

Matematika I, ProbaZH 1

1 1

1.1 Beugro feladatok

A beugro feladatokból otból legalább hármat helyesen kell megoldani!

- Ird fel az alábbi polinom gyökeit! $x^2 + 9$. Ird fel a polinom gyöktenyezés alakját!
- Számold ki: $\frac{5+2i}{3-2i}$,
- $\bar{v}_1 = [2, 1, 3]$, $\bar{v}_2 = [-2, 1, 1]$. Mennyi $\bar{v}_1 \bar{v}_2$?
- Ird fel a $P(1, 2, 3)$ ponton átmenő, $\bar{v} = [-2, 1, 1]$ irányvektoru egyenes parametrikus egyenletet!
- Ird fel a háromdimenziós egységmatrixot!

1.2

- $z_1 = \sqrt{3} - i$. Mi z_1 trigonometrikus alakja?
- Mennyi z_1^3 és iz_1 ? Add meg az eredményeket algebrai alakban is!
- Mennyi $\sqrt[4]{\sqrt{3} - i}$?

1.3

- Add meg a következő lineáris leképezés A mátrixát!

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 3x - 5y \\ x - 2y \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

- Mennyi $A \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ és $A \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$? Mennyi $\det(A)$?
- Ird fel az A^{-1} inverzet definiáló egyenletet!
- Oldd meg a fentebbi egyenletet, vagyis számold ki A^{-1} -et!

1.4

- Add meg a $P_1[1, 1, 3]$, $P_2[2, 1, 5]$ és a $P_3[1, 0, 2]$ pontokat tartalmazó sík egy normalvektorát!
- Add meg a sík egyenletét!
- Adott két pont: $P_1[1, 2, 2]$ és $P_2[0, 3, 1]$. Add meg a rajtuk keresztül menő egyenes paraméteres egyenletét!
- Keresd meg az egyenes és a sík metszéspontját!

2 2

2.1 Beugro feladatok

A beugro feladatokból ötből legalább hármat helyesen kell megoldani!

- Ird fel az alábbi polinom gyökeit!
 $x^2 + 9x$,
Ird fel a polinom gyöktenyezős alakját!
- Ird fel $z = 5 - 5i$ trigonometrikus alakját!
- $\bar{v}_1 = [2, 1, 3]$, $\bar{v}_2 = [-2, 1, 1]$. Mennyi $\bar{v}_1 \times \bar{v}_2$?
- Ird fel a $P(1, 2, 1)$ ponton átmenő, $\bar{v} = [-2, 0, 1]$ normálvektoru sík egyenletét!
- Mennyi $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$?

2.2

- $z_1 = 1 - i$. Mi z_1 trigonometrikus alakja?
Ird fel $\sqrt{z_1}$ -et trigonometrikus alakban!
- Számold ki $\sqrt{z_1}$ -et trigonometrikus alakban!
- Oldd meg a következő kétismeretlenes egyenletrendszert!

$$\begin{aligned} iz_1 + (1 + i)z_2 &= 1 \\ iz_1 + z_2 &= 0 \end{aligned}$$

Ellenőrizd az eredményt!

2.3

- Ird fel az $x = y$ egyenesre történő merőleges tüközes lineáris transzformációját, illetve annak T matrixát!
- Mennyi T^2 és T^{-1} ?
- Keresd meg T sajátértékeit és sajátvektorait!

2.4

- Legyen $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$, Ird fel az A inverzét definiáló egyenletet!
- Mennyi A^{-1} ?
- Legyen $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$. Mennyi B^{-1} ?

3 3

3.1 Beugro feladatok

A beugro feladatokból ötből legalább hármat helyesen kell megoldani!

- Mennyi a következő maradékos osztás hányadosa és maradéka?
 $(6x + 3) : (2x + 8)$
- Ird fel z algebrai alakjait, ahol
 $z = 4(\cos 225^\circ + i \sin 225^\circ)$

- $\bar{v} = [2, 1, 3]$. Mennyi \bar{v}^0 ?
- Add meg a következő lineáris leképezés mátrixát! $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 3x - y \\ x - 2y \end{bmatrix}$
- Mennyi $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} [2 \ 3 \ 4]$?

3.2

- Mennyi $\sqrt[3]{i}$? Add meg az eredményt algebrai és trigonometrikus alakban is!
- $\bar{v}_1 = [3, 2]$, $\bar{v}_2 = [0, 4]$. Számold ki α és β -t, ha

$$[3, 1] = \alpha \bar{v}_1 + \beta \bar{v}_2$$

- $\bar{v}_1 = [3, 2]$, $\bar{v}_2 = [0, 4]$. Számold ki α és β -t, ha

$$[x, y] = \alpha \bar{v}_1 + \beta \bar{v}_2$$

- Keresd meg azokat R , S mátrixokat, amelyekre teljesül az, hogy

$$R \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}, \quad S \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

- Mennyi RS és SR ?

3.3

- Oldd meg a Gauss-elimináció segítségével a következő egyenletrendszert! Ellenorizd az eredményt!

$$\begin{aligned} x - y + z &= 1 \\ 2x + y - z &= 2 \\ -x - y + 2z &= 0 \end{aligned}$$

3.4

- $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 4x \\ 3x - 2y \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$.
Mennyi A ?
- Keresd meg A sajátértékeit!
- Keresd meg A sajátvektorait!
- Ird fel $\bar{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ vektort a sajátvektorok lineáris kombinációjaként!
- Mennyi $A^{55}\bar{v}$?

4 4

4.1 Beugro feladatok

A beugro feladatokból otból legalább hármat helyesen kell megoldani!

- Mennyi i^5 ?
- Mennyi $(4(\cos 35^\circ + i \sin 35^\circ))(3(\cos 88^\circ + i \sin 28^\circ))$ trigonometrikus alakja?
- $\bar{v}_1 = [2, 1, 0]$, $\bar{v}_2 = [-2, 0, 1]$, $\bar{v}_3 = [3, 1, 0]$. Mennyi $(\bar{v}_1 \bar{v}_2 \bar{v}_3)$?
- Legyen $A \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$, $A \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix}$. Mennyi A ?
- Mennyi $[2 \ 3 \ 4] \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$?

4.2

- Legyen

$$\phi : \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 3x - 5y \\ x - 2y \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \quad \psi : \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 4x - y \\ 6x - y \end{bmatrix} = B \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}.$$

Ha $\phi \left(\psi \left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \right) \right) = C \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$, akkor mennyi a C matrix?

Ha $\psi \left(\phi \left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \right) \right) = D \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$, akkor mennyi a D matrix?

- Mennyi $DC - CD + 3E$?

4.3

$$\bar{v}_1 = [2, 1, 3], \quad \bar{v}_2 = [-2, 1, 1], \quad \bar{v}_3 = [3, 1, 0].$$

- Mennyi $3\bar{v}_1 + 2\bar{v}_2$?
- Mennyi $\bar{v}_1 \bar{v}_2$?
- Mennyi $\bar{v}_1 \times \bar{v}_2$?
- Mennyi $(\bar{v}_1 \bar{v}_2 \bar{v}_3)$?
- Meroleges-e \bar{v}_1 és \bar{v}_2 ? Miert?
- Egy síkba esik-e \bar{v}_1 , \bar{v}_2 és \bar{v}_3 ? Miert?
- Mekkora szöveget zár be \bar{v}_1 és \bar{v}_2 ?

4.4

- Oldd meg a Gauss-elimináció segítségével a következő egyenletrendszert!

$$\begin{aligned} x - 3y + z &= 2 \\ 2x + y - z &= 1 \\ -x - 3y + 2z &= 1 \end{aligned}$$

- Oldd meg a következő kétismeretlenes egyenletrendszert!

$$\begin{aligned} (1 - i)z_1 + (1 + i)z_2 &= 1 \\ z_1 - z_2 &= i \end{aligned}$$

Ellenőrizd az eredményt!