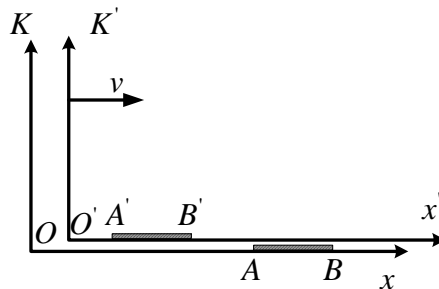


Modern fizika alapjai, feladatok

1.8 Az AB rúd a K koordináta-rendszerben, az A'B' rúd a K' koordináta-rendszerhez képest nyugalomban van, a rudak elhelyezkedését és a K' rendszer K-beli sebességének irányát az ábra mutatja. Mindkét rúd nyugalmi hossza l_0 . A K-beli megfigyelők az A és A', illetve a B és B' rúdvégek abszcisszájának megegyezése közt Δt időkülönbséget mérnek. Mekkora a rudak egymáshoz viszonyított sebességének nagysága? Milyen sorrendben következik be a megfelelő rúdvégek abszcisszájának megegyezése a) a K-beli megfigyelő szerint, b) a K'-beli megfigyelők szerint, c) annak a K' koordináta-rendszernek a megfigyelői szerint, amelyhez képest K és K' egyenlő nagyságú sebességgel, ellenkező irányban mozognak.



1.9 A Föld átellenes pontjain az órák egyformán járnak. Mekkora időeltérést észlel egy a Marson levő elképzelt megfigyelő a Föld átellenes A, B pontjain elhelyezett órák járásában, ha a Mars 72 km s^{-1} sebességgel mozog a Földhöz képest AB-vel párhuzamosan? (A Föld sugara 6370 km .)

1.14 A K' koordináta-rendszer a K inerciarendszerhez képest 10^8 ms^{-1} sebességgel mozog a növekvő x értékek irányában. Egy részecske K'-hoz viszonyított sebessége valamely időpontban $\{1/2; -1/4; 1\} \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$. Mekkora e pillanatban a részecske K-ra vonatkozó sebességének nagysága? Hány százalékos relatív hibát követünk el, ha a nem-relativisztikus kinematika sebesség-összetevési képletével számolunk?

1.15 A K inerciarendszerben nyugalomban levő M megfigyelő vákuumban tovaterjedő fénysugarat észlel. Egy M' megfigyelő K-hoz viszonyítva $1,5 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$ nagyságú sebességgel egyenletesen mozog a fénysugár irányára merőlegesen. Milyen irányban és mekkora sebességgel terjed a fény az M' megfigyelő szerint?

S.1 Egy elektron impulzusa $2,7 \cdot 10^{-22} \text{ kgms}^{-1}$. Hány eV a tiszta kinetikus energiája?

S.2 Egy eredetileg $2,4 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ sebességű elektron mozgási energiáját egy gyorsító berendezéssel megkétszereztük. Mekkora potenciálkülönbségen gyorsítottuk az elektront? Hány százalékkal növekedett a gyorsítás során az elektron sebessége és impulzusa?

S.3 Kezdetben nyugvó elektront 256 kV feszültségen felgyorsítunk. a) Hányszorosa az így felgyorsított elektron tömege a nyugvó elektron tömegének? b) Mekkora sebességgel lép ki az elektron a gyorsító mezőből? c) Mekkora a de Broglie hullámhossza?

1.30 A kozmikus sugárzásban előforduló müon nyugalmi tömege az elektron nyugalmi tömegének kb. 200-szorosa, átlagos nyugalmi élettartama $2,6 \mu\text{s}$. Mekkora magasságban keletkezett az a müon, amely éppen a Föld felszínén lévő ködkamrába érkeve bomlott el, s

melynek energiáját kb. 3000 MeV-nak találták? Mekkora e részecske élettartama a földi koordináta-rendszerben? (Feltételezzük, hogy a müon a Földhöz képest függőlegesen mozgott.)

S.4 Egy $1,237 \cdot 10^{20}$ Hz frekvenciájú gamma foton nyugvónak és szabadnak tekinthető elektronnal ütközik (Compton-effektus). Az ütközés következtében a gamma foton $\vartheta = 90^\circ$ -os eltérülést szenved. Számítsuk ki: a) a beeső foton energiáját eV egységben, b) a foton ütközés utáni frekvenciáját, c) a meglökött elektron sebességét!

S.5 Egy elektromos mezőben felgyorsított elektron sebessége a vákuumbeli fénysebesség 60 %-a. Az elektron ütközik egy pontosan szembe haladó röntgen fotonnal és az ütközés következtében éppen megáll (fordított Compton-effektus). A foton az ütközés során természetesen 180° -os irányeltérülést szenved. a) Mekkora az elektron kinetikus energiája az ütközés előtt? b) Mekkora feszültséggel gyorsították az elektront? c) Mekkora volt a röntgen foton frekvenciája az ütközés előtt? d) Hány százalékkal nőtt a foton frekvenciája az ütközés során?

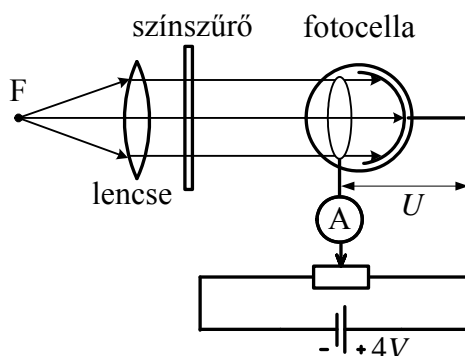
S.9 A Föld minden, a napsugárzásra merőleges négyzetméterét másodpercenként 1390 J energiájú elektromágneses sugárzás éri el. ($S = 1390 \text{ W/m}^2$; szoláris állandó) a) Számítsuk ki, hogy - csupán a hőmérsékleti sugárzás miatt - mennyi tömeget veszít a Nap másodpercenként. ($d_{\text{Nap - Föld}} = 150$ millió km) b) Mennyi lenne a Föld hőmérséklete, ha az minden pontján azonos hőmérsékletű abszolút fekete test lenne ($R_{\text{Nap}} = d_{\text{Nap - Föld}} / 215$). *Útmutatás:* A Föld teljes energiája időben állandónak vehető, tehát a Földet elérő és azt elhagyó sugárzási teljesítmény megegyezik.

S.11 Nap felszíni hőmérséklete kb. 5800 K és a $\lambda_{\text{max}} = 0,5 \mu\text{m}$ -nél (zöld) van a hőmérsékleti sugárzás spektrális eloszlásának maximuma. Ezen adat-pár felhasználásával számítsuk ki λ_{max} értékét a következő esetekben: a) 4 000 K felszíni hőmérsékletű vörös óriás csillag, b) 10 000 K.-es ívfény, c) atombomba robbanás 10^6 K-es tűzgömbje, d) 37°C -os ember, e) 2,7 K-es világűr.

S.12 Egy 27°C -os szobában elhelyezett sütő belső hőmérséklete 327°C . A sütő falán egy 5 cm^2 -es lyuk van, máshol a fal tökéletes hőszigetelő. A sütő és a szoba (!) üregsugárzónak (abszolút fekete testnek) tekinthető, hővezetés és konvekció nincs. a) Hányszorosa a lyukon kiáramló elektromágneses teljesítmény a beáramlónak? b) Stacionárius esetben hány wattos fűtőszál szükséges a sütő melegítéséhez?

2.58 Egy foton 2 eV-os elektront üt ki abból a fémből, amelyre a kilépési munka 2 eV. Legalább mekkora ennek a fotonnak a frekvenciája?

2.59 Az ábrán látható kapcsolásban a fotocellára $\lambda_1 = 500 \text{ nm}$ és $\lambda_2 = 450 \text{ nm}$ hullámhosszúságú fényt bocsátunk. A fotóelektronok mozgási energiáját az első esetben $U_1 = 1,58 \text{ V}$, a második esetben $U_2 = 1,83 \text{ V}$ ellen- (retardáló) feszültséggel kompenzáljuk. E mérés alapján számítsuk ki a h Planck-féle állandó értékét. (Megjegyzés: Ez a mérési módszer h Planck-féle állandó ismeretében a fotocella anyagára jellemző ν_0 határfrekvencia, illetve a besugárzó fény frekvenciájának meghatározására is alkalmas.)



2.60 A fotocellára homogén fénysugarat bocsátunk. A fotóelektronok mozgási energiáját 1,65 V ellen(retardáló)-feszültséggel tudjuk kompenzálni. A fotocella cézium (Cs) anyagára vonatkozó határhullámhossz: $\lambda_0 = 6600 \text{ \AA}$. Számítsuk ki a határfrekvenciát, a kilépési munkát eV-ban és a beeső fénysugár frekvenciáját.

S.15 5 MeV-es alfa részecskéket vékony réz fólián szórattva nem találunk lényeges eltérést a Rutherford-féle szórási formulától még $\vartheta = 180^\circ$ -nál sem. Ezen információ alapján adjunk felső korlátot a réz atommagjának sugarára? Oldjuk meg a feladatot szabad atommagon történő szóródás esetén.

S.16 Számítsuk ki, hogy hány mm^3 0°C -os 10^5 Pa nyomású hélium keletkezik 1 g rádium alfa-bomlása során 1 év alatt? (Az aktivitás régi egysége a curie (Ci) ($= 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$) éppen 1 g Ra radioaktivitását jelentette. A Ra felezési ideje 1640 év, amely mellett az 1 év elhanyagolhatóan rövid idő.)

S.17 A természetes káliumnak 0,01 %-a a ^{40}K izotóp (azaz minden tízezredik kálium atom 40-es tömegszámú). A ^{40}K izotóp radioaktív, a felezési ideje 1,2 milliárd év, a kálium többi izotópja (^{39}K és ^{41}K) nem radioaktív. a) Számítsuk ki egy átlagos emberben lévő - nyilvánvalóan természetes izotóp-összetételű - 4 mólnyi mennyiségű kálium radioaktivitását? b) Mennyi lehetett a ^{40}K aránya a természetes káliumban a Naprendszer keletkezésekor, azaz kb. 4,6 milliárd évvel ezelőtt?

S.18 1986. május végén Magyarországon a talaj átlagos radioaktív szennyezettsége ^{134}Cs illetve ^{137}Cs izotópokból 2,3 ill. 4,8 kBq/m^2 volt. Számítsuk ki, hogy az ország területére összesen hány kg cézium hullott? Mikor lesz (év, hónap) a két izotóp aktivitásának aránya 1 % ($T_{1/2} (^{134}\text{Cs}) = 2,06 \text{ év}$, $T_{1/2} (^{137}\text{Cs}) = 30,0 \text{ év}$)

S.19 A felszíni vizekben átlagosan 10^{17} H-atomból egy darab hármas tömegszámú (^3H azaz trícium). A trícium radioaktív, felezési ideje 12,35 év. a) Számítsuk ki egy liter tiszta felszíni víz tríciumtól eredő radioaktivitását? b) Valaki a fejébe vette, hogy csak olyan bort hajlandó inni, amelynek tríciumtól eredő radioaktivitása 0,1 Bq/liter alatt van. Hány évvel a szüret után fogyaszthatja el a borát? *Megjegyzés:* A frissen készített bort tekintjük tiszta felszíni víznek (de csak a feladat szempontjából)!

S.20 Egy tó vizének térfogatát úgy mérik meg, hogy 740 MBq aktivitású radioaktív konyhasót szórnak bele. A NaCl-molekulák 0,01 ezreléke tartalmaz radioaktív ^{24}Na -atomot, a felezési idő 15 óra, a konyhasó móltömege 58,4 g. a) Hány gramm sót dobnak a tóba? b) Hány m^3 víz van a tóban, ha 60 órával később egy 5 l-es vízminta aktivitását 370 Bq-nek mérik?

3.39 Határozzuk meg egy olyan ókori famaradvány életkorát, amelyben a ^{14}C fajlagos aktivitása $3/5$ -öd része a frissen kidöntött fákból észlelt fajlagos aktivitásnak. A ^{14}C felezési ideje 5570 év.

3.40 Egy ember vérébe $A_0 = 2000 \text{ Bq}$ aktivitású ^{24}Na radioaktív izotópot tartalmazó oldatot juttatunk. 5 óra múlva egy 1 cm^3 -es vérminta aktivitását 16 bomlás/perc-nek mérik. A ^{24}Na radioaktív izotópot felezési ideje 15 óra. Mekkora az ember vérének összterfoga?

2.8 A Bohr-modell alapján adja meg a hidrogénatomra és a hidrogénszerű ionokra az elektron lehetséges energiáit. Írja fel a Bohr-féle frekvencia-feltételt. Számítsuk ki a hidrogén Lyman-sorozatában ($n_1 = 1$) a leghosszabb és legrövidebb hullámhosszú vonal hullámhosszát és frekvenciáját.

2.16 A Bohr-modell alapján adja meg a hidrogénatomra és a hidrogénszerű ionokra az elektron lehetséges energiáit. Írja fel a Bohr-féle frekvencia-feltételt. Ezek alapján határozza meg, hogy milyen hullámhosszú színekvonalak jelennek meg, ha a hidrogénatomot 12,1 eV energiájú elektronokkal gerjesztjük?

2.19 A Bohr-modell alapján adja meg a hidrogénatomra és a hidrogénszerű ionokra az elektron lehetséges energiáit. Írja fel a Bohr-féle frekvencia-feltételt. Számítsuk ki az alapállapotban lévő He^+ és Li^{++} ionok ionizációs potenciálját.

2.86 Mekkora a $4 \cdot 10^5 \text{ m/sec}$ sebességgel haladó protonhoz rendelhető de Broglie-hullám hullámhossza?

2.91 Mekkora feszültséggel kell gyorsítani a protonokat ahhoz, hogy de Broglie-hullámhosszuk az atommag méretének nagyságrendjébe (10^{-13} cm) essék?

S.23 Egy m tömegű részecske az x -tengely $(0, a)$ intervallumában mozog, és itt nem hat rá erő. Oldjuk meg az energia-sajátérték egyenletet és adjuk meg az energia-sajátértékeket, illetve a sajátfüggvényeket. (A részecskét áthatolhatatlan falakkal az x tengely $(0, a)$ intervallumára korlátoztuk.) Milyen valószínűséggel tartózkodik a részecske: a) alapállapotban az intervallum középső harmadában, b) alapállapotban az intervallum bal szélső negyedében, c) első gerjesztett állapotában az intervallum középső harmadában, d) első gerjesztett állapotában az intervallum bal szélső negyedében? e) A szélső negyedben való tartózkodás valószínűsége melyik gerjesztett állapotban lesz a legnagyobb? Mekkora ez a maximum? f) Számítsuk ki az x koordináta szórását az első gerjesztett állapotban!

S.27 Mekkora szöveget zárhat be a pálya-impulzusnyomaték a kitüntetett iránnyal, ha a mellékvantumszám 3?

S.32 A He-Ne lézer 633 nm hullámhosszú, a berendezésnél 1 mm átmérőjű nyalábját a Földről a Hold felé irányítjuk. A határozatlansági reláció alapján becsüljük meg a Holdon megvilágított terület minimális átmérőjét! A Hold-Föld távolságot vegyük 384 000 km-nek! Mekkora kezdeti nyalábátmérő mellett lehetséges elvileg a legkisebb területet a Holdon megvilágítani? Mennyi ekkor a megvilágított folt átmérője?

S.33 Számítsuk ki, hogy az x tengely $(0, a)$ intervallumára korlátozott részecske zérus ponti energiájának legalább mekkorának kell lennie a határozatlansági reláció alapján. Hányszorososa

ennek a tényleges zérusponti energia? Becsüljük meg egy atomi méretű dobozba ($a=10^{-10}$ m) zárt elektron, illetve egy atommag méretű dobozba ($a=10^{-15}$ m) zárt proton kinetikus energiájának minimumát.

3.15 Egy atom $\tau=10^{-8}$ s idő alatt kibocsát egy $\lambda=0,55\mu\text{m}$ hullámhosszúságú fotont. Számítsuk ki a Heisenberg-féle határozatlansági reláció, mekkora elvi hibával lehet megadni e foton helykoordinátáját. Adjuk meg a fotonok hullámhosszának relatív bizonytalanságát is.

3. Egy nagy sebességű pozitron nyugvó, szabad elektronnal ütközik. A két töltött részecske megsemmisül, s a folyamat során két foton keletkezik. Az egyik foton frekvenciája $2,25\cdot 10^{20}$ Hz. A fotonok 120° -os szögben repülnek szét. Számítsuk ki a másik foton frekvenciáját. Mekkora sebességgel érkezett a pozitron?

3.17 Becsüljük meg a határozatlansági reláció segítségével az egydimenziós parabolikus potenciálgödörbe zárt m tömegű részecske minimális kinetikus energiáját elektronvoltokban. $V=kx^2/2$, $k=91\text{N/m}$, $m=9,1\cdot 10^{-31}$ kg. Mekkora tartományra van lokalizálva az ilyen energiájú részecske?

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ As}$$

$$m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ Js}$$

$$N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ 1/mol}$$

$$\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}$$

$$k = 1,38 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$$