Mintafeladatok a masodik ZH-hoz (Matematika I)

November 14, 2011

1. Abrazold a kovetkezo sorozatok nehany elso tagjat! Mennyi a sorozatok hatarerteke (ha letezik a hatarertek)?

$$a_n = 1/n, \qquad a_n = (-1)^n, \qquad a_n = (-1)^n/n,$$
$$a_n = \frac{n+1}{3n+5}, \qquad a_n = (-1)^n \frac{n+1}{3n+5}.$$

2. Vizsgald meg a kovetkezo sorozatok monotonitasat!

$$a_n = \frac{n+1}{3n+5}, \qquad a_n = (-1)^n \frac{n+1}{3n+5}$$

3. Szamold ki a kovetkezo hatarertekeket!

$$\lim_{n\to\infty} \frac{2n}{n^2+1}, \qquad \lim_{n\to\infty} \frac{2n^2-3}{n^2+1}, \qquad \lim_{n\to\infty} \frac{2n^3+3}{n^2+1}, \qquad \lim_{n\to\infty} \frac{0.2^{n+1}}{0.5^n},$$
$$\lim_{n\to\infty} \frac{0.2^{n+1}}{0.5^{3n-3}}, \qquad \lim_{n\to\infty} \frac{3^{2n}2^{3n}}{5^{3n}}, \qquad \lim_{n\to\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^n,$$
$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{n-3}{n}\right)^n, \qquad \lim_{n\to\infty} \left(\frac{n-3}{n}\right)^{2n}, \qquad \lim_{n\to\infty} \left(\frac{n-3}{n}\right)^{2n+4},$$

4. Szamold ki a kovetkezo hatarertekeket!

$$\lim_{x\to\infty} \frac{2x}{x^2+1}, \qquad \lim_{x\to\infty} x^2+1, \qquad \lim_{x\to\infty} x^2-x^3,$$
$$\lim_{x\to-\infty} \frac{2x}{x^2+1}, \qquad \lim_{x\to-\infty} x^2+1, \qquad \lim_{x\to-\infty} x^2-x^3,$$

5. Legyen $f(x) = x^3 + 2x$. Szamold ki a kovetkezo kifejezeseket!

$$\frac{f(3+\Delta x)-f(3)}{\Delta x}, \qquad f'(3) = \lim_{\Delta x\to 0} \frac{f(3+\Delta x)-f(3)}{\Delta x},$$
$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x\to 0} \frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x},$$

6. Legyen $f(x) = x^3 + 2x$. Ird fel az $f(x)$ fuggveny erintojenek az $y(x)$ egyenletet az $x_0 = 2$ pontban!
Numerikusn szamold ki, hogy mennyi $f(x_0+\Delta x) - y(x_0+\Delta x)$, ha $\Delta x = 0.1,\ 0.01,\ 0.001$.
Ismeteld meg a feladatot az $f(x) = \sin x$ fuggvenyre az $x_0 = \pi/4$ pontban!

7. Szamold ki a kovetkezo fuggvenyek derivaltjait!

$$2x^2 + (2x)^2 + \sqrt[3]{x^2} + x^{-2/3} + \ln 2x, \qquad \sqrt[2]{(2x)^3} + \frac{1}{3\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{3x}} + \ln x^2$$

$$xe^x, \qquad x^5e^{-x}, \qquad \ln x\cos(2x), \qquad \sqrt{\cos x}, \qquad \cos\sqrt{x}, \qquad \frac{\cos x}{x^2},$$

$$\frac{e^x + x}{x^2}, \qquad tg(3x)/x, \qquad arctg(-x)x, \qquad arctg(x^2-1)2^x.$$

8. Szamold ki a kovetkezo fuggvenyek elso negy derivaltjat!

$$x, \qquad x^3, \qquad x^5, \qquad \cos x, \qquad e^{3x}, \qquad \frac{1}{1-x}, \qquad \ln(x-1).$$

9. Szamold ki a L'Hospital szabaly segitsegevel a kovetkezo hatarertekeket!

$$\lim_{x\to 0} tg(x)/x, \qquad \lim_{x\to 0}\frac{\sin(3x)}{1-e^{4x}}, \qquad \lim_{x\to\infty}\frac{\ln x}{x}, \qquad \lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{e^{4x}},$$

10. Legyen $f(x) = 1 + \frac{1}{2}x$. Mennyi $f^{-1}(x)$?
Rajzold le egy arbrara $f(x)$-et es $f^{-1}(x)$-et!
Add a fuggvenyek ertelmezesi tartomanyait es ertekkeszleteit!

    Ismeteld meg ugyanezt az $f(x) = \sqrt{x+2}$, $f(x) = \sqrt{x} + 2$, $f(x) = e^{x+2}$, $f(x) = e^x + 2$ fuggvenyekre is!

11. Szamitsd ki a kovetkezo kifejezesek egzakt ertekeit!

$$\ln e^3, \quad \ln\frac{1}{\sqrt{e}}, \quad \lg 1000, \quad \lg 0.01, \quad \lg\sqrt[3]{100}, \quad \cos 120°, \quad \sin\frac{5\pi}{6},$$

$$arcsin(-\frac{\sqrt{3}}{2}), \quad arctg(-1), \quad arcctg(\sqrt{3}).$$

12. Rajzold le $f(x)$-et es $f'(x)$-et ugyanarra az abrara a kovetkezo fuggvenyek eseteben:

$$x^2, \quad \sqrt{x}, \quad e^x, \quad tg(x), \quad ctg(x), \quad arcsin(x), \quad arccos(x), \quad \ln x,$$

13. Rajzold le az $f(x) = -x^3 - x$ fuggvenyt es annak elso ket derivaltjat! Keresd meg f lokalis szelsoertekeit es inflexios pontjat! Add meg, hogy hol novekvo, illetve csokkeno f, es azt is, hogy hol konvex, illetve konkav a fuggveny!

    Ismeteld meg ugyanezt a kovetkezo fuggvenyekre is!

$$x^2 - x^4, \qquad (x-1)(x-2)(2-2x), \qquad e^{-2x}x, \qquad x\ln x.$$