

4. (3+3+4 pont)

A) Legyen $\vec{n}_1 = (1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})^T$, $\vec{n}_2 = (1/\sqrt{2}, -1/\sqrt{2})^T$, $\vec{r} = (5, 6)^T$. Ha $\vec{r} = \alpha_1 \vec{n}_1 + \alpha_2 \vec{n}_2$ akkor mennyi α_1 és α_2 ?

B) Legyen $\vec{a} = (3, 3, 3)$, $\vec{b} = (2, 0, 4)$. Mennyi

- az $\vec{a}\vec{b}$ skalaris szorzat,
- az $\vec{a}$ és a $\vec{b}$ vektorok által bezárt szög koszinusza,
- az $\vec{a}$ és a $\vec{b}$ oldalú paraleogramma területe?
- az $\vec{a}$ és a $\vec{b}$ oldalú háromszög területe?
- Mennyi az $\vec{a}$ vektor meroleges vetülete a $\vec{b}$ vektorra?

1. ((2+1+1)+(1+2)+2 pont)

A) Legyen $f: ((x, y, z)^T) \rightarrow (y - z + 2x, 3y - 4x - z)^T$ és $g: ((x, y)^T) \rightarrow (x - y, 3y + 2x)^T$.

a) Írd fel az f és g transzformációk F, G mátrixait!

b) Abban az esetben, ha létezik, mennyi az $f \circ g$ transzformáció mátrixa?

c) Abban az esetben, ha létezik, mennyi az $g \circ f$ transzformáció mátrixa?

B) Legyen $f: ((x, y, z)^T) \rightarrow (x + 2y + 3z)^T$ és $f: ((z)^T) \rightarrow (x, 5y, 7z)^T$.

a) Írd fel az f és g transzformációk F, G mátrixait!

b) Abban az esetben, ha létezik, mennyi az $f \circ g$ transzformáció mátrixa?

c) Abban az esetben, ha létezik, mennyi az $g \circ f$ transzformáció mátrixa?

2. ((1+1+2)+(2+2)+2 pont) Írd fel a következő transzformációk mátrixait, ha az $\mathbb{R}^2$ vektorteret ortonormált bázisban az $(x, y)^T$ vektorokkal koordinátázzuk!

A) $\mathbb{R}^2$ -ben:

a) a $x = 0$ egyenesre való merőleges vetítés,

b) az $y - x = 0$ egyenesre való merőleges tükrözés,

c) az origón átmenő, az $(-2, -3)^T$ vektorral párhuzamos egyenesre való merőleges vetítés,

d) Írd fel az origó körüli -45° elforgatáshoz tartozó lineáris transzformáció $A = R(-45^\circ)$ mátrixát!

e) Mennyi A^{-1} ?

f) Mennyi A^3 ?

3. (1+1+2+2+4 pont)

Adott öt pont

$$P = (0, 2, 0), \quad Q = (0, 0, 2), \quad R = (0, 3, 3), \quad S = (4, 4, 4), \quad T = (5, 5, 5)$$

az $\mathbb{R}^3$ Euklideszi vektortérben egy ortonormált bázisban.

a) Írd fel a S és T pontokat tartalmazó egyenes parametrikus egyenletét!

b) Írd fel a S és T pontokat tartalmazó egyenes algebrai egyenleteit!

c) Írd fel a P, Q és R pontokat tartalmazó sík algebrai egyenletét!

d) Mennyi az egyenes és az origó távolsága?

e) Mennyi a sík és az origó távolsága?