

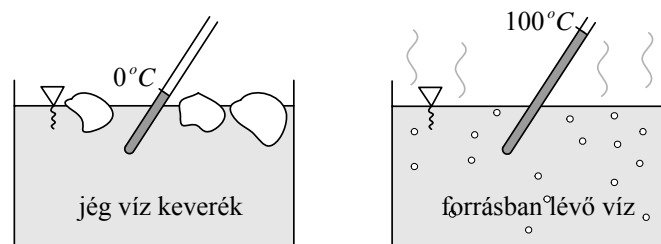
7. Az ideális gáz állapotegyenlete. Gázhőmérő. Az első főtétel alkalmazása speciális állapotváltozásokra. Izochor, izobár, izoterm és adiabatikus folyamatok.

Gázhőmérő, abszolút hőmérséklet:

Felhasználva az ekvipartíció tételét és az ideális gáz belső energiájának eredményét juthatunk az ideális gáz állapotegyenletéhez:

$$\frac{pV}{2N} = \frac{1}{2}kT, \text{ így } pV = NkT$$

Tekintsünk jég-víz keveréket és forrásban levő vizet. Jelölje a külső nyomást p_k . A vékony üvegcsőben lévő ideális gázt egy picit higany cseppecske zárja el a külvilágtól. Helyezzük az üvegcsövet jég-víz keverékbe és mérjük meg a gázoszlop hosszát l_0 . Forrásban lévő víz esetén ezt jelölje l_f . Az abszolút hőmérsékleti skálán a két hőmérséklet legyen T_0 , és T_f .



Az ideális gáz állapotegyenletét felírva a két ideális gázra nyerhetjük:

$$p_k A l_0 = NkT_0$$

$$p_k A l_f = NkT_f.$$

A a cső keresztmetszete és N a részecskék száma. Az egyenletek különbségét majd a megfelelő különbséget :

$$p_k A (l_f - l_0) = Nk (T_f - T_0)$$

$$\frac{l_f - l_0}{l_0} = \frac{T_f - T_0}{T_0}$$

Legyen száz egység a forrásban lévő víz és a jég-víz keverék hőmérséklete között az abszolút hőmérsékleti skálán is:

$$T_f - T_0 = 100K$$

$$T_0 = 100K \frac{l_0}{l_f - l_0} = 273K.$$

A jég olvadáspontjához az abszolút hőmérsékleti skálán a $T_0 = 273K$ -t a forrúshoz a $T_f = 373K$ -t rendeljük.

A relatív atom vagy molekulatömeg egy viszonyszám, amely megadja, hogy egy atom vagy molekula tömege hányszorosa az úgynevezett atomi tömegegységnek. $1 \text{ ATE} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

A ^{12}C szénizotóp tömegének $\frac{1}{12}$ -ed részéhez történik a hasonlítás. A mól tömeg az 1 mólnyi mennyiségű anyag tömege. Egy mól anyag tömege az anyag annyi grammja amennyi egy részecskéjének relatív atom illetve molekulatömege, jele: M . Normál állapotnak nevezzük a 273 K hőmérsékletet és $1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ nyomást. Jelölje N_A az Avogadro számot:

$$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mól}}$$

$$N = nN_A = \frac{m}{M} N_A$$

$$pV = NkT$$

$$k = 1,37 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

$$pV = \frac{m}{M} N_A k T$$

Bevezetve az általános gázállandót $R = N_A k$:

$$R = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mólK}}$$

Az ideális gáz állapotegyenletének másik alakja:

$$pV = \frac{m}{M} RT .$$

Ideális gáz belső energiája és megváltozása, amennyiben a tömege nem változhat:

$$E = \frac{f}{2} NkT = \frac{f}{2} \frac{m}{M} RT$$

$$\Delta E = \frac{f}{2} Nk\Delta T = \frac{f}{2} \frac{m}{M} R\Delta T$$

Az I. főtétel alkalmazása speciális állapotváltozásokra:

1. Izochor folyamat során $V = \text{állandó}$, így térfogati munkavégzés nincs $W_{12} = 0$.

$$\Delta E_{12} = Q_{12} + W_{12}$$

$$\Delta E_{12} = Q_{12}$$

$$\frac{f}{2} \cdot \frac{m}{M} R \cdot \Delta T_{12} = Q_{12}$$

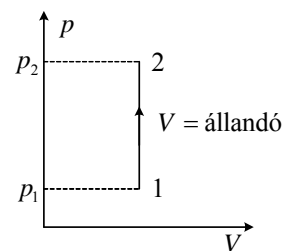
A $c_v = \frac{f}{2} \cdot \frac{R}{M}$ kifejezés értéke csak az anyagi minőségre jellemző állandó, az állandó térfogaton vett fajhő, mértékegysége $[c_v] = 1 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$. A folyamat során felvett vagy leadott hő tehát:

$$Q_{12} = c_v m \Delta T_{12}$$

Legyen állandó a térfogat mellett a részecskeszám, illetve a tömeg, ilyenkor az ideális gáz állapotegyenletéből:

$$pV = NkT$$

$$\frac{p}{T} = \text{állandó}$$



2. Izobár folyamat esetén a nyomás $p = \text{állandó}$.

$$\Delta E_{12} = Q_{12} + W_{12}$$

$$\Delta E_{12} = \frac{f}{2} \cdot \frac{m}{M} R \cdot \Delta T_{12}.$$

Mivel állandó a nyomás a környezet által végzett munkát könnyen kiszámíthatjuk:

$$W_{12} = - \int_1^2 p dV = -p(V_2 - V_1) = -\frac{m}{M} R(T_2 - T_1)$$

A térfogati munkát a két állapotra felírt állapotegyenlet segítségével írhattuk át úgy, hogy benne a hőmérsékletváltozás szerepeljen:

$$pV_1 = \frac{m}{M} RT_1, \text{ illetve } pV_2 = \frac{m}{M} RT_2.$$

$$\frac{f}{2} \frac{m}{M} R \Delta T_{12} = Q_{12} - \frac{m}{M} R \Delta T_{12}$$

$$Q_{12} = \left(\frac{f}{2} \frac{R}{M} + \frac{R}{M} \right) m \Delta T_{12}$$

$$Q_{12} = c_p m \Delta T_{12}$$

ahol c_p az állandó nyomáson vett fajhő

$$c_p = \frac{f}{2} \frac{R}{M} + \frac{R}{M} = c_v + \frac{R}{M}$$

A Robert-Mayer egyenlet:

$$c_p = c_v + \frac{R}{M}$$

$$c_p = \left(\frac{f}{2} + 1 \right) \frac{R}{M}$$

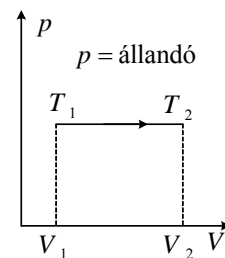
Szokás használni az adiabatikus kitevőt, aminek definíciója:

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{\frac{f+2}{2}}{\frac{f}{2}} = \frac{f+2}{f}.$$

Legyen állandó a nyomás mellett a részecskeszám, illetve a tömeg, ilyenkor az ideális gáz állapotegyenletéből:

$$pV = NkT,$$

$$\frac{V}{T} = \text{állandó}$$



3. Izoterm folyamat során $T = \text{állandó}$, ilyenkor a belső energia állandó megváltozása nulla, $\Delta E_{12} = 0$, így az első főtételből:

$$\Delta E_{12} = Q_{12} + W_{12}$$

$$0 = Q_{12} + W_{12}$$

$$-W_{12} = Q_{12}$$

A környezet által végzett munka: $W_{12} = -\int_{V_1}^{V_2} p dV$, azonban $pV = \text{állandó}$, így például

$$pV = p_1 V_1, \text{ ebből a nyomás kifejezhető } p = \frac{p_1 V_1}{V}.$$

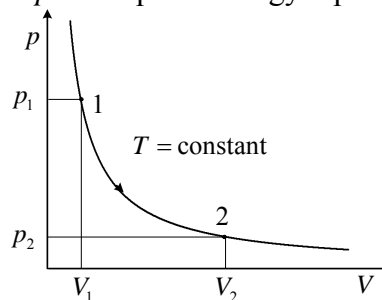
$$W = -\int_{V_1}^{V_2} \frac{p_1 V_1}{V} dV = -p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1}, \text{ ekkor}$$

$$Q_{12} = p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Legyen állandó a hőmérséklet mellett a részecskeszám, illetve a tömeg, ilyenkor az ideális gáz állapotegyenletéből:

$$pV = \text{állandó}$$

Az izoterm állapotváltozás képe a p - V állapotsíkon egy hiperbola.



4. Adiabaticus folyamat során hő felvétel és hő leadás nincs: $Q_{12} = 0$.

$$\Delta E_{12} = Q_{12} + W_{12}$$

$$\Delta E_{12} = W_{12}.$$

Ilyenkor az állapotjelzők közötti kapcsolatot a Poisson egyenletek adják. Ezek származtatására nincs módunk, csak a végeredményt adjuk meg:

$$pV^\kappa = \text{állandó},$$

vagy felhasználva, hogy $pV = NkT$

$$TV^{\kappa-1} = \text{állandó}$$

Ilyenkor az állapotjelzők közötti kapcsolatot a Poisson egyenletek adják. $pV^\kappa = \text{áll.}$ illetve, felhasználva, hogy $pV = NkT$

$$p = \frac{NkT}{V}, \text{ ekkor } \frac{NkT}{V} \cdot V^\kappa = \text{áll.}$$

$$TV^{\kappa-1} = \text{áll.}$$