

4. (4+2+2+1+1 pont) Oldd meg pivotálással a következő egyenletrendszert, továbbá jelöld az egyenletrendszer együtthatómátrixát A -val! (A megoldást \mathbb{R}^4 -beli vektorokként add meg!)

$$1x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 3$$

$$2x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 4x_4 = 6.$$

Add meg $\text{Oszlop}(A)$ dimenzióját és egy bázist!

Add meg $\ker(A)$ dimenzióját és egy bázist!

Add meg $\text{Sor}(A)$ dimenzióját és egy bázist!

Add meg $\ker(A^T)$ dimenzióját!

Név:

1. (3+4+3 pont) Legyen

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Keress meg A sajátértékeit!Keress meg A sajátvektorait!Mennyi $A^{15}(8, 6)^T$?

2. ((1+2+2)+(1+1+1)+2 pont)

Írd fel a következő transzformációk mátrixait, ha az \mathbb{R}^2 és \mathbb{R}^3 vektortereket ortonormált bázisokban az $(x, y)^T$ és az $(x, y, z)^T$ vektorokkal koordinátázzuk!

A) \mathbb{R}^2 -ben:

a) az $x + y = 0$ egyenesre való merőleges vetítés,

b) az $x - y = 0$ egyenesre való merőleges tükrözés,

c) az origón átmenő, az $(-1, -1)^T$ vektorral párhuzamos egyenesre való merőleges vetítés,

B) \mathbb{R}^3 -ben:

a) az $y + z = 0$ síkra való merőleges vetítés (jelöljük az eredményül kapott mátrixot P_1 -gyel),

b) az $y = 0$ síkra való merőleges vetítés (jelöljük az eredményül kapott mátrixot P_2 -vel),

c) Mennyi $P_1P_2 - P_2P_1$?

C) Legyen $\det : V \times V \times V \times V \rightarrow \mathbb{R}$ egy olyan antiszimmetrikus multilineáris leképezés, hogy $\det(\bar{v}_1, \bar{v}_3, \bar{v}_2, \bar{v}_4) = 1$. Mennyi $m = \det(3\bar{v}_2, 4\bar{v}_3 + 2\bar{v}_2, 5\bar{v}_4 + \bar{v}_3, -2\bar{v}_1)$?

3. (1+1+2+2+4 pont)

A) Adott öt pont

$$P = (0, 3, 0), \quad Q = (3, 3, 0), \quad R = (2, 0, 0), \quad S = (6, 3, 1), \quad T = (6, 3, 2)$$

az \mathbb{R}^3 Euklideszi vektortérben egy ortonormált bázisban.

a) Írd fel a S és T pontokat tartalmazó egyenes parametrikus egyenletét!

b) Írd fel a S és T pontokat tartalmazó egyenes algebrai egyenletét!

c) Írd fel a P, Q és R pontokat tartalmazó sík algebrai egyenletét!

d) Hol van a sík és az egyenes metszéspontja?

e) Mennyi az sík távolsága az S -től?