

4. (5+5 pont) A. Oldd meg pivotálással a következő egyenletrendszert, továbbá jelöljük az egyenletrendszer együtthatomatrixát A -val! (A megoldást \mathbb{R}^4 -beli vektorokként add meg!)

$$\begin{aligned}1x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 5x_5 &= 3 \\2x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 4x_4 + 10x_5 &= 6.\end{aligned}$$

B. Keresd meg az alábbi A matrix LU felbontását!

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 6 & 6 & 4 \\ 4 & 14 & 10 \end{pmatrix}$$

1. (3+4+3 pont) Legyen

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Keresd meg A sajátértégeit!

Keresd meg A sajátvektorait!

Mennyi $A^{17}(2,6)^T$?

2. ((1+2+2)+(1+1+1)+2 pont)

Írd fel a következő transzformációk mátrixait, ha az \mathbb{R}^2 és \mathbb{R}^3 vektortereket ortonormált bázisokban az $(x,y)^T$ és az $(x,y,z)^T$ vektorokkal koordinátázzuk!

A) \mathbb{R}^3 -ben:

- a) az $x + y = 0$ síkra való merőleges vetítés,
- b) az $x - z = 0$ síkra való merőleges tükrözés,
- c) az origón átmenő, az $(1, 1, 2)^T$ vektorral párhuzamos egyenesre való merőleges vetítés,

B) \mathbb{R}^2 -ben:

- a) az $y - x = 0$ egyenesre való merőleges vetítés (jelöljük az eredményül kapott matrixot P_1 -gyel),
- b) az $y = 0$ egyenesre való merőleges vetítés (jelöljük az eredményül kapott matrixot P_2 -vel),
- c) Mennyi $P_1P_2 - P_2P_1$?

C) Legyen $z = 1 + i$. Mennyi z^{17} trigonometrikus és algebrai alakja?

3. (1+1+2+2+4 pont)

A) Adott öt pont

$$P = (4, 0, 0), \quad Q = (0, 4, 0), \quad R = (0, 0, 0), \quad S = (6, 3, 2), \quad T = (5, 3, 2)$$

az \mathbb{R}^3 Euklideszi vektortérben egy ortonormált bázisban.

- a) Írd fel a S és T pontokat tartalmazó egyenes parametrikus egyenletét!
- b) Írd fel a S és T pontokat tartalmazó egyenes algebrai egyenletét!
- c) Írd fel a P, Q és R pontokat tartalmazó sík algebrai egyenletét!
- d) Hol van a sík és az egyenes metszéspontja?
- e) Mennyi az sík távolsága az S -től?