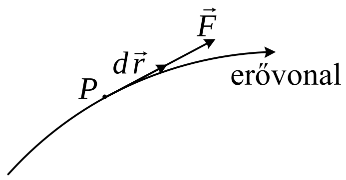
Fizikai mező, erőtér:
Fizikai mezőről akkor beszélünk, ha a tér valamely tartományában és valamely időközben, az akkor és ott jelenlévő tömegpontra erő hat és ez a helykoordináták és az idő folytonos differenciálható függvénye $\vec{F} = \vec{F}(\vec{r}, t)$.

a) stacionárius a mező, ha $\frac{\partial \vec{F}}{\partial t} = 0$, azaz $\vec{F} = \vec{F}(\vec{r})$
b) tömegarányos a mező, ha $\vec{f} = \frac{\vec{F}}{m}$, $\vec{f}$ független az erőt elszenvedő test tömegétől, kizárólag a mezőt jellemzi neve: térerősség
c) homogén a mező, ha $\vec{F} = \vec{F}(t)$, tehát a helytől nem függ

A továbbiakban tekintsünk stacioner mezőket. Szemléltetésük erővonalakkal történhet. Ezek olyan irányított görbék, melyeknek érintő egységvektora megmutatja az érintési pontbeli erő irányát.



Az erővonalak differenciálegyenlete:

$$\vec{F} \times d\vec{r} = 0$$

Konzervatív mező:
Konzervatív mező az olyan stacionárius erőtér, amelyben az elemi munka teljes differenciál, vagyis van olyan függvénye a helykoordinátáknak, melynek teljes linearizált megváltozása az elemi munka. A $V(\vec{r})$ függvényt melynek negatív megváltozása az elemi munka, potenciális helyzeti vagy kölcsönhatási energiának hívjuk.

$$\delta W = \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = -dV$$

Derékszögű Descartes koordinátarendszerben:

$$\vec{F} \cdot d\vec{r} = F_x dx + F_y dy + F_z dz \,,$$

$$-dV = -\frac{\partial V}{\partial x} dx - \frac{\partial V}{\partial y} dy - \frac{\partial V}{\partial z} dz \text{, így}$$

$$F_x dx + F_y dy + F_z dz = -\frac{\partial V}{\partial x} dx - \frac{\partial V}{\partial y} dy - \frac{\partial V}{\partial z} dz \,,$$

azaz

$$F_x = -\frac{\partial V}{\partial x},\ F_y = -\frac{\partial V}{\partial y},\ F_z = -\frac{\partial V}{\partial z},$$

Röviden vektor alakban:

$$\vec{F} = -\nabla V = -grad\, V$$

ahol a nabla vektor:

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k} \text{, vagy } \nabla = \left\{ \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right\}$$

Konzervatív mezőben az erő a helyzeti energia negatív gradiense.

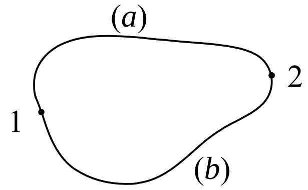
Írjuk fel a kapcsolatot konzervatív mezőben az erő által végzett munka és a potenciális energia között:

$$\delta W = -dV$$

$$W_{\widehat{12}} = \int\limits_{\widehat{12}} \vec{F} \cdot d\vec{r} = -\int\limits_{1}^{2} dV = -\left[V\right]_1^2 = -\left[V_2 - V_1\right] = V_1 - V_2 ,$$

Az erő által végzett munka az 1, 2 pontok között egyenlő a potenciális energia negatív megváltozásával, azaz éppen a kezdő és végpontbeli helyzeti vagy potenciális energia különbségét adja. Ez azt jelenti, hogy a munkavégzés konzervatív mezőben két pont között független a görbétől, csak a kezdő és végponttól függ:

$$\int\limits_{1(a)}^{2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int\limits_{1(b)}^{2} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$



Konzervatív mezőben egy zárt görbe mentén végzett munka zérus:

$$\oint \vec{F} \cdot d\vec{r} = V_1 - V_1 = 0$$

$$\oint\limits_{g} \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0 \text{, vagy } \overset{0}{W} = 0$$

A potenciális energia értéke egy állandó erejéig határozatlan. Azt a helyet, ahol a potenciális energiát 0-nak választjuk, tetszőlegesen vehetjük fel. Legyen a referencia pont az $\vec{r}_0$, és válasszuk itt a potenciális energiát zérusnak, $V\left(\vec{r}_0\right) = 0$, ekkor a potenciális energia egy tetszőleges $\vec{r}_1$ pontban:

$$-dV = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$-\int\limits_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_0} dV = -\int\limits_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_0} \vec{F} d\vec{r}$$

$$V\left(\vec{r}_1\right) - V\left(\vec{r}_0\right) = \int\limits_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_0} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$V\left(\vec{r}_1\right) = \int\limits_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_0} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

A tömegpont potenciális energiája az $\vec{r}_1$ pontban egyenlő azzal a munkával, amit a konzervatív mező végez, miközben a tömegpont elmozdul az $\vec{r}_1$ pontból az $\vec{r}_0$ referencia pontba.

Írjuk fel a munkatételt konzervatív mezőben:

$$W_{12} = T_2 - T_1 ,$$

$$W_{12} = V_1 - V_2 ,$$

$$V_1 - V_2 = T_2 - T_1 ,$$

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$$

Vezessük be a mechanikai energiát úgy, mint a mozgási és helyzeti energia összegét:

$$E = T + V\ ,$$
$$E_1 = E_2$$
Konzervatív mezőben a mechanikai energia állandó. Ez a mechanikai energia megmaradásának tétele.

Tételezzük fel, hogy nem-konzervatív erők is hatnak, a konzervatív erők mellett. A természetben ezek gyakran egyidejűleg hatnak egy tömegpontra. Ilyenkor:
$$W_{12}^{K} + W_{12}^{NK} = T_2 - T_1$$
$$W_{12}^{K} = V_1 - V_2$$
W_{12}^{K} a konzervatív erők munkája, W_{12}^{NK} pedig a nem-konzervatív erőké.
$$W_{12}^{NK} = T_2 + V_2 - T_1 - V_1$$
$$W_{12}^{NK} = E_2 - E_1$$
Ha nem-konzervatív erők is hatnak, akkor a munkájuk egyenlő a mechanikai energia megváltozásával.