

ProbaZH II

Egy tipikus Zh: 1.1.b, 1.2.c, 1.4.c, 1.5.a, 1.6.b, 2.1.a, 2.2.a, 3.1.a, 5.1.a, 4.1.

1 Beugro feladatok

- $y'(x) = x + 1$, $y(0) = 3$. Mennyi $y(1)$?
 - $y'(x) = 1/x + 1$, $y(1) = 3$. Mennyi $y(2)$?
 - $y'(x) = e^{-2x}$, $y(0) = 3$. Mennyi $y(1)$?
- Szamítsd ki a kovetkezo integralokat!
 - $\int xy^3 + x + 1 dx$, $\int xy^3 + x + 1 dy$,
 - $\int e^{2x+3y} dx$, $\int e^{2x+3y} dy$,
 - $\int x/y dx$, $\int x/y dy$.
- Mennyi $\int \int_D 7 dA$, ha $D = \{(x, y); 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 4\}$?
 - Mennyi $\int \int_D 8 dA$, ha $D = \{(x, y); 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 4\}$?
 - Mennyi $\int \int_D 9 dA$, ha $D = \{(x, y); x \leq 1, 0 \leq y \leq x\}$?
- Rajzold le a kovetkezo tartomanyokat!
 - $D = \{(x, y); -2 + 2x \leq y, -2 - x \leq y, y \leq 0\}$
 - $D = \{(r, \phi); 0 \leq r \leq 3, 0 \leq \phi \leq 3\pi/4\}$
 - $D = \{(r, \phi); 1 \leq x \leq 3, \pi \leq \phi \leq 2\pi\}$
- Ird fel a kovetkezo $f(x, y)$ fuggvenyek kozelito elsorendu $T_1(x, y)$ Taylor-polinomjat az $(x, y) = (0, 0)$ pont korul!
 - $e^{3x-5y+xy}$,
 - $\sin(3x - 5y^2 + xy)$,
 - $2 + 3x + 4y + 5xy + 6y^2$.
- Oldd meg a kovetkezo DE-eket!
 $y'' = -y$, $y' = -x$, $y' = 5y$, $y'' = -y$, $y'' = 0$.
 - Keresd meg az $y' = f(y)$ DE fixpontjait, ha $f(x) = -2y + 4$, $y^2 - 4$, $3y^3 - y^2$, $y^3 - y$, 1 , e^x .
 - Kersed meg a kovetkezo matrixok sajátvektorait es sajátertekeit!
$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -4 \end{pmatrix},$$
 - Ird fel a kovetkezo DE-k karakterisztikus egyenleteit es keresd meg azok gyokeit!
 $y' = -6y$, $y' + 8y = 0$, $y'' + 6y' - 9y = 0$, $y'' = -9y$.

2

- Legyen $y' = f(y) = -(y + 1)(y - 3)$.
 - Keresd meg a DE fixpontjait!
 - Vizsgald meg azok stabilitasat! (indokold valaszodat!)
 - Rajzold le a DE megoldassereget!Ismeteld meg az elozo feladatot a kovetkezo $f(y)$ fuggvényekre!
 $-y^2 + 4$, $y^2 - 4$, $-y + 3$, $y + 3$, $y^3 - y$, $y(2 - y)(y - 3)$.
- Legyen $y' = -(y + 1)$.
 - Keresd meg a DE altalanos megoldasat!
 - Keresd meg a DE partikularis megoldasat, ha $y(1) = 3$!Ismeteld meg az elozo feladatot a kovetkezo esetekben!
 e^{2y} , $y(0) = 3$; $4y^2 + 1$, $y(0) = 1$; $2y - 4$, $y(0) = 1$.

3

1. Legyen $y'' - 16y = 0$.

- Ird fel a DE karakterisztikus egyenletet es keresd meg a gyokeit!
- Ird fel a DE altalános megoldását!
- Ird fel a DE partikularis megoldását, ha $y(0) = 3$, $y'(0) = 4$!

Ismeteld meg az elozo feladatot a kovetkezo esetekben!

$$\begin{array}{ll} y'' - 16y = 0, & y(0) = 3, y'(0) = 4; \\ y'' = 0, & y(0) = 3, y'(0) = 4; \\ y'' - 4y' + 3y = 0, & y(0) = 3, y'(0) = 4; \\ y'' - 4y' + 5y = 0, & y(0) = 3, y'(0) = 4; \\ y'' - 4y' + 4y = 0, & y(0) = 3, y'(0) = 4. \end{array}$$

2. Ird fel f masodrendu kozelito Taylor-polinomjat az $(x, y) = (0, 0)$ pont korul, ha $f(x, y) =$

- (a) $e^{3x-5y+xy}$,
- (b) $\sin(3x - 5y^2 + xy)$,
- (c) $2 + 3x + 4y + 5xy + 6y^2$.

4

1. Legyen

$$\frac{d}{dx} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

- Keresd meg A sajatertekeit!
- Keresd meg A sajátvektorait!
- Ird fel a DE altalános megoldását!
- Ird fel a DE partikularis megoldását, ha

$$\begin{pmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Ismeteld meg az elozo feladatot akkor, ha $A =$

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix},$$

(A legutolso esetben komplex számokkal kell dolgozni, ilyen nem lesz a Zh-ban.)

5

1. Szamold ki a kovetkezo kettos integralokat!

(a)

$$\int_{y=1}^2 \int_{x=3}^4 x + 2y \, dx dy$$

(b)

$$\int_{y=1}^2 \int_{x=3}^4 e^x \sin(3y) \, dx dy$$

(c)

$$\int_{y=1}^2 \int_{x=3}^4 99 + x - y \, dx dy$$

2. Szamold ki a kovetkezo kettos integralokat es rajzold le a D integralasi tartomanyt!

(a)

$$D = \{(x, y); x \leq 0, y \leq 1 + x, y \geq -1 - x\}, \quad \iint_D x + y^2 \, dA$$

(b)

$$D = \{(x, y); y \leq 0, y \geq -1 + x, y \geq -1 - x\}, \quad \iint_D x + y^2 \, dA$$

(c)

$$D = \{(x, y); x \geq 0, y \leq 1 - x, y \geq -1 - x\}, \quad \iint_D x + y^2 dA$$

3. Szamold ki a kovetkezo kettos integralokat es rajzold le a D integralasi tartomanyt!

(a)

$$D = \{(r, \phi); 0 \leq r \leq 3, 0 \leq \phi \leq 3\pi/4\}, \quad \iint_D x + 3y dA$$

(b)

$$D = \{(r, \phi); 2 \leq r \leq 3, \pi \leq \phi \leq 2\pi\}, \quad \iint_D x + y dA$$

(c)

$$D = \{(r, \phi); 2 \leq r \leq 3, \pi \leq \phi \leq 2\pi\}, \quad \iint_D (x^2 + y^2)^{13} dA$$