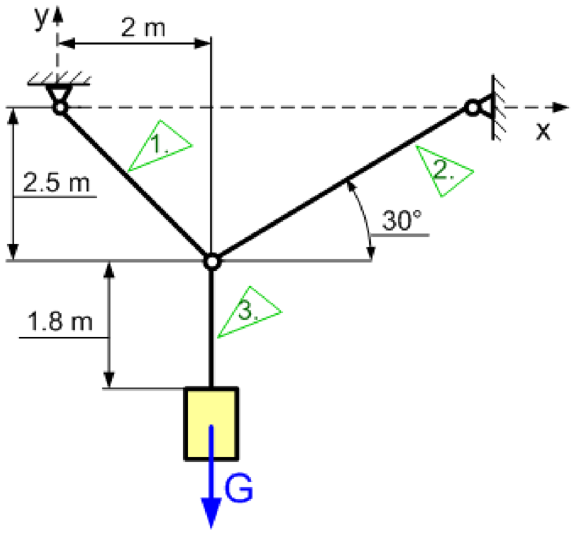
Statika gyakorló teszt *I.*

Készítette: Gönczi Dávid

Témakörök: **(I)** *közös ponton támadó erőrendszerek síkbeli és térbeli feladatai* (1.1-1.6)
(II) *merev testre ható síkbeli és térbeli erőrendszerek* (1.7-1.13)
(III) *súlypontszámítási feladatok* (1.14-1.18)
(IV) *egyszerű szerkezetek síkbeli statikai feladatai* (1.19-1.22)

1.1. Az ábrán látható $G = 12\,\mathrm{kN}$ súlyú terhet három súlytalannak tekintett, nyújthatatlan kötél segítségével függesztettük fel. Számítsa ki az 1, 2 és 3 jelű kötelekben ébredő $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ és F_1, F_2, F_3 kötélerőket!

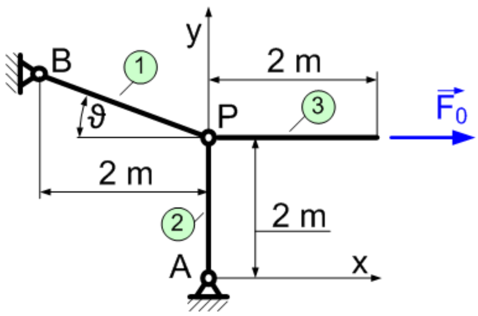


$$\vec{F}_1 = -6.567\vec{e}_x + 8.208\vec{e}_y\ \mathrm{kN}, \vec{F}_2 = 6.567\vec{e}_x + 3.792\vec{e}_y \mathrm{kN}, \vec{F}_3 = -12\vec{e}_y \mathrm{kN},$$
$$F_1 = 10.5\mathrm{kN}, F_2 = 7.58\mathrm{kN}, F_3 = 12\mathrm{kN}$$

1.2. Az ábrán látható, ideális kötelekből álló szerkezet egy *x* tengellyel párhuzamos irányú, F_0 nagyságú terhelést tart egyensúlyban.

a, Határozza meg az 1 és 2 jelű kötelekben ébredő kötélerők nagyságát az F_0 terhelés függvényében! Adja meg az $\vec{F}_1$ kötélerőt vektoriális alakban! sinϑ=0.447, cosϑ=0.894

b, Számítsa ki mekkora F_0 nagyságú erőnél szakad el valamelyik kötél, ha a kötelek maximum terhelhetősége 4 kN!

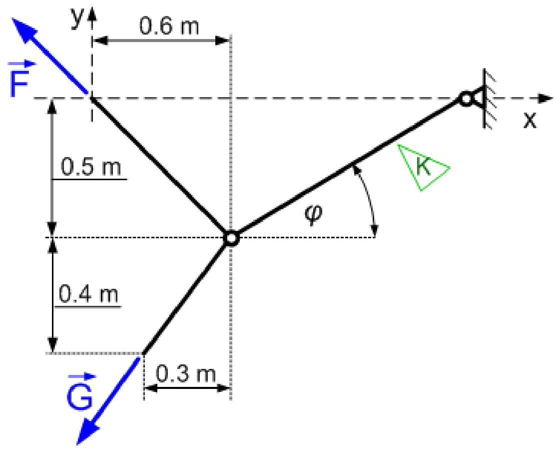


$$a,\ \ F_1 = 1.12F_0, F_2 = 0.5F_0, \vec{F}_1 = -F_0\vec{e}_x + 2F_0\vec{e}_y \qquad b,\ \ F_{\max} = 3572\,\mathrm{N}$$

1.3. Adott az ábrán látható köteles szerkezetet geometriája. A kötelek iránya rögzített, a *K* jelű kötél vízszintessel bezárt szöge φ = 26.56°.

a, Határozza meg azt az *F* erőt, ami *G* = 10kN esetén a *K* jelű kötelet az adott irányban tartja!

b, Mekkora *F*/*G* kötélerőarány esetén tartja meg a *K* jelű kötél az eddigi irányát?

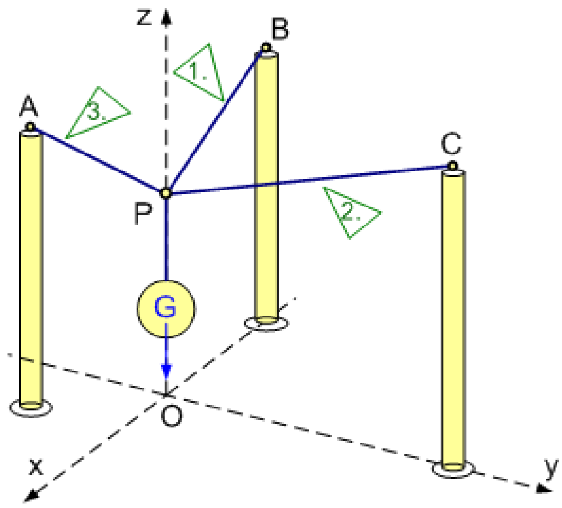


$a,\quad F_1 = 1.12F_0, F_2 = 0.5F_0 \qquad b,\quad F_{max} = 3572\,\text{N}$

1.4. Az ábrán látható szerkezet tartós nyugalomban van.
Geometriai adatok: *A*(2,-1,5)m, *B*(-1,0,5)m, *C*(0,4,5)m, *P*(0,0,2)m.

a, Számítsa ki a kötélerőket, ha a teher nagysága *G*=0.78kN.

b, Határozza meg azt a *G* terhet, amely esetén a 2 jelű kötélben 75N kötélerő ébred!

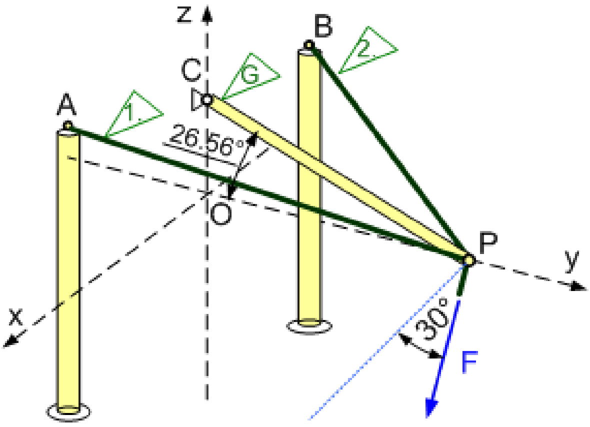


$a,\ F_1 = 506\text{N}, F_2 = 100\text{N}, F_3 = 300\text{N} \quad \text{b, G=0.585kN}$

1.5. Az ábrán *xy* síkbeli, az *x* tengellyel 30° szöget bezáró F = 10kN nagyságú erőt egy 1 és 2 jelű karcsú rudakkal és egy G jelű súlytalannak tekintett gerenda segítségével tartunk tartós nyugalomban. A geometriai adatok: *A*(2,0,2)m; *B*(-3,1,1)m; *C*(0,0,1)m.

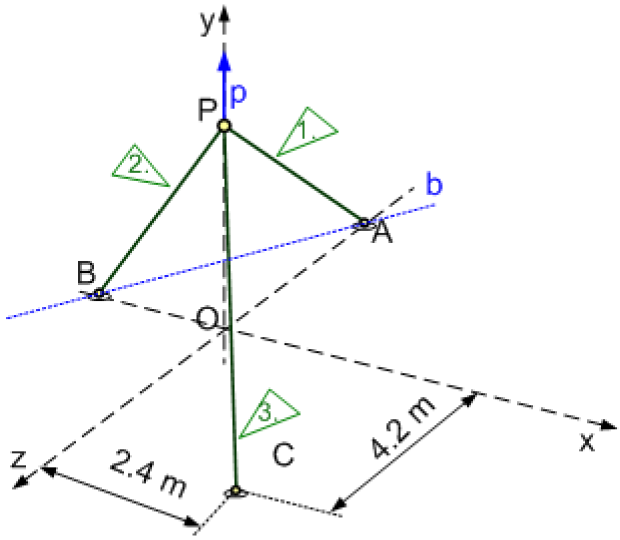
a, Adja meg az $\vec{\text{F}}$ erőt vektoriális alakban!

b, Mekkora a *G* gerendában ébredő rúderő?



$\vec{F} = 8.66\vec{e}_x + 5\vec{e}_y\ \text{kN}, \quad \text{F}_G = -15\vec{e}_y + 5\vec{e}_z\ \text{kN}$

1.6. Egy kék színű hőlégballont három kötél segítségével tartunk egyensúlyban. A hőlégballon kosarára ható felhajtóerő *y* irányú, nagysága *p*. Az *OP* távolság 5.6m, a *B* és *A* jelű csuklók a 0.7857*x*+3.3+*z*=0 egyenletű egyenesen helyezkednek el az ábrán látható módon, továbbá az 1 jelű kötélben ébredő kötélerő 481N.



a, Írja fel az 1 jelű kötélben ébredő kötélerőt vektoriális alakban!

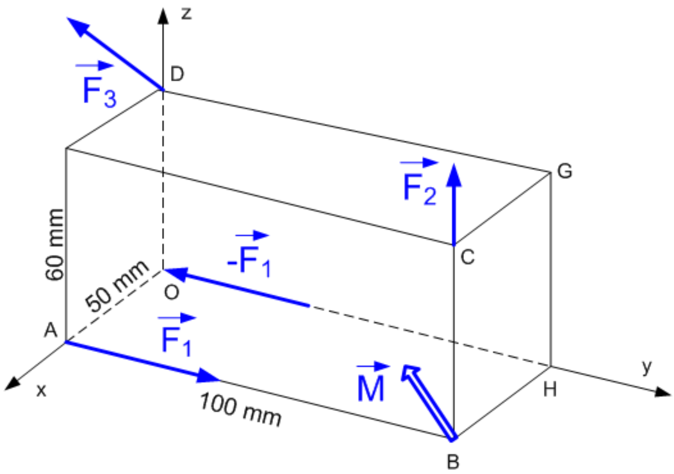
b, Határozza meg a 2 és 3 jelű kötelekben ébredő kötélerőket és *p* értékét!

$$\vec{F} = -245.31\vec{e}_z - 413.6\vec{e}_y \text{ kN, } F_2 = 233.6\text{N, } F_3 = 438.5\text{N, p=929.03N}$$

1.7. Az ábrán látható merev testet az alábbi erőrendszer terheli:

$$\left|\vec{F}_1\right| = 500\,\text{N},\ \left|\vec{F}_2\right| = 300\ \text{N},\ \vec{F}_3 = 0.3\vec{e}_x - 0.2\vec{e}_y + 0.3\vec{e}_z\ \text{kN},\ \vec{M} = -100\vec{e}_y + 200\vec{e}_z\ \text{Nm}.$$

a, Számítsa ki az erőrendszer *O* pontjába redukált vektorkettősét és a *G* pontba számított nyomatékot!



b, Határozza meg az *x*, *y* és *GH* tengelyre számított nyomatékokat!

c, Milyen támasztóerő-rendszerrel kellene a rendszert az *O* pontban egyensúlyban tartani?

d, Adja meg az (F_2, F_3, *M*) erőrendszer centrális egyenesének *D* ponthoz legközelebbi pontját!

$$\vec{F}_e = 300\vec{e}_x - 200\vec{e}_y + 600\vec{e}_z\ \text{N}, \vec{M}_o = 42\vec{e}_x - 97\vec{e}_y + 225\vec{e}_z \text{Nm}, \vec{M}_G = -30\vec{e}_x - 115\vec{e}_y + 255\vec{e}_z \text{Nm},$$

$$M_x = 42\text{Nm}, M_y = 97\text{Nm}, M_{GH} = 255\text{Nm},$$

$$\vec{F}_{tám..O} = -300\vec{e}_x + 200\vec{e}_y - 600\vec{e}_z\ \text{N}, \vec{M}_{támO} = -42\vec{e}_x + 97\vec{e}_y - 225\vec{e}_z \text{Nm},$$

$$\vec{r}_{DP} = 59.1\vec{e}_x - 85.7\vec{e}_y - 58\vec{e}_z\ \text{mm}, \vec{M}_D = 30\vec{e}_x - 115\vec{e}_y + 200\vec{e}_z \text{Nm}.$$

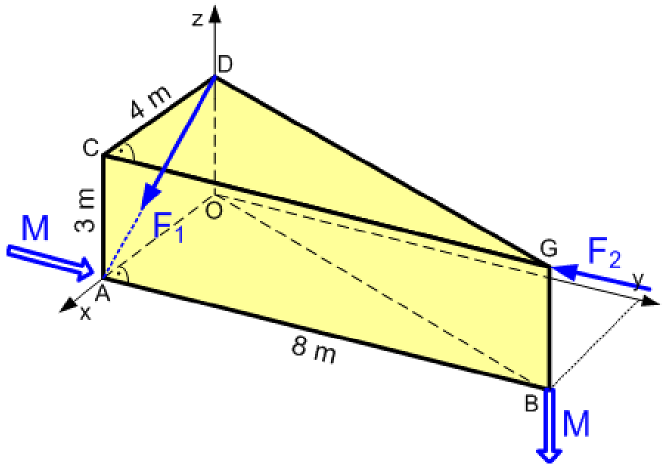
1.8. Adott az ábrán látható derékszögű háromszög alapú hasáb, amelyet alábbi erőrendszer terhel: $F_1 = 10\text{kN}$, $F_2 = 10\text{kN}$, $M = 40$ kNm, $\vec{e}_G = 3\vec{e}_x + 4\vec{e}_y$.

a, Határozza meg az erőrendszer *O* pontba redukált vektorkettősét!

b, Számítsa ki az erőrendszer nyomatékát a *G* pontba!

c, Számítsa ki az erőrendszer nyomatékát az *y* tengelyre!

d, Határozza meg a *G* ponton átmenő, $\vec{e}_G$ irányú tengelyre számított nyomatékot!



$$a,\ \vec{F}_e = 8\vec{e}_x - 10\vec{e}_y - 6\vec{e}_z \text{ kN},\ \vec{M}_o = 30\vec{e}_x + 64\vec{e}_y - 80\vec{e}_z \text{ kNm},$$

$$b,\ \vec{M}_G = +48\vec{e}_x + 16\vec{e}_y + 24\vec{e}_z \text{kNm},\ c,\ M_y = 64\text{Nm},\quad d,\ M_e = 41.6\,\text{Nm}$$

1.9. Az ábrán látható merev testet a berajzolt erőrendszer terheli.

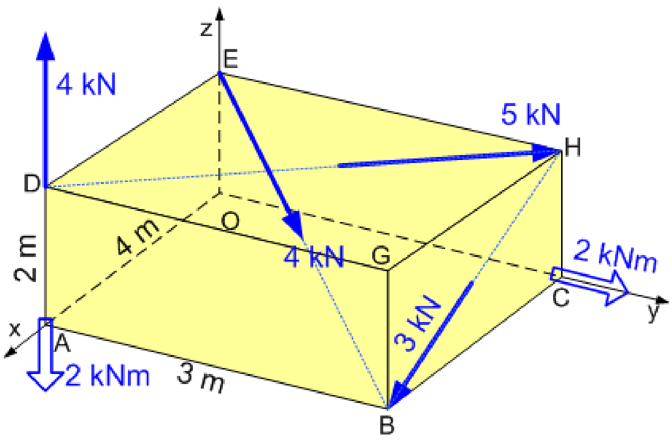
a, Írja fel a koncentrált erőket vektoriális alakban!

b, Számítsa ki az erőrendszer redukált vektorkettősét az *E* jelű pontban!

c, Számítsa ki az erőrendszer nyomatékát az *O* jelű pontban!

b, Számítsa ki az erőrendszer *z* tengelyre számított nyomatékát!

e, Számítsa ki az erőrendszer EB tengelyre számított nyomatékát!



f, Számítsa ki az erőrendszer centrális egyenesének *E* ponthoz legközelebbi pontját!

$$a,\ \vec{F}_E = (4kN)\vec{e}_E,\ \vec{e}_E = \frac{\vec{r}_{EB}}{|\vec{r}_{EB}|},\ \vec{F}_E = 2.972\vec{e}_x + 2.308\vec{e}_y - 1.485\vec{e}_z \text{ kN},$$

$$\vec{F}_D = 4\vec{e}_z \text{ kN},\ \vec{F}_B = 2.685\vec{e}_x - 1.341\vec{e}_z \text{ kN},\ \vec{F}_H = 3\vec{e}_y - 4\vec{e}_x \text{ kN},$$

$$b,\ \vec{F}_e = 1.655\vec{e}_x + 5.308\vec{e}_y + 1.174\vec{e}_z \text{ kN},\ \vec{M}_E = 4.023\vec{e}_x - 14\vec{e}_y + 5.977\vec{e}_z \text{kNm},$$

$$c, \vec{M}_O = -6.593\vec{e}_x - 10.69\vec{e}_y + 5.977\vec{e}_z \text{kNm, d, M}_z = 5.977\text{kNm, e,M}_a = 7\text{kNm},$$

$$f, \vec{r}_{EP} = 1.49\vec{e}_x - 0.16\vec{e}_y - 1.317\vec{e}_z \text{ m}$$

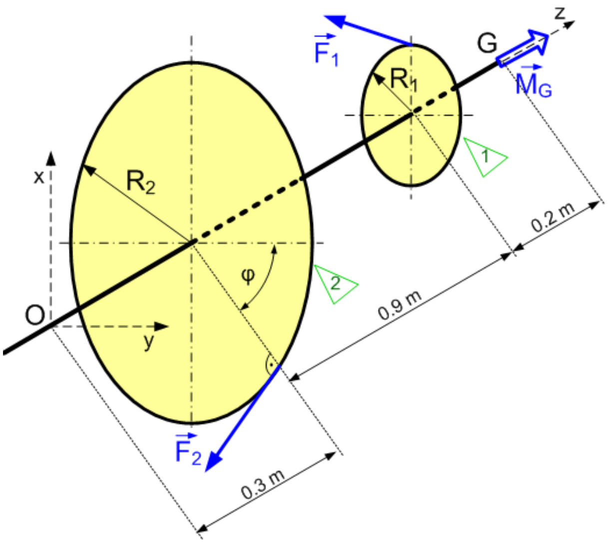
1.10. Az ábrán látható *OG* tengelyen egy 1 jelű ferde fogú és egy 2 jelű egyenes fogú fogaskerék található. Az 1 jelű kerékre átadódó erőt $\vec{F}_1$-gyel jelöltük, az $\vec{F}_2$ erő a 2 jelű fogaskerék érintőjének irányába hat a $z = 0.3$m síkon a φ szöggel jellemzett ponton. Az adatok:

$$\vec{F}_1 = -\vec{e}_y + 2\vec{e}_z \text{ kN},\ F_2 = 5\,\text{kN}, \vec{M}_o = 3\vec{e}_z \text{ kNm}, R_1 = 0.2\,\text{m},\ R_2 = 0.3\,\text{m}, \varphi{=}30°.$$

a, Írja fel az $\vec{F}_2$ erőt vektoriális alakban!

b, Állítsa elő az erőrendszer redukált vektorkettősét az *O* jelű pontban!

c, Számítsa ki a *z* tengelyre ható nyomatékot és a *G* pontban ható nyomatékot!



$$a,\ \vec{F}_2 = -\sqrt{3}\vec{e}_x - \vec{e}_y \text{ kN},\ \vec{r}_2 = -0.15\vec{e}_x + 0.26\vec{e}_y + 0.3\vec{e}_z \text{ m},$$

$$b,\ \vec{F}_e = -\sqrt{3}\vec{e}_x - 2\vec{e}_y + 2\vec{e}_z \text{ kN},\ \vec{M}_O = 1.5\vec{e}_x - 0.92\vec{e}_y + 3.4\vec{e}_z \text{kNm},$$

$$c,\ M_z = 3.4\,\text{kNm},\ \vec{M}_G = -1.3\vec{e}_x + 1.5\vec{e}_y + 3.4\vec{e}_z \text{ kNm}$$

1.11. Adott az ábrán látható erőrendszer, ahol:

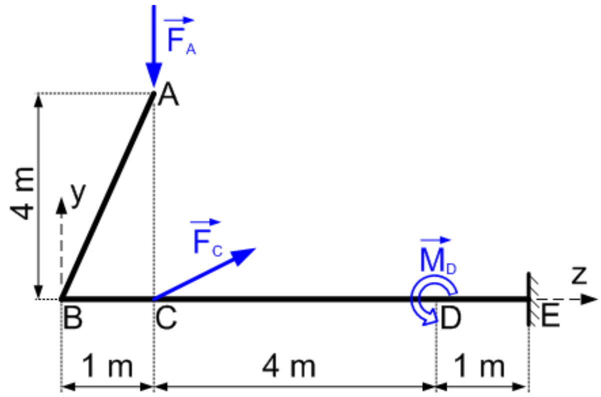
$$F_A = 1\text{kN}, \vec{F}_C = 0.6\vec{e}_y - 1.6\vec{e}_z \text{ kN},\ \vec{M}_D = -2.5\vec{e}_x \text{ kNm}.$$

a, Állítsa elő az erőrendszer redukált vektorkettősét a *C* jelű pontban!

b, Számítsa ki a redukált vektorkettőst az *E* jelű pontban a 3D és 2D képletek segítségével is!

c, Határozza meg az *E* jelű falban ébredő támasztl!

d, Számítsa ki centrális egyenes metszéspontját a *z* tengellyel, illetve a *C* ponthoz legközelebbi pontját, majd adja meg az egyenletét!



$$a,\ \vec{F}_e = -0.4\vec{e}_y + 1.6\vec{e}_z \text{ kN},\ \vec{M}_C = -2.5\vec{e}_x \text{kNm},$$

$$b,\ \vec{F}_e = -0.4\vec{e}_y + 1.6\vec{e}_z \text{ kN},\ \vec{M}_E = -4.5\vec{e}_x \text{kNm},$$

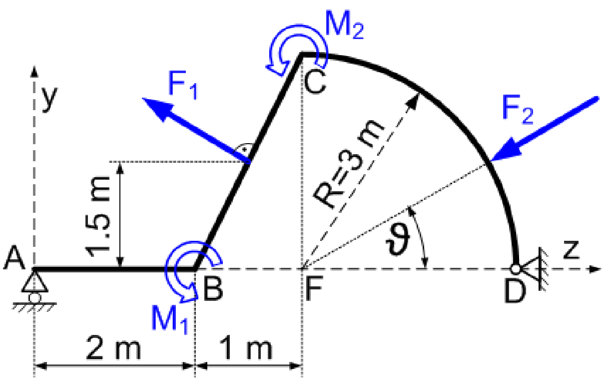
$$c,\ \vec{F}_e = 0.4\vec{e}_y - 1.6\vec{e}_z \text{ kN},\ \vec{M}_\varepsilon = 4.5\vec{e}_x \text{kNm}.$$

1.12. Adott az ábrán látható erőrendszer, ahol: F_1=10kN, F_2=5kN, M_1=3kNm, M_2=6kNm, és ϑ=25°.

a, Adja meg az $\vec{F}_1$ és $\vec{F}_2$ erőket vektoriális alakban a feltüntetett koordináta-rendszerben!

b, Határozza meg az erőrendszer redukált vektorkettősét a *B* jelű pontban!

c, Számítsa ki az erőrendszer nyomatékát a *F* jelű pontban, majd számítsa ki az erőrendszer centrális egyenesének *F*-hez legközelebbi pontját, majd adja meg az egyenletét!



d, Határozza meg azt a pontot a *z* tengely mentén, ahol az erőrendszer csak az eredőjével helyettesíthető!

$a,\ \vec{F}_2 = -4.53\vec{e}_z - 2.11\vec{e}_y\ \text{kN}, \vec{r}_2 = 2.719\vec{e}_z + 1.267\vec{e}_y,\ \vec{F}_1 = +3.162\vec{e}_y - 9.486\vec{e}_z\ \text{kN},$

$b,\ \vec{F}_e = 1.047\vec{e}_y - 14.01\vec{e}_z\ \text{kN},\ \vec{M}_B = -22.7\vec{e}_x \text{kNm},$

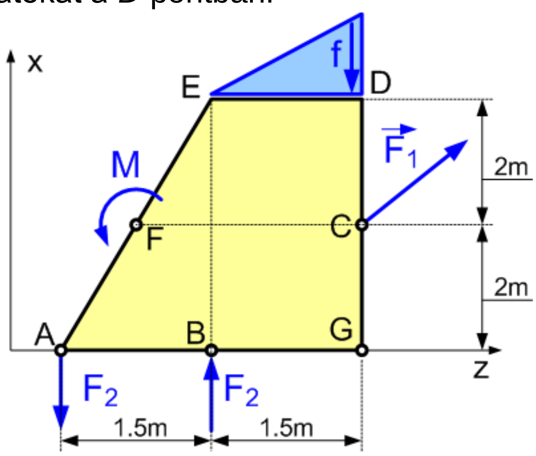
$c,\ \vec{M}_F = -21.64\vec{e}_x\ \text{kNm},\ \vec{r}_G = 1.536\vec{e}_y + 3.115\vec{e}_z\ \text{m}, z = 23.6 - 13.34y,$

$d, z_c = 23.6\,\text{m}$

1.13. Az ábrán látható platform terhelései a következők:

$\vec{f} = -0.2\vec{e}_x\ \text{kN}, \vec{F}_1 = 1.5\vec{e}_z + \vec{e}_x \text{kN}, \text{F}_2 = 100\text{N},\ M = 800\text{Nm}$

a, Helyettesítse az *ED* szakaszon ható *f* megoszló terhelést egy koncentrált erővel és adja meg a helyvektorát!
b, Számítsa ki a külső erőrendszer *G* pontba számított redukált vektorkettősét!
c, Határozza meg az erőrendszer nyomatékát a *D* pontban!
d, Hol és milyen irányú rúddal tudnánk megtámasztani a szerkezetet a *z* tengely mentén?
e, Hol van az *AGDE* síkidom súlypontja?
f, Hol lenne az *AGDE* keresztmetszet súlypontja, ha az *ABE* háromszög sűrűsége a kétszerese az *EBGD* sűrűségének!

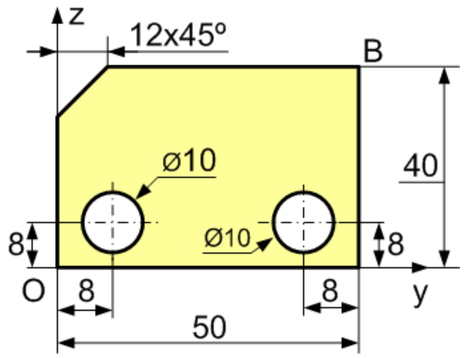


$a, \vec{F}_f = -0.15\vec{e}_x \text{kN}, \vec{r}_{Sf} = 4\vec{e}_x + 2.5\vec{e}_z \text{m},$

$b, \vec{F}_e = 0.85\vec{e}_x + 1.5\vec{e}_z\ \text{kN}, \vec{M}_G = -1.975\vec{e}_x \text{kNm}, c, \vec{M}_D = 4.025\vec{e}_x \text{kNm},$

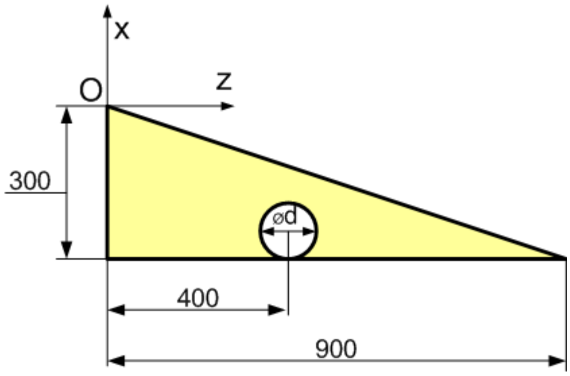
$e,\ \vec{r}_{AS} = 1.833\vec{e}_z + 1.777\vec{e}_x\ \text{m},\ f,\ \vec{r}_{AS}\,' = 1.625\vec{e}_z + 1.666\vec{e}_x\ \text{m}$

1.14. Határozza meg a vázolt keresztmetszet súlypontját!



$$\vec{r}_{OS} = \frac{\vec{S}_O}{A_{össz}} = \frac{45785\vec{e}_y + 36151.36\vec{e}_z}{1770.92}$$

1.15. Határozza meg az ábrán vázolt keresztmetszet súlypontját a megadott koordináta-rendszerben, ha *d*=100 mm! A méretek mm-ben értendők! Számítsa ki a szerkezet P(-300,0) mm pontba számított statikai nyomatékát!

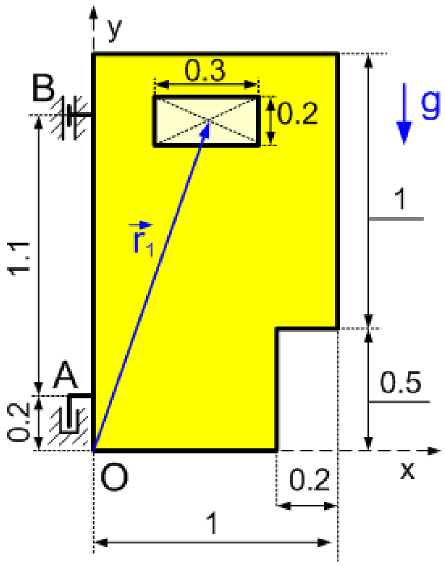


$$\vec{r}_{OS} = -196.9\vec{e}_x + 293.8\vec{e}_z\,\mathrm{mm},\ \vec{S}_P = 13107300\vec{e}_x + 37358400\vec{e}_z\,\mathrm{mm}^3$$

1.16. Adott az ábrán látható biztonsági ajtó, amelybe egy 0.2mx0.3m speciális üveget helyeztünk be. Az ajtó anyaga tízszer sűrűbb az üvegnél és a fajlagos sűrűsége ρ_f=10.71kg/m^2.

a, Számítsa ki a szerkezet súlypontját, ha $\vec{r}_1 = 0.5\vec{e}_x + 1.1\vec{e}_y\,\mathrm{m}$.

b, Adja meg az ajtó *O* pontjára, majd az *x* tengelyre számított statikai nyomatékot, valamint a súlypontot az $\vec{r}_1$ függvényében (paraméteresen)!

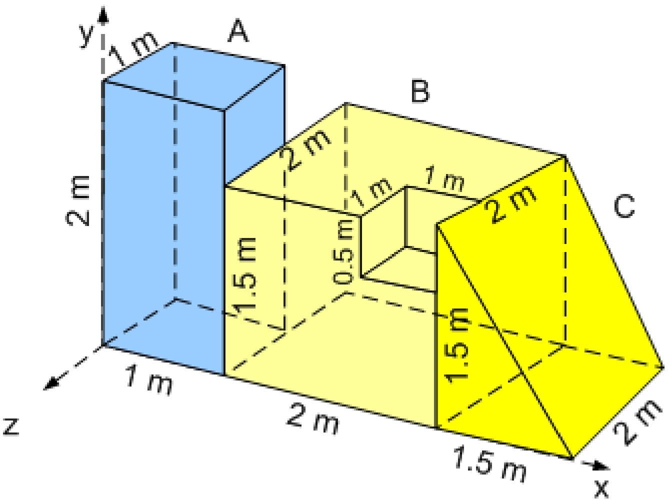


$$\vec{r}_S = \frac{6.6\vec{e}_x + 10.25\vec{e}_y + 0.06(r_{1x}\vec{e}_x + r_{1y}\vec{e}_y)\,\mathrm{m}^3}{14.06\mathrm{m}^2},\ S_x = 10.15 + 0.06r_{1y}\,\mathrm{m}^3,\ m = 150\,\mathrm{kg}$$

1.17. Az *A*, *B* és *C* jelű szerkezeti elemeket az ábrán látható elrendezésben helyeztük fel egy raklapra.

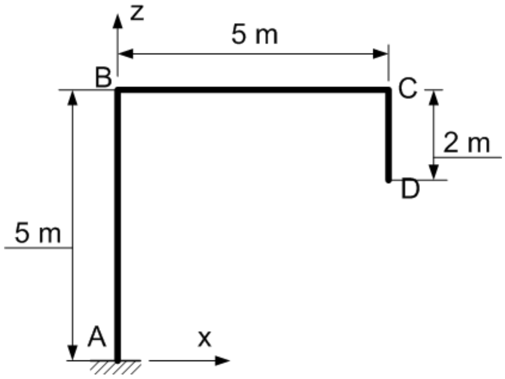
a, Számítsa ki a rendszer súlypontjának helyvektorát, ha az *A* jelű elem a *B* jelű elem sűrűségének 0.75-szöröse, a *B* jelű elem a *C* test sűrűségének a fele.

b, Határozza meg a szerkezeti elemek össztömegét, ha a *C* jelű test sűrűsége ρ_C=7000kg/m^3.



$$\vec{r}_S = 2.45\vec{e}_x + 0.684\vec{e}_y - 0.98\vec{e}_z\ \mathrm{m}^3,\ m = 2(0.375\rho) + (6-0.5)0.5\rho + 2.25\rho$$

1.18. Adott az ábrán vázolt törtvonalú tartó. Határozza meg a törtvonal *D* pontjára számított statikai nyomatékát, a szerkezet súlypontját és a *z* jelű tengelyre számított statikai nyomatékot a felvázolt koordináta-rendszerben!



$$\vec{r}_{AS} = 1.875\vec{e}_x + 3.8\vec{e}_z \mathrm{m},\ \vec{S}_D = -37.5\vec{e}_x + 9.5\vec{e}_z \mathrm{m}^2, S_z = 22.5\,\mathrm{m}^2$$

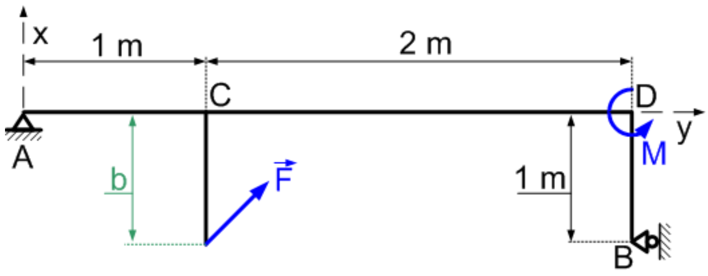
1.19. Az ábrán látható kéttámaszú tartó terhelései ismertek: $\vec{F} = 2\vec{e}_x + 2\vec{e}_y\ \mathrm{kN}$, $M = 5\,\mathrm{kNm}$.

a, Határozza meg a koncentrált erő *C* pontba számított redukált vektorkettősét, ha *b* = 3m!

b, Számítsa ki az *A* jelű csuklóban és *B* jelű görgőben ébredő támasztóerőket, ha *b* = 3m!

c, Határozza meg a *b* jelű távolság függvényében a támasztóerőket!

d, Mekkora legyen *F* értéke *b* =2 m esetén, ha a *B* jelű támaszt tehermentesíteni szeretnénk?



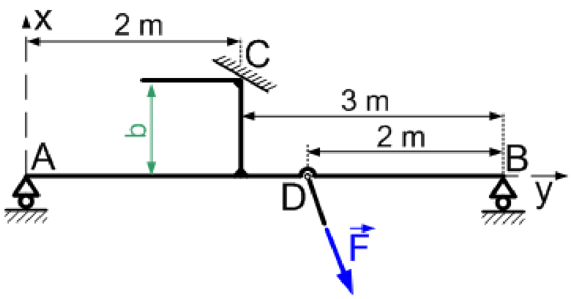
$$a,\ \vec{F}=2\vec{e}_x+2\vec{e}_y\text{kN},\vec{M}_1=-2b\vec{e}_z\ \text{kNm},d,\vec{F}=-1.667\vec{e}_x-1.667\vec{e}_y\text{kN}$$

$$c,\vec{F}_A=-2\vec{e}_x+(5+2b)\vec{e}_y\text{kN},\ \vec{F}_B=-(7+2b)\vec{e}_y\text{kN}$$

1.20. Az ábrán látható kéttámaszú tartó terhelése ismert: $\vec{F}=12\vec{e}_y-7\vec{e}_x\ \text{kN}$. A *C* pontban az *y* tengellyel α szöget bezáró súrlódásmentes felületre támaszkodik fel a tartó.

a, Számítsa ki az *A*, *B* és *C* jelű támaszokban ébredő támasztóerőket abban az esetben, ha *b* = 1m és α= 45°!

b, Hogyan függ az *A* és *B* jelű támasztóerő nagysága a *b* és α paraméterektől?



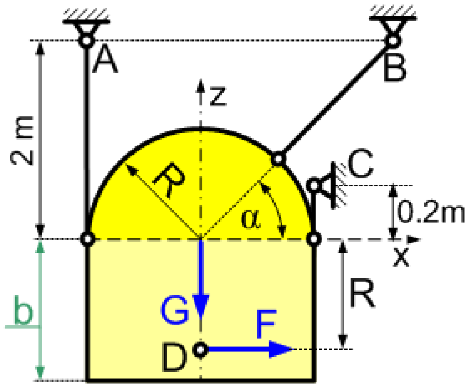
$$b,\ \vec{F}_C=-12tg(\alpha)\vec{e}_x-12\vec{e}_y\text{kN},\ \vec{F}_A=\left[2.8+2.4b+7.2tg(\alpha)\right]\vec{e}_x\text{kN},$$

$$\vec{F}_B=\left[4.2-2.4b+4.8tg(\alpha)\right]\vec{e}_x\text{kN},$$

1.21. Az ábrán látható szerkezeti elemet három rúd segítségével támasztunk meg, *G*= *F* = 5 kN, *α*=45°, *R* = 0.4m.

a, Számítsa ki az *A*, *B* és *C* jelű csuklókban ébredő támasztóerőket!

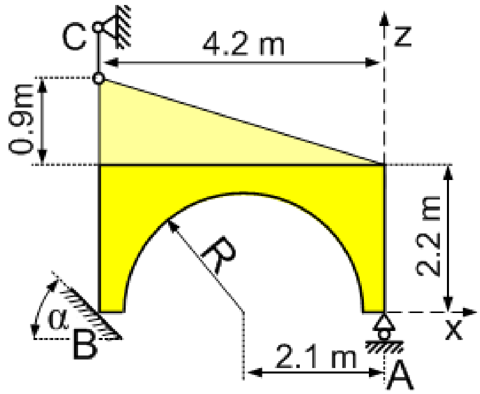
b, Hogyan válasszuk meg a *b* paramétert, ha azt szeretnénk, hogy a test súlypontja az origó essen? A keresztmetszet felső félkör alapú része négyszer sűrűbb, mint az alsó *b*-vel jellemezett téglalap keresztmetszeté.
(Segítség a ***b,*** részhez: a félkör súlypontja: (0, 0.424R) m)



$$b = 0.652m;\quad b,\ \vec{F}_A = 7.5\vec{e}_z\ \mathrm{kN}, \vec{F}_C = 2.5\vec{e}_z\ \mathrm{kN}, \vec{F}_B = -5\vec{e}_x - 5\vec{e}_z \mathrm{kN},$$

1.22. Az ábrán látható szerkezeti elemet három ponton támasztunk meg, továbbá ismerjük, hogy $\vec{G} = -10\vec{e}_z\ \mathrm{kN}$, *α*=30°, *R* = 2m és a *B* jelű pontnál súrlódásmentes érintkezést tételezünk fel.

a, Számítsa ki a keresztmetszet súlypontját, ha a kijelölt felső háromszög keresztmetszetű rész sűrűsége a harmada az alsó rész anyagának!
b, Határozza meg a szerkezet támasztóerőit!
(Segítség az ***a,*** részhez: a félkör súlypontja: (-2.1, 0.424*R*) m)



$$a,\ \vec{r}_S = \frac{-23.94\vec{e}_x + 19.24\vec{e}_z}{10.77}\ \mathrm{m},$$

$$b,\ \vec{F}_A = 4.72\vec{e}_z\ \mathrm{kN},\ \vec{F}_B = \vec{0}\,\mathrm{kN}, \vec{F}_C = 5.28\vec{e}_z\ \mathrm{kN},$$