

Mintafeladatok a Matematika I első zárthelyiéhez

1. Rajzold le a következő polinomokat:

$$x(x-1)(x-2)(x+1), \quad x^2(x-1)(x-2)^3(x+1), \quad x^2(1-x)(x-2)^3(x+1), \quad x^2(1-x)(x-2)^3(x+1)^2.$$

2. Legyen $f(x) = 3x - 5$. Mennyi $f^{-1}(x)$?
Legyen $x_0 = 13$. Mennyi $f^5(x_0)$?

3. $z_1 = \sqrt{3} - i$. Mi z_1 trigonometrikus alakja?
 $z_2 = 4(\cos 135^\circ + i \sin 135^\circ)$. Mi z_2 algebrai alakja?
Rajzold le ezeket a számokat!

Számold ki z_1^3 trigonometrikus alakját!

Számold ki $\sqrt{z_2}$ -t trigonometrikus alakban!

4. Oldd meg a következő kétismeretlenes egyenletrendszert!

$$\begin{aligned} z_1 + (1 + i)z_2 &= 1 \\ iz_1 - z_2 &= i \end{aligned}$$

Ellenőrizd az eredményt!

5. $\bar{v}_1 = [2, 1]$, $\bar{v}_2 = [-2, 1]$. Számold ki α és β -t, ha

$$[3, 1] = \alpha \bar{v}_1 + \beta \bar{v}_2$$

6. $\bar{v}_1 = [2, 1]$, $\bar{v}_2 = [-2, 1]$. Számold ki α és β -t, ha

$$[x, y] = \alpha \bar{v}_1 + \beta \bar{v}_2$$

Mennyi x és y , ha adott α és β ?

Mennyi α és β , ha adott x és y ?

7. $\bar{a} = \bar{i} - \bar{j}$, $\bar{b} = \bar{j} + \bar{k}$, $\bar{c} = [1, 0, 2]$.

Mennyi \bar{a}^0 ?

Mennyi $\bar{a}\bar{b}$?

Mennyi $\bar{a} \times \bar{b}$?

Mennyi $\bar{a}\bar{b}\bar{c}$?

Add meg \bar{b} merőleges vetületét \bar{a}^0 -ra!

Mennyi \bar{a} és \bar{b} közrezárt szöge?

Mennyi a \bar{a} és \bar{b} által kifeszített paralelogramma területe?

Mennyi a \bar{a} és \bar{b} által kifeszített háromszög területe?

Mennyi a \bar{a} , \bar{b} és \bar{c} által kifeszített paralepipeton térfogata?

8. Adott két pont: $P_1[1, 0, 2]$ és $P_2[0, 3, 1]$. Add meg a rajtuk keresztül menő egyenes paraméteres egyenletét!
9. Add meg az $\vec{n} = [1, -1, 1]$ normálvektor \vec{A}° és a $P_1[1, 1, 1]$ pontot tartalmazó sík egyenletét!
10. Add meg a $P_1[1, 1, 1]$ pontot tartalmazó és az $\vec{a} = [1, 0, -1]$, $\vec{b} = [0, 1, 1]$ vektorokkal párhuzamos sík egyenletét!
11. Add meg a $P_1[1, 1, 1]$, $P_2[2, 1, 0]$ és a $P_3[1, 2, 2]$ pontokat tartalmazó sík egyenletét!
12. Keresd meg az $\vec{r}(t) = [1 - t, 3t, 2 - t]$ egyenes és az $x - y + z - 1 = 0$ sík metszéspontjait!
13. Add meg a következő lineáris leképezéseket mátrixok segítségével!

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} y \\ x - 2y \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x - 2y \\ y \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x - 2y \\ 2x \\ -y \end{bmatrix}.$$

Rajzold le, hogy az első transzformáció hova képezi le a sík egységnyezetét!

14. Add meg \mathbb{R}^2 -nek a következő transzformációit leíró mátrixokat:
- az y tengelyre való merőleges vetítés, illetve tükrözés,
 - az $y = x$ egyenesre való merőleges vetítés, illetve tükrözés,
 - 30° -os elforgatás az óramutató járása szerint.
15. Add meg \mathbb{R}^3 -nek a következő transzformációit leíró mátrixokat:
- az xy -síkra történő merőleges vetítés, illetve tükrözés,
 - 45° -os elforgatás az óramutató járása szerint a z -tengely körül.
16. Számítsd ki a következő kifejezéseket!

$$[2 \ 3 \ 4] \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad [2 \ 3 \ 4] \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}, \quad [2] [1 \ 2 \ 4], \quad [2 \ 3] \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}.$$

17. Számítsd ki a következő kifejezéseket!

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad AB - 3B + 2E = ? \quad B^2 - BE = ?$$

18. Oldd meg az alábbi egyenleteket!

$$[2] [x] = [1], \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 6 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & u \\ y & v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Mennyi

$$[2]^{-1}, \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}^{-1} ?$$

Oldd meg az

$$\begin{aligned} 2x + 2y &= 2 \\ 6x + 7y &= 4 \end{aligned}$$

egyenletrendszer!

19. Oldd meg a Gauss-elimináció segítségével a következő egyenletrendszert!

$$\begin{aligned}x - y + z &= 2 \\2x + y - z &= 1 \\-x - y + 2z &= 3\end{aligned}$$