

1. $f(x, y) = x^3y^6 + x^3 + y^6, \quad \sin(x^2 + y^3), \quad \frac{x}{x+y}$.
Szamold ki a kovetkezoeket: $f'_x, f'_y, f'_{xx}, f'_{yy}, f'_{xy}, f'_{yx}$.

2. Kersesd meg a kovetkezo fuggvények szelsoertekeit!
 $x^3 - 3x + 3y - y^3, \quad x^2 - xy - y^2 - x - y, \quad xe^{-x} + y^2 - y$.

3. Kersesd meg a kovetkezo fuggvények masodrendu Taylor polinomjait az $(x, y) = (0, 0)$ pont korul!
 $e^{-2x+y}, \quad xe^y, \quad \cos(x - 2y)$.

4. Oldd meg a kovetkezo differencialegyenleteket!

- $y' = x, y(0) = 1,$
- $y' = xe^x, y(0) = 1,$
- $y' = xe^{x^2}, y(0) = 1,$
- $y'' = 1, y(0) = 1, y'(0) = 2,$
- $y'' = x, y(0) = 1, y'(0) = 2,$
- $y' = -3y, y(0) = 1,$
- $y' + y = 0,$
- $y' + 3y = e^{2x},$
- $y' + 3y = x + 1,$
- $y' + 3y = e^{2x} + x + 1,$
- $y'' + y = 0, y(0) = 1, y'(0) = 2,$
- $y'' - y = 0, y(0) = 1, y'(0) = 2,$
- $y'' - 2y' + 5y = 0,$

5. $y' = -2y + 1$. Kersesd meg a DE fixpontjat es vizsgald meg a stabilitasat!
Ird fel a fixpont koruli linearizalt DE-t! Rajzold le a megoldasgorbeket!
Mennyi $\lim_{x \rightarrow \infty} y(x)$, ha $y(0) = 1.5$?

6. Ismeteld meg az elozo feladatot az $y' = (y + 1)y(y - 2)$ DE eseteben!

7. Kersesd meg a

$$\frac{d}{dx} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix},$$

DE-k altalanos megoldasait!

Ird fel az $y_1(0) = 2, y_2(0) = 3$ kezdeti feltetelt kielegito megoldasokat!

8. $f(x, y, z) = x + xy + xyz$. Mennyi $\text{grad}(f), \quad \Delta f, \quad \text{div grad}(f), \quad \text{rot grad}(f)$?

9. $\bar{V}(x, y, z) = (x, z, y)$, illetve (zx, x, xyz) . Mennyi $\text{rot } \bar{V}, \quad \text{div } \bar{V}$?
Mennyi $\int_{\Gamma} \bar{V}(\bar{r}) d\bar{r}$, ha $\Gamma = \{(1 + t, t, 2t); 0 \leq t \leq 1\}$.