4. (3+3+4 pont)
A) Legyen $\vec{n_1} = (1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})^T$, $\vec{n_2} = (1/\sqrt{2}, -1/\sqrt{2})^T$, $\vec{r} = (5,6)^T$. Ha $\vec{r} = \alpha_1\vec{n_1} + \alpha_2\vec{n_2}$ akkor mennyi α_1 es α_2 ?

B) Legyen $\bar{a} = (3,3,3)$, $\bar{b} = (2,0,4)$. Mennyi

- az $\bar{a}\bar{b}$ skalaris szorzat,
- az $\bar{a}$ és a $\bar{b}$ vektorok altal bezart szog koszinusza,
- az $\bar{a}$ és a $\bar{b}$ oldalu paraleogramma terulete?
- az $\bar{a}$ és a $\bar{b}$ oldalu haromszog terulete?
- Mennyi az $\bar{a}$ vektor mroleges vetulete a $\bar{b}$ vektorra?

Zh1, Lin.Alg., 2025 NEPTUN: Aláírás:

Név:

1. ((2+1+1)+(1+2)+2 pont)
A) Legyen $f : \left((x,y,z)^T\right) \to (y - z + 2x,\ 3y - 4x - z)^T$ és $g : \left((x,y)^T\right) \to (x - y,\ 3y + 2x)^T$.
a) Ird fel az f és g transzformációk F, G mátrixait!

b) Abban az esetben, ha létezik, mennyi az $f \circ g$ transzformáció mátrixa?

c) Abban az esetben, ha létezik, mennyi az $g \circ f$ transzformáció mátrixa?

B) Legyen $f : \left((x,y,z)^T\right) \to (x + 2y + 3z)^T$ es $f : \left((z)^T\right) \to (x, 5y, 7z)^T$.
a) Ird fel az f és g transzformációk F, G mátrixait!

b) Abban az esetben, ha létezik, mennyi az $f \circ g$ transzformáció mátrixa?

c) Abban az esetben, ha létezik, mennyi az $g \circ f$ transzformáció mátrixa?

2. ((1+1+2)+(2+2)+2 pont) Írd fel a következő transzformációk mátrixait, ha az $\mathbb{R}^2$ vektorteret ortonormált bázisban az $(x, y)^T$ vektorokkal koordinátázzuk!
A) $\mathbb{R}^2$-ben:
a) a $x = 0$ egyenesre való merőleges vetítés,

b) az $y - x = 0$ egyenesre való merőleges tükrözés,

c) az origón átmenő, az $(-2, -3)^T$ vektorral párhuzamos egyenesre való merőleges vetítés,

d) Ird fel az origo koruli $-45°$ elforgatsahoz tatrozo linearis transzformacio $A = R(-45°)$ matrixat!

e) Mennyi A^{-1} ?

f) Mennyi A^3 ?

3. (1+1+2+2+4 pont)
Adott öt pont

$$P = (0, 2, 0), \quad Q = (0, 0, 2), \quad R = (0, 3, 3), \quad S = (4, 4, 4), \quad T = (5, 5, 5)$$

az $\mathbb{R}^3$ Euklideszi vektortérben egy ortonormált bázisban.
a) Írd fel a S és T pontokat tartalmazó egyenes parametrikus egyenletét!

b) Írd fel a S és T pontokat tartalmazó egyenes algebrai egyenleteit!

c) Írd fel a a P, Q és R pontokat tartalmazó sík algebrai egyenletét!

d) Mennyi az egyenes es az origo tavolsaga?

e) Mennyi a sik es az origo tavolsaga?