

4. (3+3+4 pont)

A) Legyen $\vec{n}_1 = (0, 1)^T$, $\vec{n}_2 = (1, 1)^T$, $\vec{r} = (5, 3)^T$. Ha $\vec{r} = \alpha_1 \vec{n}_1 + \alpha_2 \vec{n}_2$ akkor mennyi α_1 es α_2 ?

B) Legyen $\vec{a} = (2, 1, 4)$, $\vec{b} = (1, 2, -4)$. Mennyi

- az $\vec{a}\vec{b}$ skalaris szorzat,
- az \vec{a} és a \vec{b} vektorok által bezart szög koszinusza,
- igaz-e, hogy \vec{a} és a \vec{b} vektorok egy teglelep oldalait adjak meg, (ha igen, miért?)
- az \vec{a} és a \vec{b} oldalú haromszog terulete?

C) Legyen $P = (3, 0, 0)$, $Q = (0, 3, 0)$. Írd fel a két ponton átmenő egyenes parametrikus egyenletét! Mennyi az egyenes es az origo tavolsaga? Keresd meg az egyenes azon R pontját, amelyik a legközelebb van az origohoz!

1. ((2+1+1)+(1+2)+2 pont)

A) Legyen $f : (x, y)^T \rightarrow (-y + 2x, 3y - 4x, x + y)^T$ és $g : (x, y, z)^T \rightarrow (z, 3y - 2x)^T$.

a) Írd fel az f és g transzformációk F, G mátrixait!

b) Abban az esetben, ha létezik, mennyi az $f \circ g$ transzformáció mátrixa?

c) Abban az esetben, ha létezik, mennyi az $g \circ f$ transzformáció mátrixa?

B) a) Legyen $P = (8, 0)$, $Q = (0, 8)$. Melyek a konvex kombinációi a P, Q pontoknak a következők közül es miért:

$$(2, 6), (0, 8), (8, 8), (-4, 12).$$

c) Legyen $\vec{a} = (1, 1, 1)$, $\vec{b} = (2, t, 2)$, $\vec{c} = (3, 2, 1)$. Mennyi lehet t , ha a három vektor lineárisan független? =

2. ((1+1+2)+(2+2)+2 pont) Írd fel a következő transzformációk mátrixait, ha az \mathbb{R}^2 vektorteret ortonormált bázisban az $(x, y)^T$ vektorokkal koordinatázzuk!

A) \mathbb{R}^2 -ben:

a) a $x = 0$ egyenesre való merőleges vetítés,

b) az $y - 2x = 0$ egyenesre való merőleges tükrözés,

c) az origón átmenő, az $(-4, 5)^T$ vektorral párhuzamos egyenesre való merőleges vetítés,

B)

1. Oldd meg u, v -re:

$$\begin{aligned} 2u - iv &= -1, \\ iu - 2v &= 1 + i. \end{aligned}$$

2. Mennyi $(1 - i)^7$? Add meg a választ trigonometrikus es algebrai alakban is!

3. (1+1+2+2+4 pont)

Adott öt pont

$$P = (0, 2, 0), \quad Q = (0, 0, 2), \quad R = (0, 3, 3), \quad S = (4, 4, 4), \quad T = (5, 5, 5)$$

az \mathbb{R}^3 Euklideszi vektortérben egy ortonormált bázisban.

a) Írd fel a S és T pontokat tartalmazó egyenes parametrikus egyenletét!

b) Írd fel a S és T pontokat tartalmazó egyenes algebrai egyenleteit!

c) Írd fel a P, Q és R pontokat tartalmazó sík algebrai egyenletét!

d) Hol van a sík es az egyenes metszéspontja?

e) Mennyi a sík es az origo tavolsaga?