

Matematika I, ProbaZH 2

1 A

1.1 Beugro feladatok

A beugro feladatokból otból legalább hármat helyesen kell megoldani!

- Rajzold le az $f(x) = (3 - x)(x + 2)$ függvenyt!
- Szamítsd ki az $f(x) = -\ln(x + 1)$ függvény f^{-1} inverzet!
- Mennyi $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 + \frac{3}{2n}\right)^n$?
- Szamold ki $\left(\sqrt[6]{x^5}\right)'$ -t!
- Ird fel az $f(x) = e^{-2x}$ függvény elsőrendű Taylor polinomat $x = 0$ körül!

1.2

- Rajzold le az $f(x) = (x - 2)^3 x^2 (6 - x)$ függvenyt!
 - Mennyi $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$?
- Mennyi $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+2}{4x^2+5}$?

1.3

- Legyen $f(x) = x^3 + 6x$. Mennyi $\frac{f(2+\Delta x) - f(2)}{\Delta x}$?
 - Mennyi az előző kifejezés limesze ahogy $\Delta x \rightarrow 0$?
- Mennyi $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - e^{-2x}}{\sin(3x)}$?
- Mennyi $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x)}{x}$?

1.4

Szamold ki a következő függvények deriváltjait!

- $3x^2 + (4x)^3 + \frac{1}{x^{2/3}} + e^{-x}$
- $\sqrt[3]{\sin(4x)}$
- $\cos(3x) \ln(-x)$
- $\frac{2+x^2}{3+x}$

2 B

2.1 Beugro feladatok

A beugro feladatokból otból legalább hármat helyesen kell megoldani!

- Rajzold le az $f(x) = \frac{1}{(x+2)^3}$ függvenyt!
- Szamítsd ki az $f(x) = e^{-x+1}$ függvény f^{-1} inverzet!
- Mennyi $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{2n}\right)^n$?
- Mennyi $\frac{1}{\sqrt{x}}$ deriváltja?
- Keresd meg az $f(x) = 2x - 3x^2$ függvény szélsőértéket és határozd meg annak a típusát!

2.2

- Vizsgald meg az $a_n = \frac{(-1)^n}{2n+1}$ sorozatot a monotonitás szempontjából!
 - Mennyi $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$?
- $f(x) = 2e^{x+4}$.
 - Mennyi $f^{-1}(x)$?
 - Mennyi D_f és R_f ?
 - Mennyi $D_{f^{-1}}$ és $R_{f^{-1}}$?
 - Rajzold le f -t és f^{-1} -et ugyanarra az ábrára!

2.3

- Írd fel az $f(x) = x^3 + x$ függvénynek az $x = 2$ pontba huzott érintőjének az $y(x)$ egyenletét!
 - Mennyi $f(2 + \Delta x) - y(2 + \Delta x)$?
- $f(x) = -3x^2 + 2x^3$.
 - Keresd meg f gyökeit és határozd meg azok multiplicitását!
 - Mennyi $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$?
 - Hol vannak a függvény lokális szélsőértékei és milyen típusúak?
 - Hol van a függvény inflexios pontja?
 - Rajzold le ugyanarra az ábrára f -t és f' -t!

2.4

Szamold ki a következő függvények deriváltjait!

- $\sqrt[3]{x^4} + \frac{1}{x^6} + \cos(3x) + \ln(2x)$
- $\sin(\sqrt[3]{x})$
- $x^7 \cos(2x - 1)$
- $\frac{\sin(2x)}{x^2 + 1}$

3 C

3.1 Beugro feladatok

A beugro feladatokból otból legalább hármat helyesen kell megoldani!

- Rajzold le az $\arccotg(x)$ függvenyt!
- Keresd meg az $f(x) = 5x - 6$ függvény f^{-1} inverzet!
- Mennyi $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6+2n}{3n+7}$?
- Mennyi $(e^{-x})'$?
- Ird fel az $f(x) = \frac{1}{1+x}$ függvény elsőrendű Taylor polinomat az $x = 0$ pont körül!

3.2

- Vizsgald meg az $a_n = \frac{3^{2n+1}2^{n-1}}{5^{2n+5}}$ sorozat monotonitását!
 - Mennyi $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$?
- Mennyi $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+3}{2n}\right)^{2n+1}$?

3.3

- Legyen $f(x) = x - 3x^2$. Mennyi $\frac{f(2+\Delta x) - f(2)}{\Delta x}$?
 - Mennyi az előző kifejezés limesze ahogy $\Delta x \rightarrow 0$?
- Ird fel az $f(x) = \frac{1}{1-2x}$ függvény harmadrendű Taylor polinomat az $x = 0$ pont körül!

3.4

Számold ki a következő függvények deriváltjait!

- $\sqrt[3]{7x} + \frac{1}{(2x)^3} + tg((4x)) + ctg(4x)$
- $\ln\left(\frac{1+x}{2-x}\right)$
- $x \cdot \arcsin(x)$
- $\frac{\ln(4x)}{\frac{1}{x}+1}$

4 D

4.1 Beugro feladatok

A beugro feladatokból otból legalább hármat helyesen kell megoldani!

- Rajzold le az $f(x) = \ln(x + 1)$ függvenyt!
- Keresd meg az $f(x) = \sqrt{4 - x}$ függvény f^{-1} inverzet!
- Mennyi $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 - n^3$?
- Mennyi $(\operatorname{ctg}(3x))'$?
- Keresd meg az $f(x) = 2x^2 - 3x$ függvény minimumát és határozd meg a típusát!

4.2

- Vizsgald meg az $a_n = \frac{2n-1}{3n+2}$ sorozatot a monotonitása szempontjából!
 - Mennyi $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$?
- Legyen $f(x) = 2\sqrt{x-3} + 1$
 - Mennyi $f^{-1}(x)$?
 - Mennyi D_f és R_f ?
 - Mennyi $D_{f^{-1}}$ és $R_{f^{-1}}$?
 - Rajzold le f -t és f^{-1} -et ugyanarra az ábrára!

4.3

- Írd fel az $f(x) = x^2 - 3x$ függvénynek az $x_0 = 5$ pontban meghúzott érintőjének az $y(x)$ egyenletét!
- Rajzold le az $\frac{x}{(x-1)(x-2)}$ függvenyt!
- Legyen $f(x) = x \ln(x)$.
 - Keresd meg f szélsőértékeinek a helyét és határozd meg a típusát!
 - Mennyi $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x)}{1/x}$?

4.4

Számold ki a következő függvények deriváltjait!

- $\frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{2x} + \operatorname{arctg}(2x) + \operatorname{arcsin}(3x)$
- $\sin(\ln(2x))$
- $2^x e^{-x}$
- $\frac{\sqrt{4x}}{\cos(3x)}$