

4. (2+3+3+2 pont)

A) Legyen $\vec{n}_1 = (-1/2, \sqrt{3}/2)^T$, $\vec{n}_2 = (-\sqrt{3}/2, -1/2)^T$, $\vec{r} = (4, 4)^T$. Ha $\vec{r} = \alpha_1 \vec{n}_1 + \alpha_2 \vec{n}_2$ akkor mennyi α_1 és α_2 ?

B) Legyen $\vec{a} = (2, 1, 3)$, $\vec{b} = (2, 0, 4)$. Mennyi

- az $\vec{a}\vec{b}$ skaláris szorzat,
- az \vec{a} és a \vec{b} vektorok által bezárt szög koszinusza,
- az \vec{a} és a \vec{b} oldalú háromszög területe?

C) Legyen $P = (8, 0)$, $Q = (0, 4)$. Írd fel a két ponton átmenő egyenes parametrikus egyenletét! Mennyi az egyenes es az origó távolsága? Keresd meg az egyenes azon R pontját, amelyik a legközelebb van az origóhoz!

D) Legyen $(2 + \sqrt{3})(x + y\sqrt{3}) = 1$, $x, y \in \mathbb{Q}$. Írd fel azt a csak racionális számokat tartalmazó lineáris egyenletrendszer, amelynek a megoldása x és y !

1. ((2+1+1)+3+3 pont)

A) Legyen $f : ((x, y)^T) \rightarrow (y + 2x, 3y - 4x, x)^T$ és $g : ((x, y, z)^T) \rightarrow (z - y, 3y - 2x, x - z)^T$.

a) Írd fel az f és g transzformációk F, G mátrixait!

b) Abban az esetben, ha létezik, mennyi az $f \circ g$ transzformáció mátrixa?

c) Abban az esetben, ha létezik, mennyi az $g \circ f$ transzformáció mátrixa?

B) Legyen $P = (4, 0)$, $Q = (0, 8)$. Melyek a konvex kombinációi a P, Q pontoknak a következők közül és miért:

$$(3, 3), (-4, 16), (3, 2).$$

C) Legyen $\vec{a} = (1, 0, 1)$, $\vec{b} = (0, t, 1)$, $\vec{c} = (t, 1, t)$. Mennyi lehet t , ha a három vektor lineárisan független?

2. ((1+1+2)+2+(2+2) pont) Írd fel a következő transzformációk mátrixait, ha az \mathbb{R}^2 vektorteret ortonormált bázisban az $(x, y)^T$ vektorokkal koordinátázzuk!

A) \mathbb{R}^2 -ben:

a) a $-x - y = 0$ egyenesre való merőleges vetítés,

b) az $x + y = 0$ egyenesre való merőleges tükrözés,

c) az origón átmenő, az $(3, 4)^T$ vektorral párhuzamos egyenesre való merőleges vetítés,

B)

1. Oldd meg u, v -re:

$$\begin{aligned}u - iv &= -1, \\iu - 2iv &= i.\end{aligned}$$

2. a) Mennyi $(-1 + i)^8$? Add meg a választ trigonometrikus és algebrai alakban is!

a) Mennyi $(-1 + i)^{1/2}$? A választ trigonometrikus alakban add meg!

3. (1+1+2+2+4 pont)

Adott öt pont

$$P = (0, -3, 0), \quad Q = (0, 0, -3), \quad R = (-3, 0, 0), \quad S = (6, 6, 6), \quad T = (5, 5, 5)$$

az \mathbb{R}^3 Euklideszi vektortérben egy ortonormált bázisban.

a) Írd fel a S és T pontokat tartalmazó egyenes parametrikus egyenletét!

b) Írd fel a S és T pontokat tartalmazó egyenes algebrai egyenletét!

c) Írd fel a P, Q és R pontokat tartalmazó sík algebrai egyenletét!

d) Hol van a sík és az egyenes metszéspontja?

e) Mennyi a sík és az origó távolsága? Hol van a síknak az origóhoz legközelebbi pontja?