2. Dinamikai alapfogalmak. Newton axiómák. Erőtörvények. Mozgásegyenletek. Akció-reakció tétele. Szuperpozíció axiómája. Pillanatnyi teljesítmény, mozgási energia, teljesítménytétel.

A dinamika alapfogalmai

Kölcsönhatások típusai: test – test
test – mező

A magára hagyott tömegpont olyan részecske, amely nem áll kölcsönhatásban sem más tömegponttal, sem pedig mezővel.

A mechanika I. axiómája (Newton):

Van olyan vonatkoztatási rendszer, amelyben a magára hagyott tömegpont sebessége állandó. Ezt tehetetlenségi vagy inercia-rendszernek nevezzük. Inercia-rendszerben a testek állandó mozgásállapotának fenntartásához külső hatásra nincs szükség. A tapasztalat szerint az állócsillagokhoz kötött vonatkoztatási rendszer minden esetben inercia-rendszernek tekinthető. A Földhöz rögzített vonatkoztatási rendszer sok esetben inercia-rendszernek tekinthető.

A tömeg bevezetése:

A testek az I. axiómának megfelelően tehát tehetetlenek, különböző mértékben ellenállnak a mozgásállapot változásnak. A testek tehetetlenségének mértékét tömegnek nevezzük. A tömeg SI egysége a kg (platina-irídium henger Sèvres). 1kg egyenlő 1 dm^3 4ºC hőmérsékletű víz tömegével. A többi test tömegének bevezetését kinematikai mennyiségek mérésére vezethetjük vissza. Tekintsünk egy ismeretlen tömegű testet, és párkölcsönhatásban ütköztessük az etalon tömeggel. Párkölcsönhatásnak nevezzük két test kölcsönhatását, ha más testekkel vagy mezőkkel nem állnak kölcsönhatásban. A tapasztalat szerint a két test sebességváltozása mindig ellentétes irányú egymással, és a fellépő sebességváltozások nagyságának hányadosa a kölcsönhatásban résztvevő testpárra jellemző, nem függ a kölcsönhatás módjától.

Tapasztalatok:

$$\Delta\vec{v}_x = -K\Delta\vec{v}_e \text{, ahol } K > 0 \text{, illetve}$$

$$\frac{|\Delta\vec{v}_x|}{|\Delta\vec{v}_e|} = K$$

Ezek után minden testhez egyértelműen egy tömeget rendelhetünk, az alábbi előírással:

$$m_x = m_e\frac{|\Delta\vec{v}_e|}{|\Delta\vec{v}_x|} \text{, ahol } m_e = 1kg \text{ .}$$

A fenti tapasztalatok alapján:

$$m_e\Delta\vec{v}_e + m_x\Delta\vec{v}_x = 0$$

$$\Delta\left(m_e\vec{v}_e\right) + \Delta\left(m_x\vec{v}_x\right) = 0$$

$$\Delta\left(m_e\vec{v}_e + m_x\vec{v}_x\right) = 0$$

A tömegpont lendülete definíció szerint: $\vec{p} = m\vec{v}$, így a két kölcsönhatásba álló test összes lendülete $\vec{p}_ö = \vec{p}_e + \vec{p}_x$,

$$\Delta\vec{p}_ö = 0$$

Párkölcsönhatás során tehát a pont pár lendülete nem változik.

II. Impulzusmegmaradási axióma:
Inerciarendszerben párkölcsönhatás során a rendszer impulzusa nem változik.
Megj.: lendület vagy impulzus

III. Erőaxióma:
A kölcsönhatás erősségének mértékét erőnek nevezzük. A tapasztalat szerint inercia rendszerben a kölcsönhatás erősségének értékéül a lendületváltozási gyorsaságot fogadjuk el. Az erő tehát a lendület idő szerinti első deriváltja:

$$\dot{\vec{p}} = \vec{F}$$

ha $m = áll.$:

$$\frac{d}{dt}(m\vec{v}) = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} = \vec{F}$$

$$m\ddot{\vec{r}} = \vec{F}$$

A fenti egyenletet mozgásegyenletnek nevezzük. Az $\vec{r}(t)$ úgynevezett mozgástörvény meghatározásához ismerni kell az erőtörvényeket. Azt a formulát, amely megadja, hogy hogyan függ az erő, a helytől, az időtől, és a sebességtől, erőtörvénynek nevezzük.

$$\vec{F} = \vec{F}\left(\vec{r}, \dot{\vec{r}}, t\right)$$

a) helytől függő erők:
- gravitációs $\vec{F} = -\gamma \frac{mM}{r^2}\vec{e}_r$
- rugalmas $F_x = -Dx$
- Coulomb $\vec{F} = k\frac{Qq}{r^2}\vec{e}_r$

b) sebességtől függő erők:
- folyadéksúrlódási erő $\vec{F} = -\kappa\vec{v}$
- közegellenállási erő $\vec{F} = -\beta v^2 \frac{\vec{v}}{v}$

c) explicite az időtől függő erő
- harmonikus gerjesztő erő $\vec{F} = \vec{F}_0 \cos\omega t$

Lorentz erő $\vec{F} = Q\vec{v} \times \vec{B}(\vec{r}, t)$

Az erőaxióma állandó tömeg esetén $\vec{F} = m\vec{a}$, ami derékszögű koordinátarendszerben:

$$m\ddot{x} = F_x\left(x, \dot{x}, y, \dot{y}, z, \dot{z}, t\right),$$

$$m\ddot{y} = F_y\left(x, \dot{x}, y, \dot{y}, z, \dot{z}, t\right),$$

$$m\ddot{z} = F_z\left(x, \dot{x}, y, \dot{y}, z, \dot{z}, t\right),$$

három másodrendű közönséges differenciálegyenlet. Az integrálás során 3x2 = 6 integrációs állandó jelenik meg, ezeket a kezdeti feltételekből határozhatjuk meg.

A dinamika alapegyenlete, vagy mozgásegyenlet

$$m\ddot{\vec{r}} = \vec{F}\left(\vec{r}, \vec{v}, t\right)$$

Az akció reakciótétele

Tekintsünk két kölcsönhatásban lévő tömegpontot egy IR-ben. Írjuk fel az erőaxiómát az egyes tömegpontokra:

$$\dot{\vec{p}}_1 = \vec{F}_{12}, \ \dot{\vec{p}}_2 = \vec{F}_{21}$$

$$\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = \dot{\vec{p}}_1 + \dot{\vec{p}}_2 = \left(\vec{p}_1 + \vec{p}_2\right)^{\bullet} = \dot{\vec{p}} = 0 .$$

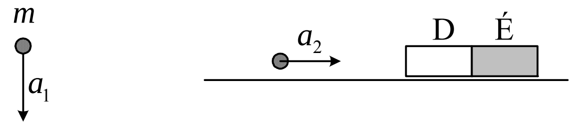
Az impulzus megmaradás axiómája miatt, tehát

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Az akció-reakciótétele szerint IR-ben párkölcsönhatás során, a két test ugyanakkora, de ellentétes irányú erőt fejt ki egymásra.

IV. A szuperpozíció axiómája

Tegyük fel, hogy egy tömegpont egyidejűleg több kölcsönhatásban vesz részt:



vasgolyó gravitációs mezőben vasgolyó mágneses mezőben

Egyidejű két kölcsönhatás esetén a tapasztalat szerint:

$$\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 ,$$

$$m\vec{a} = m\vec{a}_1 + m\vec{a}_2 ,$$

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 .$$

Ha egy test egyidejűleg több kölcsönhatásban is részt vesz, akkor az egyes kölcsönhatásokhoz külön-külön tartozó erők vektori összege adja a részecske lendületváltozási gyorsaságát IR-ben.

Teljesítmény:

A $\vec{v}$ sebességgel mozgó részecskére ható $\vec{F}$ erő pillanatnyi teljesítménye definíció szerint:

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

Mozgási energia:

A mozgási vagy kinetikus energia:

$$T = \frac{1}{2} m v^2$$

Teljesítménytétel:

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad / \cdot \vec{v} ,$$

$$\vec{F} \cdot \vec{v} = m\dot{\vec{v}} \cdot \vec{v} ,$$

$$P = m\left(\frac{\vec{v}^2}{2}\right)^{\bullet}, \text{ vagy } P = \frac{d}{dt}\left(m\frac{\vec{v}^2}{2}\right)$$

$$P = \frac{dT}{dt}, \text{ illetve } P = \dot{T}$$

A részecskére ható erők teljesítménye egyenlő a részecske mozgási energiájának változási gyorsaságával.