

1 Matematika I, Minta ZH 2.

(Zh.: Egy-egy feledat I-IV-ig.)

I. Szamold ki a kovetkezo fuggvenyek derivaltjait!

1.
 - $\frac{2+x^3}{3+x^2}$
 - $\sqrt[3]{x^7} + \frac{1}{x^3} + \sin(3x) + \ln(2x)$
 - $\frac{\ln(4x)}{\frac{1}{x}+1}$
 - $\sin(\ln(2x))$
 - $\frac{\sqrt[8]{-x+2}}{\operatorname{ctg}(2x)}$
2.
 - $\operatorname{tg}(3x) \ln(-3x)$
 - $\sin(\sqrt{x+1})$
 - $\sqrt[2]{8x} + \frac{1}{(3x)^4} + \operatorname{tg}(x) + \operatorname{ctg}(4x)$
 - $\frac{\sqrt{4x-2}}{\sin(x-1)}$
 - $2^{3x} e^{-x+2}$
3.
 - $\sqrt[4]{\cos(-4x)}$
 - $x^3 \operatorname{tg}(2x-1)$
 - $\ln\left(\frac{3+2x}{2-5x}\right)$
 - $\frac{1}{\sqrt{3x}} + \sqrt{4x} + \operatorname{arctg}(-2x) + \operatorname{arcsin}(3x)$
 - $\operatorname{ctg}(\ln(-x+1))$
4.
 - $3x^5 + (2x)^4 + \frac{1}{x^{1/3}} + e^{-2x}$
 - $\frac{\cos(2x)}{x^2+1}$
 - $x \cdot \operatorname{arctg}(x)$
 - $\operatorname{tg}(\ln(-2x))$
 - $\frac{3}{\sqrt{2x}} + \sqrt{2x-1} + \operatorname{arctg}(-x) + \operatorname{arcsin}(2x)$

II.

1.
 - Legyen $f(x) = 2 + e^{x+1}$! Szamold ki f harmadrendu Taylor-polinomjat az $x = 0$ pont korul!
 - Keresd meg az $f(x) = 2x^2 - x^4$ fuggveny szelsoertekeit es hatarozd meg azok tipusat!
2. Legyen $f(x) = x^2 - x^3$.
 - Mennyi f, f', f'' ?
 - Hol vannak f szelsoertekei es milyen tipusuak?
 - Hol van f inflexios pontja?
 - Rajzold le f -t es f' -t (utobbit szagatott vonallal) ugyanarra az abrara!
3.
 - Legyen $f(x) = \sin(3x)$! Szamold ki f harmadrendu Taylor-polinomjat az $x = 0$ pont korul!
 - Keresd meg az $f(x) = 2x^2 - x^3$ fuggveny szelsoertekeit es hatarozd meg azok tipusat!
4. Legyen $f(x) = x \ln(3x)$.
 - Mi f értelmezési tartománya?
 - Mennyi f, f', f'' ?
 - Hol vannak f szelsoertekei es milyen tipusuak?

- Hol van f inflexios pontja?
 - Rajzold le f -t es f' -t (utobbit szaggatott vonallal) ugyanarra az abrara!
5. • Legyen $f(x) = \frac{1}{3-2x}$! Szamold ki f harmadrendu Taylor-polinomjat az $x = 0$ pont korul!
- Keresd meg az $f(x) = 2x^2 - x$ fuggveny szelsoertekeit es hatarozd meg azok tipusat!
6. Legyen $f(x) = xe^{2x}$.
- Mennyi f, f', f'' ?
 - Hol vannak f szelsoertekei es milyen tipusuak?
 - Hol van f inflexios pontja?
 - Rajzold le f -t es f' -t (utobbit szaggatott vonallal) ugyanarra az abrara!

III.

1. • Legyen $f(x) = \sqrt{x-2} - 1$.
- Mennyi $f^{-1}(x)$?
 - Mennyi D_f es R_f ?
 - Mennyi $D_{f^{-1}}$ es $R_{f^{-1}}$?
 - Rajzold le f -t es f^{-1} -et ugyanarra az abrara!
- Mennyi $\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n \frac{2n-9}{2n+3}$?
 - Mennyi $\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n \frac{-9}{2n+3}$?
2. • Legyen $f(x) = \ln(x-2) - 1$.
- Mennyi $f^{-1}(x)$?
 - Mennyi D_f es R_f ?
 - Mennyi $D_{f^{-1}}$ es $R_{f^{-1}}$?
 - Rajzold le f -t es f^{-1} -et ugyanarra az abrara!
- Mennyi $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3-9}{2n^4+3}$?
 - Mennyi $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^5-9}{2n^4+3}$?
3. • Legyen $f(x) = \exp(x-2) - 1$.
- Mennyi $f^{-1}(x)$?
 - Mennyi D_f es R_f ?
 - Mennyi $D_{f^{-1}}$ es $R_{f^{-1}}$?
 - Rajzold le f -t es f^{-1} -et ugyanarra az abrara!
- Mennyi $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n-9}{2n}\right)^{3n+2}$?
 - Mennyi $\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n \left(\frac{2n-9}{2n}\right)^{3n+2}$?
4. • Legyen $f(x) = x^3 + 1$.
- Mennyi $f^{-1}(x)$?
 - Mennyi D_f es R_f ?
 - Mennyi $D_{f^{-1}}$ es $R_{f^{-1}}$?
 - Rajzold le f -t es f^{-1} -et ugyanarra az abrara!
- Mennyi $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^{2n+3} 7^n}{6^{3n} 2^{n-1}}$?
 - Mennyi $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6^{3n} 2^{n-1}}{5^{2n+3} 7^n}$?

IV.

1. • Legyen $f(x) = x^3 + 6x$. Mennyi $\frac{f(2+\Delta x) - f(2)}{\Delta x}$?

- Mennyi az elozo kifejezes limesze ahogy $\Delta x \rightarrow 0$?
 - Mennyi $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-e^{-2x}}{\sin(3x)}$?
 - Mennyi $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x)}{x}$?
 - Vizsgald meg az $a_n = \frac{(-1)^n}{2n+1}$ sorozatot a monotonitas szempontjabol!
 - Mennyi $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$?
- 2.
- Legyen $f(x) = x^2 + 3x$. Mennyi $\frac{f(2+\Delta x)-f(2)}{\Delta x}$?
 - Mennyi az elozo kifejezes limesze ahogy $\Delta x \rightarrow 0$?
 - Mennyi $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(-2x)}{\sin(3x)}$?
 - Mennyi $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\exp(x)}{x^{13}}$?
 - Vizsgald meg az $a_n = \frac{(-1)^n n}{2n+1}$ sorozatot a monotonitas szempontjabol!
 - Mennyi $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$?
- 3.
- Legyen $f(x) = 9 + 3x$. Mennyi $\frac{f(2+\Delta x)-f(2)}{\Delta x}$?
 - Mennyi az elozo kifejezes limesze ahogy $\Delta x \rightarrow 0$?
 - Mennyi $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(-2x)-1}{x^2}$?
 - Mennyi $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{13}}{\exp(x)}$?
 - Vizsgald meg az $a_n = \frac{5n+3}{2n+1}$ sorozatot a monotonitas szempontjabol!
 - Mennyi $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$?
- 4.
- Ird fel az $f(x) = x^3 + x$ fuggvenynek az $x = 2$ pontba huzott erintojenek az $y(x)$ egyenletet!
 - Legyen $f(x) = x^3 + x$. Mennyi $\frac{f(2+\Delta x)-f(2)}{\Delta x}$?
 - Mennyi az elozo kifejezes limesze ahogy $\Delta x \rightarrow 0$?
 - Legyen $f(x) = 1/x$, $x_0 = 3$. Ird fel $f(x)$ -nel az $y(x)$ linearis kozeliteset az x_0 pont korul!
 - Adj meg a kozelites $|f(x_0 + \Delta x) - y(x_0 + \Delta x)|$ hibajara minel jobb becslest Δx fuggvenyeben (azon felteves mellett, hogy $\Delta x \in [0, 0.1]$) !
- 5.
- Ird fel az $f(x) = x^3 + x^2$ fuggvenynek az $x = 2$ pontba huzott erintojenek az $y(x)$ egyenletet!
 - Legyen $f(x) = x^3 + x^2$. Mennyi $\frac{f(2+\Delta x)-f(2)}{\Delta x}$?
 - Mennyi az elozo kifejezes limesze ahogy $\Delta x \rightarrow 0$?
 - Legyen $f(x) = 1/x^2$, $x_0 = 3$. Ird fel $f(x)$ -nel az $y(x)$ linearis kozeliteset az x_0 pont korul!
 - Adj meg a kozelites $|f(x_0 + \Delta x) - y(x_0 + \Delta x)|$ hibajara minel jobb becslest Δx fuggvenyeben (azon felteves mellett, hogy $\Delta x \in [0, 0.1]$) !
- 6.
- Ird fel az $f(x) = x + x^2$ fuggvenynek az $x = 2$ pontba huzott erintojenek az $y(x)$ egyenletet!
 - Legyen $f(x) = x + x^2$. Mennyi $\frac{f(2+\Delta x)-f(2)}{\Delta x}$?
 - Mennyi az elozo kifejezes limesze ahogy $\Delta x \rightarrow 0$?
 - Legyen $f(x) = 1/\sqrt{3x}$, $x_0 = 3$. Ird fel $f(x)$ -nel az $y(x)$ linearis kozeliteset az x_0 pont korul!
 - Adj meg a kozelites $|f(x_0 + \Delta x) - y(x_0 + \Delta x)|$ hibajara minel jobb becslest Δx fuggvenyeben (azon felteves mellett, hogy $\Delta x \in [0, 0.1]$) !