

# Biofizika és egészségügyi műszaki alapismeretek (GEFIT307B)

2022/2023. tanév, II. félév

5. előadás

# Folyadékok és gázok mechanikája

# Hidrosztatikai nyomás

A folyadékok és gázok közös tulajdonsága, hogy alakjukat szabadon változtatják.

**Hidrosztatika**: nyugvó folyadékok mechanikája

**Nyomás**: Egy pontban a nyomás a pontot körülvevő (végtelen) kicsiny felületre ható erő felületre merőleges komponense, osztva a felület nagyságával. Skalár mennyiség.

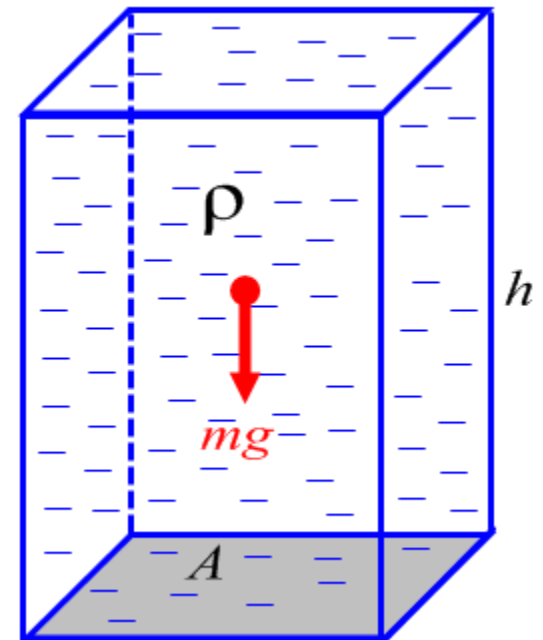
$$p = \lim_{A \rightarrow 0} \frac{F_{\perp}(A)}{A}$$

$$\text{Mértékegysége: } [p] = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \text{Pa (Pascal)}$$

A **hidrosztatikai nyomás** a folyadék ( $h$  magasságú oszlop) súlyereje által okozott nyomás (egyenletesen oszlik el):

$$p = \frac{F_{\perp}(A)}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{V\rho g}{A} = \frac{Ah\rho g}{A} = h\rho g \quad \rho: \text{sűrűség}$$

Mivel a folyadék alakja szabadon változhat, adott mélységben a nyugvó folyadék nyomása nem függ a felület irányításától, a kifejtett erő pedig mindig merőleges a felvett felületre.



# Felhajtóerő

A **felhajtó erő** a folyadék által a test teljes felületére kifejtett eredő erő.

A téglatest alakú test lapjaira:

- elülső és hátulsó eredője nulla
- bal oldali és jobb oldali eredője nulla
- alsó és felső eredője...

$$\begin{aligned} F_f &= F_{fel} - F_{le} = p(h + c)A - p(h)A = \\ &= \rho_f g(h + c)A - \rho_f ghA = \rho_f gcA = \\ &= \rho_f Vg = m_f g \end{aligned}$$

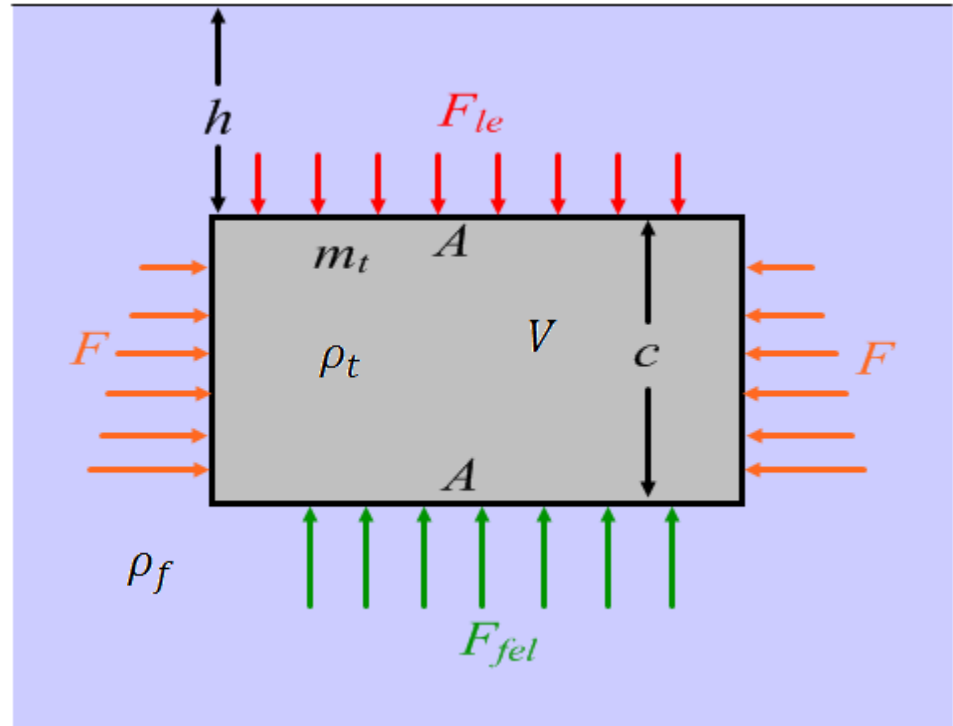
$V$  a test által kiszorított folyadék térfogata, aminek tömege  $m_f$

Tehát a felhajtó erő nagysága egyenlő a kiszorított folyadék súlyával.

Ez más alakú testekre is igaz.

A kiszorított folyadék térfogatát a test bemerülő részének térfogata adja meg.

**Archimédész törvénye: Minden folyadékba mártott testre felhajtóerő hat, amely egyenlő a kiszorított folyadék súlyával.**



- Ha a test sűrűsége nagyobb mint a folyadéké, akkor elmerül, mert a felhajtóerő kisebb mint a test súlya.
- Ha a folyadék sűrűsége nagyobb, akkor a test egy része nem merül el, vagyis a test úszik.

# Felhajtó erő - elmerülés

Amennyiben a test sűrűsége nagyobb mint a folyadéké:  $\rho_t > \rho_f$   
A test teljes térfogata a víz alá merül.

A felhajtó erő nagysága:  $F_f = V\rho_f g$

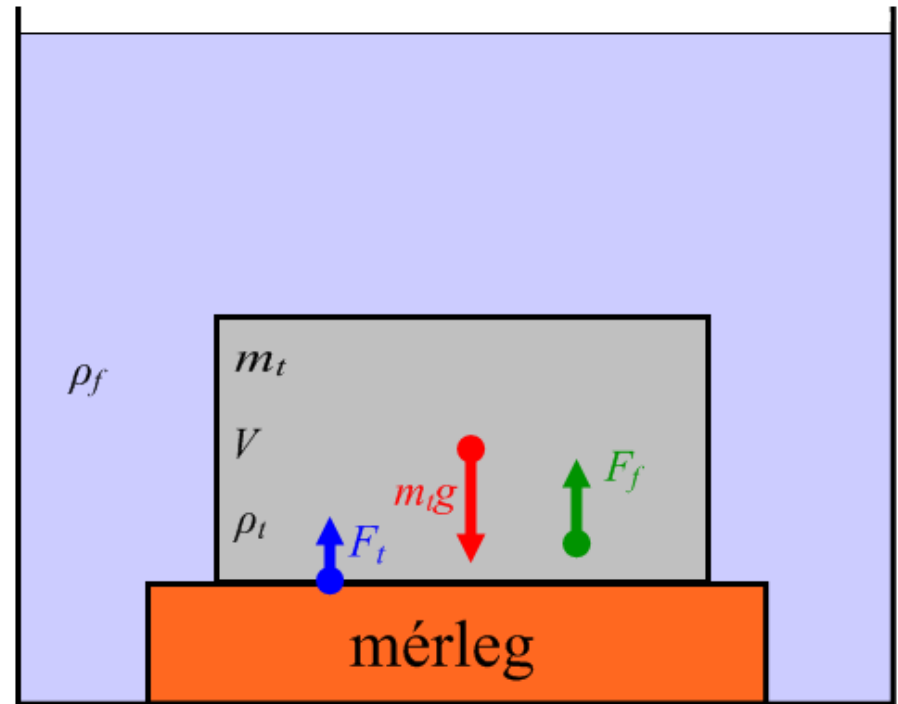
A test egyensúlyához egy tartó erő is szükséges, pl. egy mérleg a folyadék alján.

A test egyensúlyának feltétele:  $F_e = 0$

$$F_f + F_t - m_t g = 0$$
$$V\rho_f g + F_t - V\rho_t g = 0$$

A szükséges tartó erő tehát (látszólagos súly):

$$F_t = Vg(\rho_t - \rho_f)$$



Abban az esetben amikor a test és a folyadék sűrűsége megegyezik, a tartó erő nulla.  
Egy tetszőleges mélységbe helyezett test ekkor nyugalomban van, hiszen  $F_{fel} = m_t g$

# Felhajtó erő - úszás

Amennyiben a test sűrűsége kisebb mint a folyadéké:  $\rho_t < \rho_f$

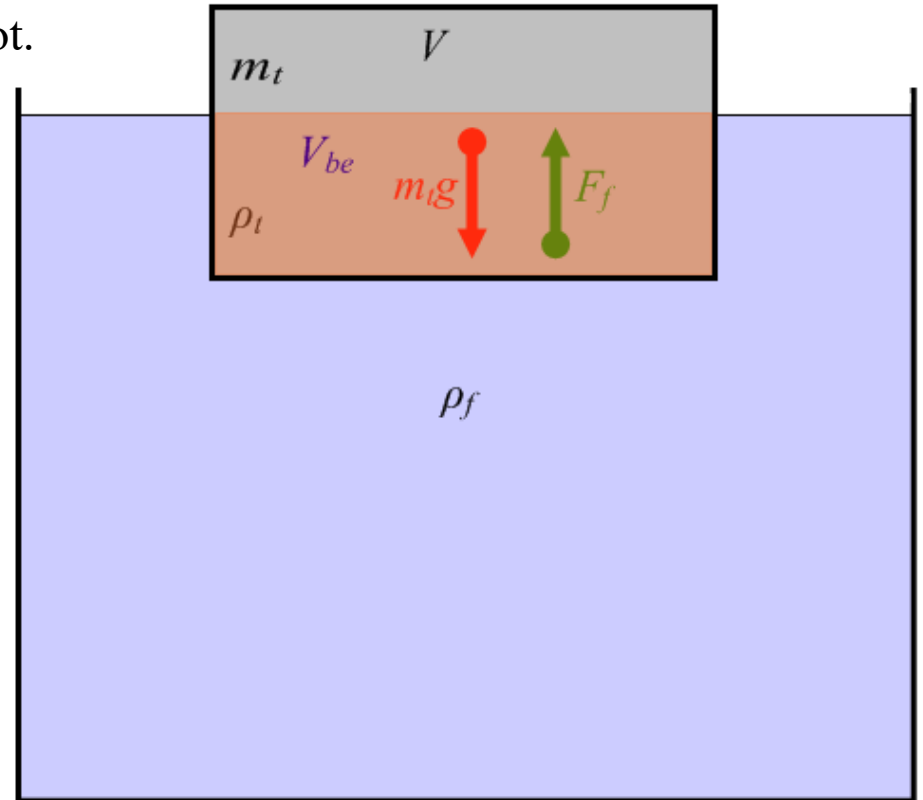
A test egy része nem merül el.

Csak a bemerült rész ( $V_{be}$ ) szorít ki folyadékot.

A felhajtó erő nagysága tehát:  $F_f = V_{be}\rho_f g$

A test egyensúlyának feltétele:  $F_e = 0$

$$\begin{aligned}F_f - m_t g &= 0 \\V_{be}\rho_f g &= V\rho_t g \\ \frac{V_{be}}{V} &= \frac{\rho_t}{\rho_f}\end{aligned}$$



A test bemerülő részének térfogata úgy aránylik annak teljes térfogatához, mint a sűrűsége a folyadék sűrűségéhez.

## Felhajtó erő – Példa (83.)

Egy téglatest alakú fadarab méretei:  $50\text{cm} \times 40\text{cm} \times 10\text{cm}$ , sűrűsége  $600\text{kg/m}^3$ .

Milyen mélyre fog (a vízben legnagyobb lapjával úszó) fadarab a vízbe merülni, ha egy  $4\text{kg}$ -os testet teszünk rá?

$$h = 10\text{cm} = 0,1\text{m}$$

$$A = 0,5\text{m} \cdot 0,4\text{m} = 0,2\text{m}^2$$

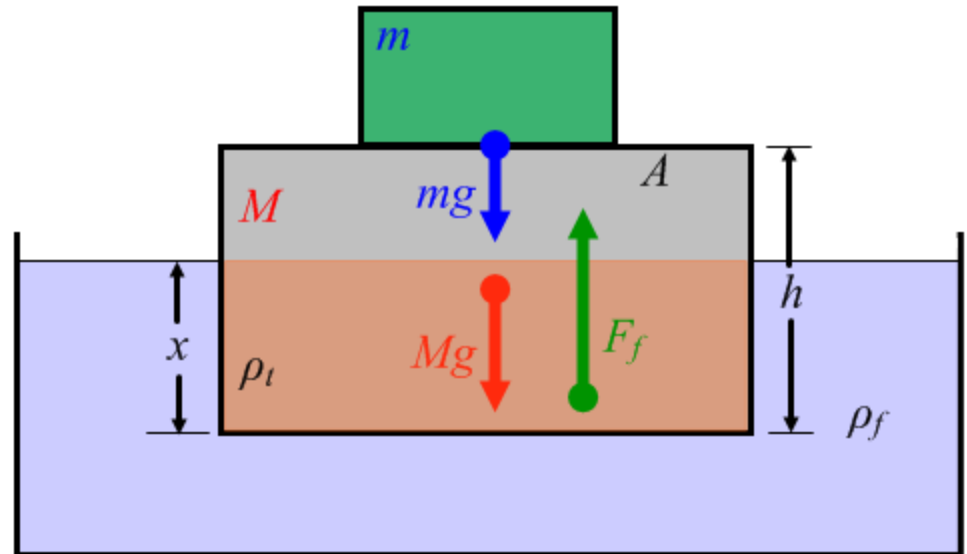
$$\text{A felhajtó erő nagysága: } F_f = V_{be} \rho_f g = x A \rho_f g$$

A test egyensúlyának feltétele:  $F_e = 0$

$$F_f = Mg + mg$$

$$x A \rho_f g = h A \rho_t g + mg$$

$$x = \frac{h A \rho_t + m}{A \rho_f} = \dots = 8\text{cm}$$





# Felületi feszültség

Mosószeres vízbe mártott drótkeret oldalaira a kifeszült hártya összehúzó erőt fejt ki.  
Az alsó  $d$  hosszúságú oldalra:

$$F = 2\alpha d \quad \text{ahol } \alpha \text{ a felületi feszültség.}$$

A kettes szorzó az elülső és hátszó felületek miatt van (2 felület).

Ha az alsó oldal egy mozgatható rúd, amely  $s$  távolságot mozdul felfelé, a felület megváltozása:

$$\Delta A = -2d \cdot s \quad (2 \text{ oldal továbbra is})$$

A szappanhártya erejének munkája pedig:

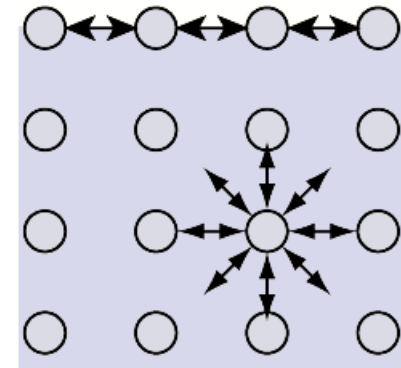
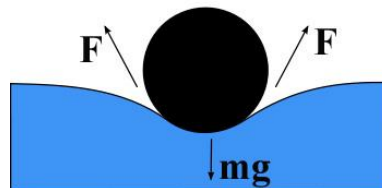
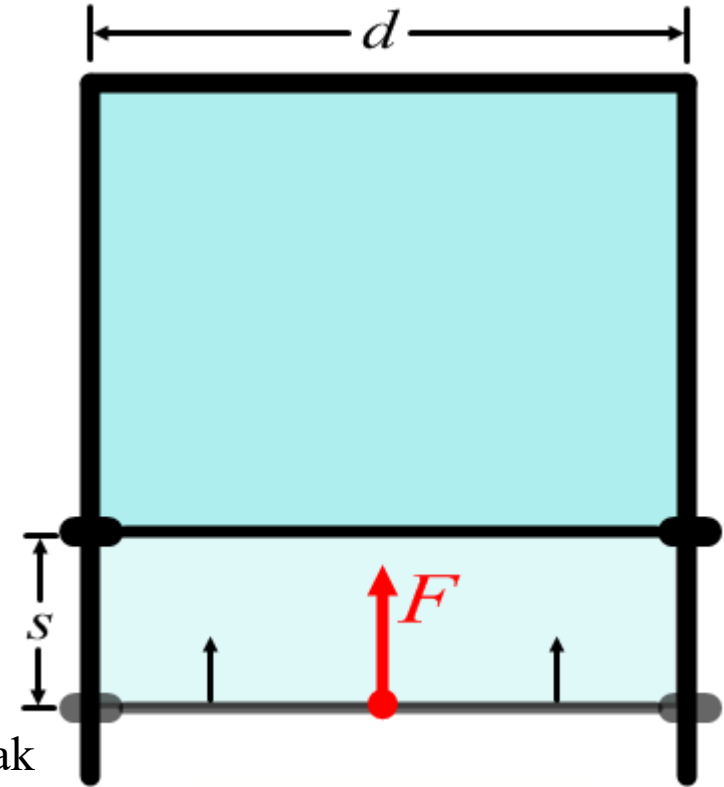
$$W = Fs = 2\alpha d \cdot s = -\alpha \Delta A$$

Mivel a munka a felületváltozással arányos, a folyadéknak a felületével arányos energiája van:

$$E = \alpha A$$

Ennek oka a molekulák közötti vonzó kölcsönhatásban rejlik.

A felületet igyekszik a folyadék minimalizálni: csepp alakja



# **Termodinamika**

(Hötan)

# Termodinamika

A **hőtan** nagyszámú részecskéből (pl. gázmolekulából) álló makroszkópikus rendszerekkel foglalkozik. A nagy számok miatt érdemes a **mólt** bevezetni, ami egy **Avogadro-számnyi** ( $6,022 \cdot 10^{23}$  db) részecskét jelent (12-es tömegszámú szénatomok száma 12 gramm szénben).

A végbemenő folyamatok **kvázisztatikusak**, a rendszert leíró mennyiségek a folyamat során minden pillanatban ki vannak egyenlítődvé (**egyensúlyi** állapotokon keresztüli „lassú” változás).

A rendszert leíró makroszkópiusan mérhető mennyiségek az **állapothatározók**.

**Extenzív állapotahatározók:** a rendszer egészére jellemzők, és több rendszer egyesítésekor ezek összeadódnak (pl. térfogat, részecskeszám, tömeg, energia).

**Intenzív állapotahatározók:** pontról pontra mérhetőek, több rendszer egyesítésekor ezek kiegyenlítődesre törekednek (pl. nyomás, hőmérséklet, sűrűség, energiasűrűség).

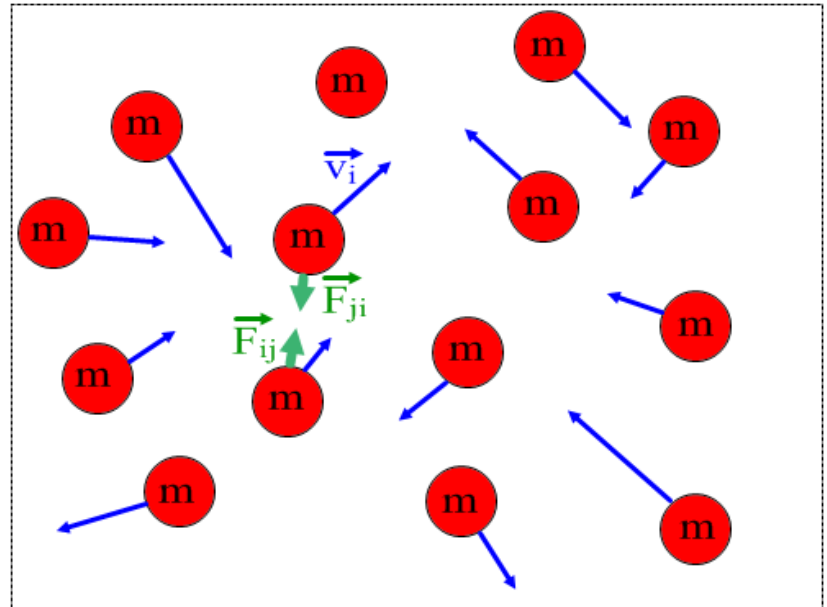
**Fenomenologikus elmélet:** leírás csak az állapotahatározókon keresztül.

**Statisztikus elmélet:** a nagyszámú részecskére statisztikai törvényszerűségek alkalmazása.

# Belső energia

A rendszer **belső energiája** a részecskék egymáshoz (rendszer tömegközéppontjához) képesti rendezetlen mozgásából származó **kinetikus energia** és a részecskék közötti kölcsönhatásokhoz tartozó **potenciális energia**.

$$N \text{ db részecskére: } E_b = \sum_{i=1}^N E_{Ki} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N E_{Pij}$$



Bizonyos esetekben a részecskék közötti kölcsönhatások (rugalmas ütközéseket leszámítva) elhanyagolhatók (ideális gázok), ekkor a második tag nulla.

Magasabb hőmérsékleten a belső energia nagyobb.

Rendezett mozgás mechanikai energiája disszipáció során (pl. súrlódás, közegellenállás) belső energiává alakulhat, növelve a test hőmérsékletét

# Térfogati munka

A **térfogati munka** a környezet által a gázon (rendszeren) végzett munka, miközben annak térfogata változik.

Egy könnyen mozgó dugattyún végzett elemi munka a környezet által, miközben azt  $dx$  távolsággal beljebb nyomja:  $\delta W$

A szükséges erő  $p$  nyomású gáz esetén:  $F = pA$ .

Tehát az elemi munkára:  $\delta W = pAdx$

Mivel  $A dx = -dV$

$$\delta W = -pdV$$

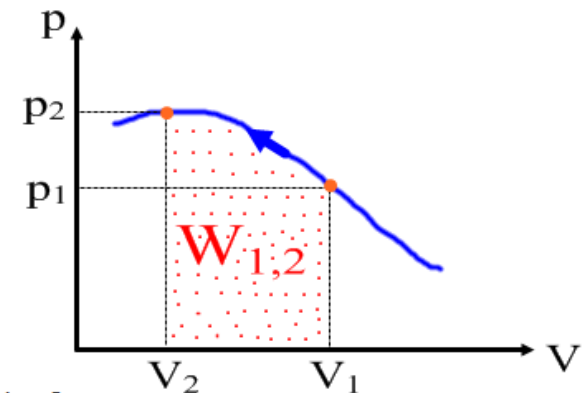
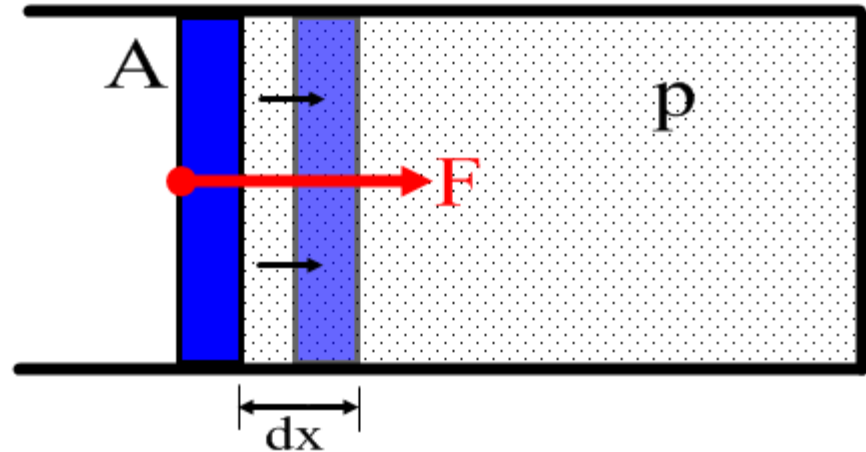
Eközben a gáz által végzett munka negatív, mert a gáz kifelé nyomja a dugattyút (az erő ellentétes az elmozdulás irányával):  $\delta W^* = -\delta W$

Tágulás esetén viszont:  $\delta W < 0$  és  $\delta W^* > 0$

Egy véges térfogatváltozás esetén a

nyomás általában változik, ezért integrálni kell:

A munka kiszámolható a  $p$ - $V$  diagrammon a görbe alatti terület segítségével.



$$W_{1,2} = - \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV$$

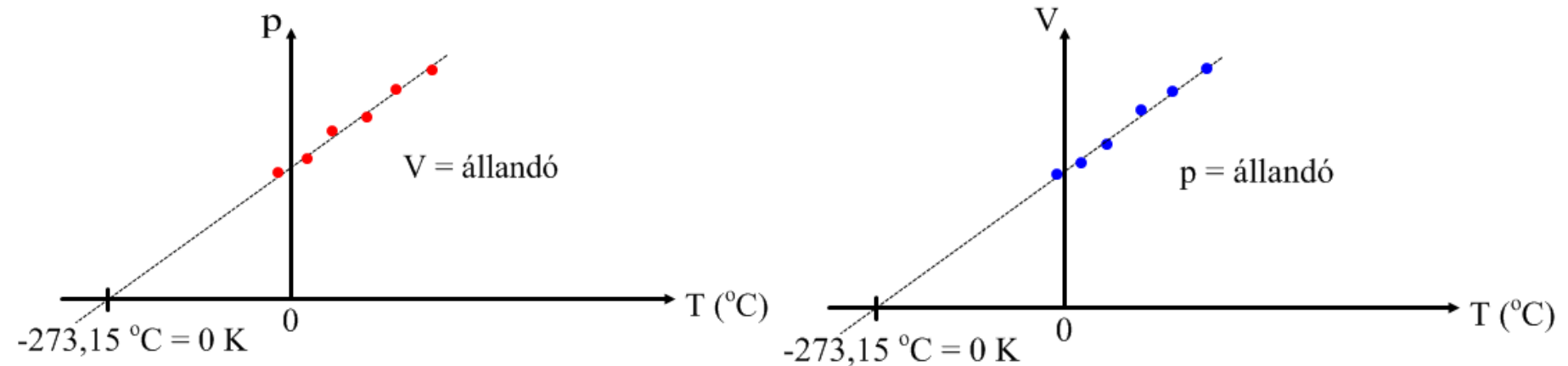
ha a nyomás állandó:

$$W_{1,2} = -p(V_2 - V_1)$$

# Abszolút hőmérsékleti skála

Ideális gáz térfogatát tanulmányozva állandó nyomáson, vagy nyomását tanulmányozva állandó térfogaton, mindkét esetben a hőmérsékletnek lineáris függvénye az eredmény.

A gáz térfogata illetve nyomása lineárisan nullához tart csökkenő hőmérséklet esetén.



Abszolút nulla: ahol a lineáris extrapoláció egyenese metszi a hőmérséklet tengelyt.

$T = -273,15 \text{ °C} = 0 \text{ K}$  (Kelvin) - A hőmérséklet SI mértékegysége.

# Hőközlés

A test belső energiája úgy is nőhet, ha egy magasabb hőmérsékletű test energiát ad neki. Ez a makroszkopikus mozgás (munkavégzés) nélkül átadott energia a **hő**.

Jele:  $Q$  (az energia amit a rendszer a környezettől kap). Mértékegysége: J (Joule)

A rendszer (test, folyadék, gáz) által a környezetnek leadott energia pedig:  $Q^* = -Q$

**Hőkapacitás:** A rendszer hőmérsékletének 1 fokkal emeléséhez szükséges hő:

$$Q = C\Delta T \quad \text{Mértékegysége: } [C] = \text{J/K vagy J/}^\circ\text{C}$$

**Fajhő:** a rendszer egységnyi tömegű részének hőkapacitása:

$$C = cm \quad \text{vagyis } Q = cm\Delta T \quad \text{Mértékegysége: } [c] = \text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K}) \text{ vagy } \text{J}/(\text{kg}\cdot^\circ\text{C})$$

**Mólhő:** a rendszer egy mólnyi részének hőkapacitása:

$$C = c_M \cdot n \quad \text{ahol } n \text{ a mólok száma vagyis } Q = c_M \cdot n\Delta T$$

$$\text{Mértékegysége: } [c_M] = \text{J}/(\text{mol}\cdot\text{K}) \text{ vagy } \text{J}/(\text{mol}\cdot^\circ\text{C})$$

**A belső energia a rendszer egy állapotát jellemzi, míg a munka és a hő egy folyamatot.**

# Kalorimetria

**Kalorimetria:** A hőmennyiség és a fajhő mérésére szolgáló eljárás.

**Kaloriméter:** Egy ismert hőkapacitású hőszigetelt tartály, benne ismert hőkapacitású folyadékkal.

Eljárás alapja: A rendszerben idővel kiegyenlítődik a hőmérséklet.

**Zárt rendszer belső energiája állandó**

Ha  $Q_i$  az  $i$ -edik test által kapott hőmennyiség:

$$\sum_{i=1}^N Q_i = 0$$

$Q$  lehet:

$cm\Delta T$  (melegedés vagy hűlés)

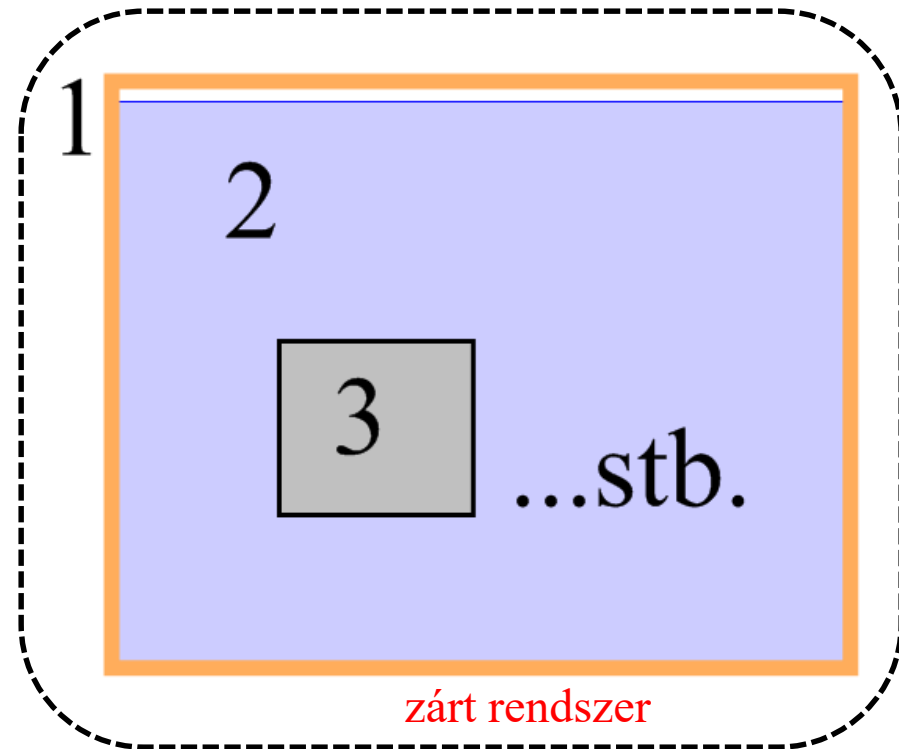
$-mL_g$  (égés során leadott hő)

$mL_o$  (olvadás során felvett hő)

$-mL_o$  (fagyás során leadott hő)

$mL_f$  (forrás során felvett hő)

$-mL_f$  (lecsapódás során leadott hő)



Például három test esetén:  $Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$

ha nincs fázisátalakulás:

$$c_1 m_1 (T_k - T_1) + c_2 m_2 (T_k - T_2) + c_3 m_3 (T_k - T_3) = 0$$

Ha az egyik mennyiség (pl.  $c_3$ ) ismeretlen, akkor az az egyenletből meghatározható.



# A hőtan első főtétele

A **hőtan első főtétele** kimondja, hogy egy rendszer belső energiájának megváltozása egyenlő a **rendszerrel közölt hő** és a **rendszeren végzett munka** összegével:

$$\Delta E_b = Q + W$$

A munka a környezet által végzett térfogati munka.

A hő a környezettől kapott hő (lehet például súrlódás által disszipált mechanikai energia).

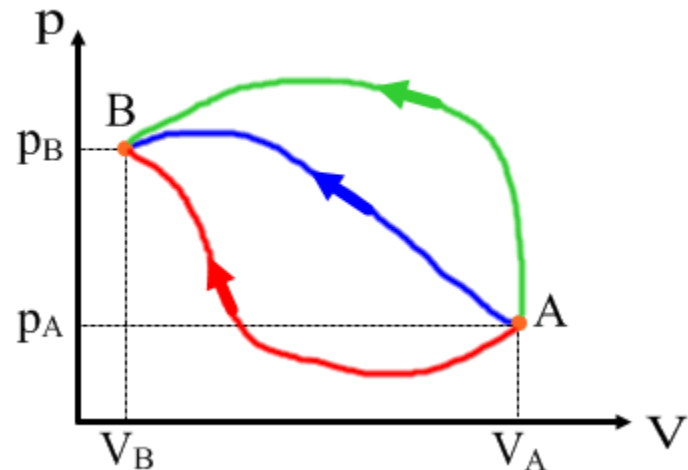
Mivel a belső energia a rendszer állapotára jellemző mennyiség, annak megváltozása egy  $A$  és  $B$  állapotok között nem függ attól, hogy milyen folyamat során történt a változás:

$$\Delta E_b = E_b(B) - E_b(A)$$

Bármilyen körfolyamat ( $A$ -ból kezdve és  $A$ -ban végződve) során természetesen:

$$\Delta E_b = E_b(A) - E_b(A) = 0$$

A tétel differenciális alakja:  $dE_b = dQ + dW$



## Feleletválasztós kérdések

1. Az alábbiak közül melyik nem jellemzi a newtoni dinamikát?
  - a) a magára hagyott test megtartja mozgásállapotát
  - b) az erőket vektor módjára kell összegezni
  - c) a mozgásállapot fenntartásához erőre van szükség
  - d) a lendület idő egység alatti megváltozása arányos az erővel
  
2. Válasszuk ki azt a fizikai mennyiséget, amelyik nem alapmennyiség az SI-ben!
  - a) hosszúság
  - b) sebesség
  - c) tömeg
  - d) idő
  
3. A centripetális erő sosem végez munkát, mert a centripetális erő mindig merőleges a sebességre.
  - a) Az állítás és az indoklás is helyes, közöttük oki kapcsolat van
  - b) Az állítás és az indoklás is helyes, közöttük nincs oki kapcsolat
  - c) Az állítás igaz, de az indoklás nem
  - d) Sem az állítás, sem az indoklás nem igaz

1. Melyik egyenlet nem hullámot ír le?

- a)  $y = A \sin 2\pi(ft - x/\lambda)$
- b)  $y = A \sin(\omega t - kx)$
- c)  $y = A \sin(kt - \lambda x)$
- d)  $y = A \sin \omega(t - x/c)$

2. A hang longitudinális hullám, mert benne a közeget alkotó részecskék a terjedési irányra merőleges rezgéseket végeznek.

- a) Az állítás és az indoklás is helyes, közöttük oki kapcsolat van
- b) Az állítás hamis, de az indoklás önmagában helyes
- c) Az állítás igaz, de az indoklás nem
- d) Sem az állítás, sem az indoklás nem igaz

3. Egy kerékpáros sebessége 5 s alatt 7 m/s-ról egyenletesen 12 m/s-ra növekszik. Mekkora a gyorsulása?

- a)  $1\text{m/s}^2$
- b)  $3\text{m/s}^2$
- c)  $5\text{m/s}^2$
- d)  $7\text{m/s}^2$

4. Egy test nyugalomból indulva 4s ideig gyorsul  $2\text{m/s}^2$  gyorsulással. Mennyi utat tesz meg 4s alatt?

- a) 4m
- b) 8m
- c) 12m
- d) 16m

Párosítsuk össze a fizikai mennyiségeket és SI mértékegységeiket!

1. munka
2. gyorsulás
3. erő
4. teljesítmény

- a. newton
- b.  $\text{m/s}^2$
- c. joule
- d. watt

A prefixumok az alammennyiség hányszorosát jelentik? Párosítsuk össze a prefixumok neveit és a szorzófaktorokat!

5. mikro
6. kilo
7. nano
8. mega

- a.  $10^{-9}$
- b.  $10^{-6}$
- c.  $10^3$
- d.  $10^6$

Melyik fizikai mennyiséget határozzák meg az alábbi képletek?

1.  $\vec{F} \cdot \Delta \vec{r}$
2.  $\frac{1}{2} m v^2$
3.  $m \vec{v}$
4.  $\vec{r} \times m \vec{v}$ .

- a. lendület
- b. perdület
- c. munka
- d. mozgási energia**