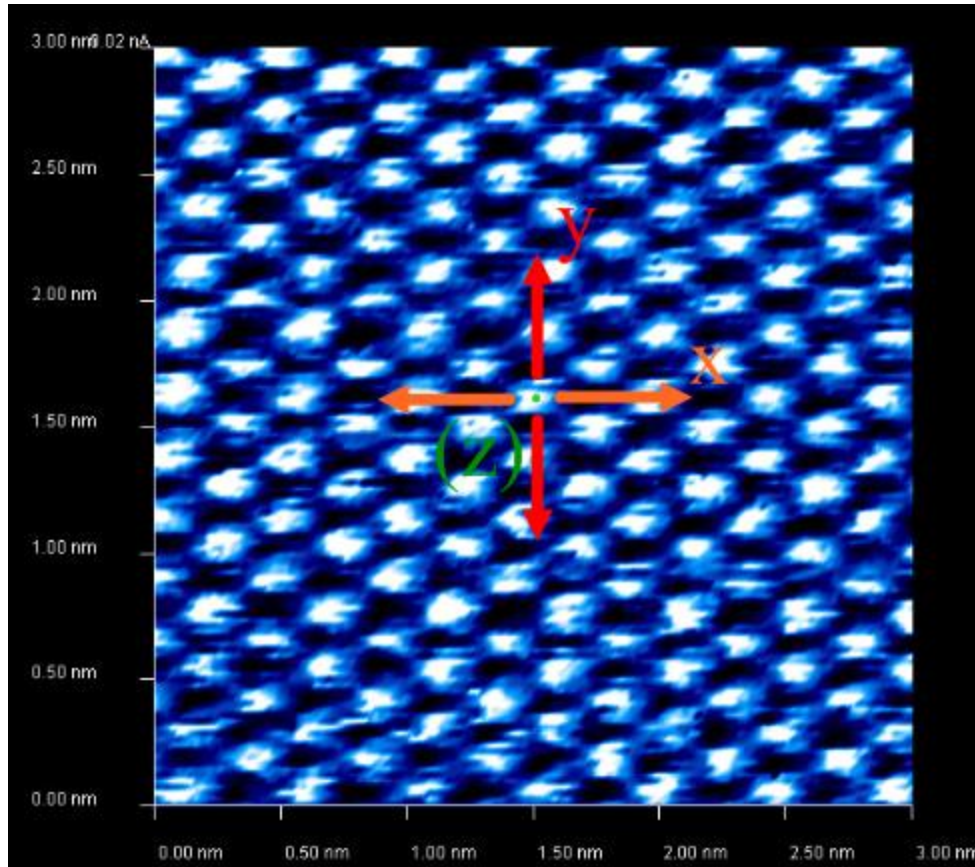
Annak a testnek magasabb a hőmérséklete, ahol az egy szabadsági fokra jutó energia több.

A belső energia megváltozása tehát:  $\Delta E_b = \frac{f}{2} Nk\Delta T = \frac{f}{2} nR\Delta T$

Egyatomos gáz esetén a 3 független energia tag:  $\frac{1}{2}mv_x^2, \frac{1}{2}mv_y^2, \frac{1}{2}mv_z^2$

# Dulong-Petit szabály

Szilárd testekben az atomok rezgéseket végeznek három egymásra merőleges ( $x, y, z$ ) irányban. Minden irányhoz tartozik egy kinetikus és egy potenciális energia tag.



*szén atomok pásztázó alagútmikroszkópos képe (3 nm × 3 nm) grafitban*

Minden atomra:  $f = 6$   
szabadsági fok.

Szilárd test belső energiája:

$$E_b = \frac{f}{2} NkT = 3NkT = 3nRT$$

Mivel  $V = \text{áll}$ ,  $W = 0$ ,  
a hőtan első főtétele alapján:

$$\Delta E_b = Q + W = Q$$

$$Q = 3nR\Delta T = c_M n\Delta T$$

**Dulong-Petit szabály:**

a szilárd test mólhője:

$$c_M = 3R$$

# Ideális gázok állapotegyenlete

**Állapotegyenlet:** Ideális gáz minden állapotában, az állapothatározók között érvényes a következő összefüggés:

$$pV = NkT \quad \text{vagy} \quad pV = nRT$$

Ennek felhasználásával a belső energia:  $E_b = \frac{f}{2} NkT = \frac{f}{2} nRT = \frac{f}{2} pV$

Abban az esetben, ha a gáz mennyisége állandó ( $N =$  állandó, vagy  $n =$  állandó), az állapotegyenletből megkapjuk az **egyesített gáztörvényt**.

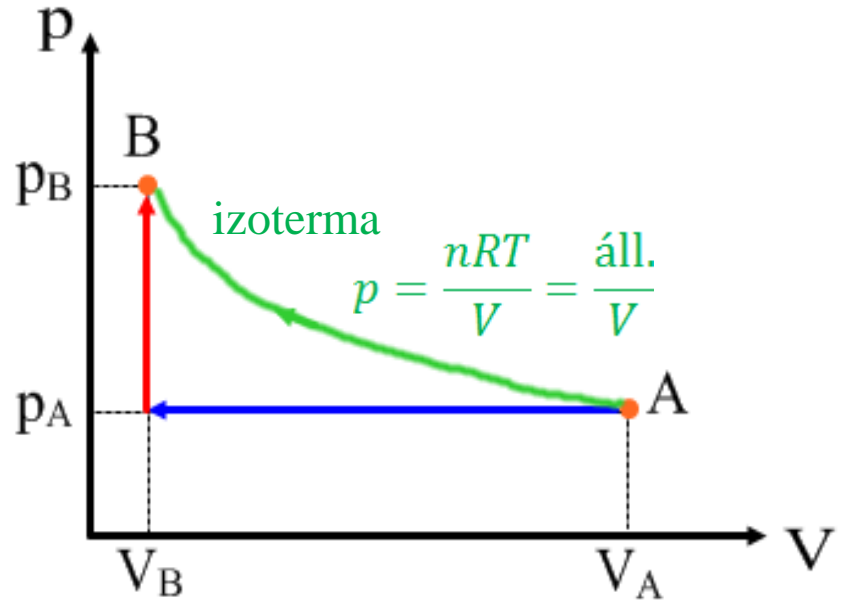
$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

# Ideális gázok speciális állapotváltozásai

- **izobár**: a nyomás állandó ( $pV = nRT$ )  
 $V/T = \text{áll.}$   $W = -p\Delta V = -nR\Delta T$   
(Gay-Lussac 1. törvénye)

- **izochor**: a térfogat állandó ( $pV = nRT$ )  
 $p/T = \text{áll.}$   $W = 0$   
(Gay-Lussac 2. törvénye)

- **izoterm**: a hőmérséklet állandó ( $pV = nRT$ )  
 $pV = \text{áll.}$   
(Boyle-Mariotte törvény)



A végzett munka (a zöld görbe alatti terület) csak felsőbb matematika segítségével számolható ki

$$\delta W = -pdV$$

$$W = p_1 V_1 \ln(V_1/V_2)$$

- **adiabatikus**: a közölt hő nulla  $Q = 0$  (később...)

## Izobár és izochor mólhő

A belső energia megváltozása izochor folyamat esetén ( $V = \text{állandó}$ , így  $W = 0$ ):

$$\Delta E_b = \frac{f}{2} nR\Delta T = Q \quad \text{izochor mólhő: } c_{MV} = \frac{f}{2} R$$

A belső energia megváltozása izobár folyamat esetén:

$$\Delta E_b = \frac{f}{2} nR\Delta T = Q + W = Q - p\Delta V = Q - nR\Delta T$$

$$\frac{f}{2} nR\Delta T + nR\Delta T = Q$$

$$Q = \left(\frac{f}{2} + 1\right) nR\Delta T \quad \text{izobár mólhő: } c_{Mp} = \left(\frac{f}{2} + 1\right) R$$

A két mólhő hányadosa (fajhők hányadosa) az **adiabatikus kitevő**:

$$\kappa = \frac{c_{Mp}}{c_{MV}} = \frac{c_p}{c_v} = \frac{\frac{f}{2} + 1}{\frac{f}{2}} = \frac{f + 2}{f} \quad \kappa = \frac{5}{3}, \frac{7}{5}, \frac{4}{3}$$



# Adiabatikus állapotváltozás

A folyamat során a hőátadás nulla:  $Q = 0 \rightarrow \Delta E_b = W$

Gyors folyamatok során nincs idő a hőcserére, ezért azok gyakran adiabatikusak

A belső energia megváltozása:

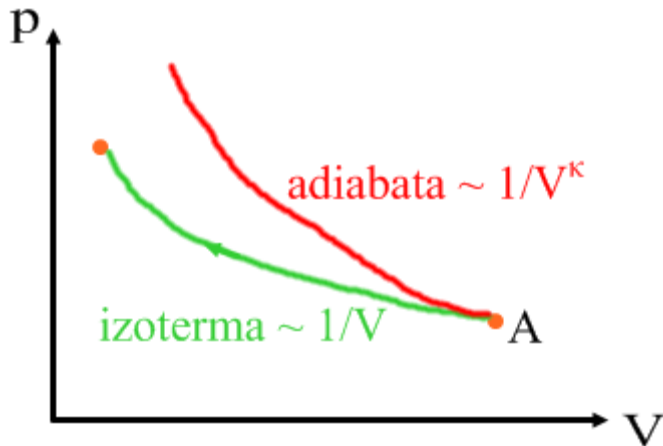
$$dE_b = dW \rightarrow \frac{f}{2}nRdT = -pdV$$

Ebből levezethető a

**Poisson-egyenlet:**

$$p_1 V_1^\kappa = p_2 V_2^\kappa$$

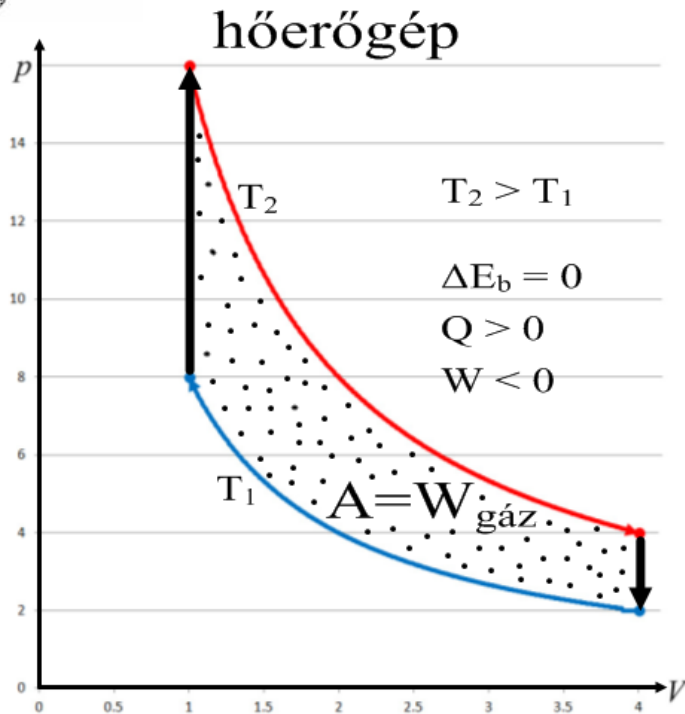
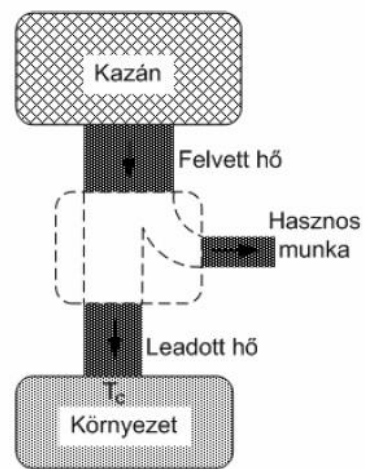
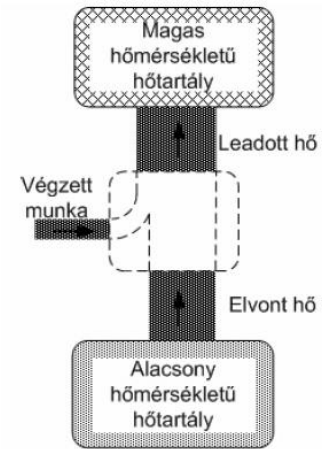
Tehát a p-V diagramon az adiabata (az adiabatikus folyamatot leíró görbe) meredekebb



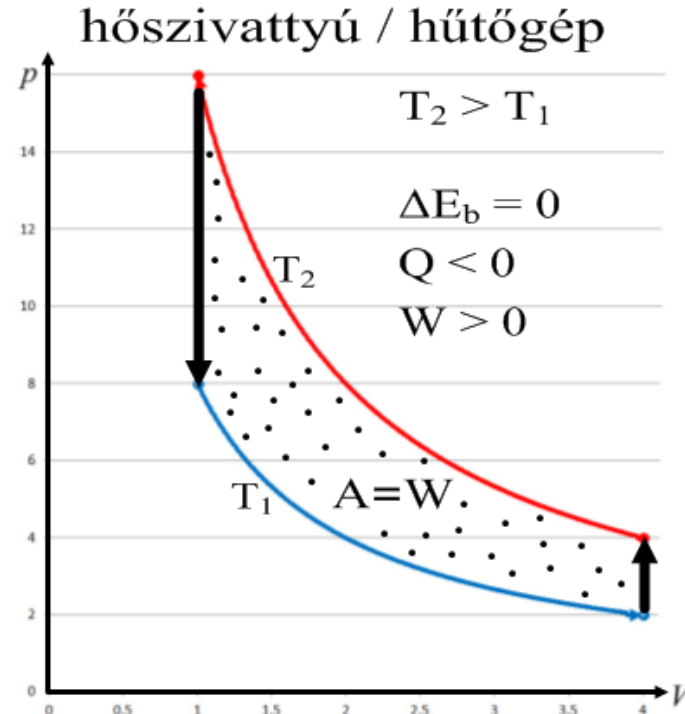
# Hőerőgépek, hűtőgépek, hőszivattyúk

Hőtan első főtétele:  $\Delta E_b = Q + W$

Körfolyamatra a belső energia teljes változása nulla.



Akkor jó a hatásfok, ha nagy a hőmérséklet különbség (nagy a pöttyös terület)



Akkor nagy a jósági tényező, ha kicsi a hőmérséklet különbség (kicsi a pöttyös terület)

Amiről eddig még nem beszéltünk: **a hőtán II. főtétele**

Emlék: a hőtán I. főtétele

Egy termodinamikai rendszer belső energiája a környezettől felvett hőmennyiség és a környezet által végzett munka összegével változik.

$$dE = \delta Q + \delta W, \quad \Delta E = Q + W$$

A rendszer és a környezet energiájának összege állandó.

Elsőfajú perpetuum mobile nem létezik (nincs olyan gép, amely megsértené az energia megmaradásának tételét).

***DE: az energetikailag lehetséges folyamatok közül nem valósul meg mindegyik. A folyamatok többsége például visszafelé nem megy magától. A II. főtétele ebben a kérdésben ad útmutatást.***

A hőtán II. főtételenek Clausius-féle megfogalmazása:

Hő önként csak melegebb helyről hidegebbe megy át, azaz a természetben a hőmérséklet különbségek kiegyenlítődni igyekeznek.

## A hőtan II. főtételének Thomson-féle megfogalmazása:

Nincs a természetben olyan folyamat, melynek összes hatása csupán az volna, hogy egy hőtartály hőt veszítsen és helyette vele egyenértékű munka keletkezzék (nincs olyan periodikusan működő gép, amely egyetlen hőtartály lehűlése árán munkát végezne).

A második főtétel csak az entrópia segítségével írható fel matematikai alakban (az entrópia a hőtan egyik legfontosabb extenzív mennyisége, bár a diákok nem szokták szeretni).

### **Az entrópia fogalma:**

Reverzibilis körfolyamatokban az elemi redukált hő összege nulla.

$$\sum \frac{\delta Q}{T} = 0$$

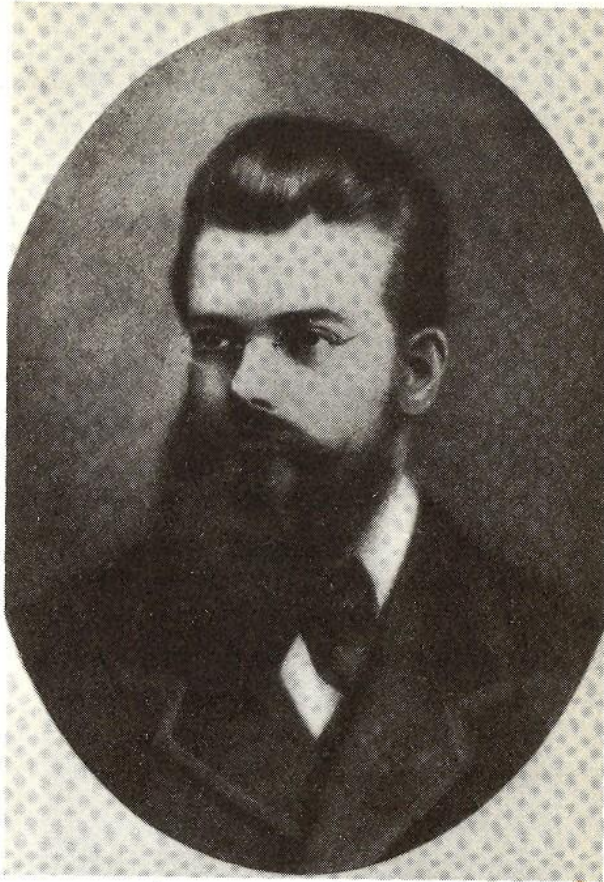
Ezekben a folyamatokban tehát az elemi redukált hővel egyenlő entrópia változás nulla, azaz az entrópia megmaradó mennyiség.

$$dS = \frac{\delta Q}{T}$$

Az entrópia jelentése a fenomenológikus elméletben bonyolultnak tűnik, statisztikus jelentése viszont jól megérthető:

$$S = k \cdot \ln w$$

ahol  $w$  az adott makroállapotot megvalósító mikroeloszlások száma



4.5 – 19 ábra

LUDWIG BOLTZMANN (1844 – 1906) Bécsben tanult, *J. Stefan* asszisztense volt. Először Grazban, majd Bécsben, illetőleg Münchenben és Lipcsében tanított elméleti fizikát. Kiváló kísérletező is volt: ő igazolta a Maxwell-féle elektromágneses fényelmélet által megkövetelt  $n^2 = \epsilon_r \mu_r$  kapcsolatot két esetére. Fő eredményei: az entrópia és a termodinamikai valószínűség kapcsolata, a Maxwell – Boltzmann-eloszlásfüggvény és a feketesugárzásra vonatkozó Stefan – Boltzmann-törvény elméleti megalapozása.

A hőtan II. főtételének egzakt megfogalmazása:

$$dS \geq 0$$

Termikusan zárt rendszerben csak olyan folyamatok játszódhatnak le, amelyekben a rendszer entrópiája vagy növekszik, vagy állandó marad.

A második főtétel statisztikus jelentése: egy rendszer azért közeledik a termodinamikai egyensúlyi állapot (tökéletesen egyenletes energiaeoszlás) felé, mert az egyensúly egy anyagi rendszer mindenképpen legvalószínűbb állapota.