

ZH1 2021 Lin.Alg

4. (3+3+4 pont)

A) Legyen

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} x & u \\ y & v \end{pmatrix}.$$

Adj meg es oldj meg egy olyan egyenletrendszert, aminek az egyértelmű megoldása x, y, u, v !B) Legyen $\bar{a} = (1, 2, 3)$, $\bar{b} = (2, 3, 4)$. Mennyi

- az $\bar{a}\bar{b}$ skalaris szorzat,
- az \bar{a} és a \bar{b} vektorok által bezart szog koszinusza,
- az \bar{a} és a \bar{b} oldalú haromszog terulete?

C) Legyen $P = (3, 0, 0)$, $Q = (0, 0, 3)$, $R = (0, -3, 0)$. Mennyi R tavolsaga a P -t es Q -t tartalmazó egyenestől?

1. ((2+1+1)+(1+2)+2 pont)

A) Legyen $f : ((x, y)^T) \rightarrow (y - x, 3x - 4y, x)^T$ és $g : ((x, y)^T) \rightarrow (y, 2y - x)^T$.a) Írd fel az f és g transzformációk F, G mátrixait!b) Abban az esetben, ha létezik, mennyi az $f \circ g$ transzformáció mátrixa?c) Abban az esetben, ha létezik, mennyi az $g \circ f$ transzformáció mátrixa?

B) Legyen

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

a) Abban az esetben, ha létezik, mennyi $(AB + (B + 2E))$?b) Abban az esetben, ha létezik, mennyi $(E + B)A + 2A$?C) Legyen $x_0 = 13$, $x_{n+1} = 1.2x_n + 10$. Mennyi x_n ?2. ((1+1+2)+(2+2)+2 pont) Írd fel a következő transzformációk mátrixait, ha az \mathbb{R}^2 és \mathbb{R}^3 vektortereket ortonormált bázisokban az $(x, y)^T$ es az $(x, y, z)^T$ vektorokkal koordinátázzuk!A) \mathbb{R}^2 -ben:

- a) az $x - y = 0$ egyenesre való merőleges vetítés,
- b) az $x - y = 0$ egyenesre való merőleges tükrözés,
- a) az origón átmenő, az $(2, 1)^T$ vektorral párhuzamos egyenesre való merőleges vetítés,

B) \mathbb{R}^3 -ben:

- a) az $z + x = 0$ síkra való merőleges vetítés,
- b) az $z = 0$ síkra való merőleges tükrözés,

C) Írd fel a síkbeli 30° -os elforgatás matrixat!

3. (1+1+2+2+4 pont)

Adott öt pont

$$P = (4, 0, 0), \quad Q = (0, 0, 4), \quad R = (0, 4, 0), \quad S = (1, 5, 1), \quad T = (2, 6, 2)$$

az \mathbb{R}^3 Euklideszi vektortérben egy ortonormált bázisban.

- a) Írd fel a S és T pontokat tartalmazó egyenes parametrikus egyenletét!
- b) Írd fel a S és T pontokat tartalmazó egyenes algebrai egyenleteit!
- c) Írd fel a P, Q és R pontokat tartalmazó sík algebrai egyenletét!
- d) Hol van a sík és az egyenes metszéspontja?
- e) Mennyi az sík távolsága az S -től?