

1. Legyen $a = i - j + 3k$, $b = 2j - k$, $c = i + 3j + 2k$. (1 + 2 + 2 + 1 + 2 + 2 pont)

- (a) Mennyi ab ?
- (b) Mennyi $a \times b$?
- (c) Mennyi abc ?
- (d) Mennyi $(a \times b)c$?
- (e) Írd fel a $A = a$, $B = b$ pontokon áthaladó egyenes egy paraméteres egyenletét!
- (f) Írd fel a $P = a$ pontot tartalmazó, $n = c$ normálvektorú sík egy egyenletét!

2. (6 + 2 + 2 pont)

- (a) Invertáld pivótálás felhasználásával a következő matrixot:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 16 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

- (b) Mennyi $\det(A)$?
- (c) Ellenőrizd az eredményt!

3. Legyen $u = 1 - i$, $v = 2 \left(\cos \left(\frac{2\pi}{4} \right) + i \sin \left(\frac{2\pi}{4} \right) \right)$. Mennyi (4 × 1 + 2 × 3 pont)

- (a) v algebrai alakja,
- (b) u trigonometrikus alakja,
- (c) \bar{u} ,
- (d) $u\bar{u}$,
- (e) u^3 ,
- (f) $\sqrt[3]{u}$?

4. Adott három pont: $A = (1, 0, 0)$, $B = (0, 0, 1)$, $C = (0, 1, 0)$. (7 + 3 pont)

- (a) Mennyi a C pont távolsága az A és B pontokon áthaladó egyenestől?
- (b) Mennyi az $b = B - A$ vektor merőleges vetülete a $c = C - A$ vektorra?

Megoldas

2.

$$\begin{pmatrix} & a_1 & a_2 & a_3 & e_1 & e_2 & e_3 \\ e_1 & 4 & 2 & 16 & 1 & 0 & 0 \\ e_2 & 1_p & 2 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ e_3 & 2 & 5 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} & a_1 & a_2 & a_3 & e_1 & e_2 & e_3 \\ e_1 & 0 & -6 & 4 & 1 & -4 & 0 \\ a_1 & 1 & 2 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ e_3 & 0 & 1_p & -2 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix} & a_1 & a_2 & a_3 & e_1 & e_2 & e_3 \\ e_1 & 0 & 0 & -8_p & 1 & -16 & 6 \\ a_1 & 1 & 0 & 7 & 0 & 5 & -2 \\ a_2 & 0 & 1 & -2 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} & a_1 & a_2 & a_3 & e_1 & e_2 & e_3 \\ a_3 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{8} & 2 & -\frac{3}{4} \\ a_1 & 1 & 0 & 0 & \frac{7}{8} & -9 & \frac{13}{4} \\ a_2 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{4} & 2 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

tehat $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{7}{8} & -9 & \frac{13}{4} \\ -\frac{1}{4} & 2 & -\frac{3}{4} \\ -\frac{1}{8} & 2 & -\frac{3}{4} \end{pmatrix}$

$\det(A) = 1_p \cdot 1_p \cdot (-8)_p$, mivel a $(1, 2, 3) \rightarrow (2, 3, 1)$ permutacio paros.