4. ((2+3)+2+3 pont)
A)

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

tovabba legyen $\mathcal{K}(a,b) = aE + bI \in Mat_2(\mathbb{R}),\ a, b \in \mathbb{R}$.

- Mennyi $A = \mathcal{K}(1,2)\,\mathcal{K}(3,2)$?

- Mennyi A^{-1} ?

B) Legyen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3/5 & -4/5 \\ 0 & -4/5 & 3/5 \end{pmatrix}.$$

Mennyi A^{-1} ?

C) Legyen

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Mennyi $(A^{-1})_{31}$, ha az indexálás 1-től kezdődik?

Zh1.A, Lin.Alg., 2019.10.30. NEPTUN: Aláírás:

Név:

1. ((2+1+1)+(2+3)+2 pont)
A) Legyen $f : ((x,y)) \to (y + 2x,\ x + 4y,\ x)$ és $g : ((x,y)) \to (-x - y,\ 3y + 5x)$.
a) Ird fel az f és g transzformációk F, G mátrixait!

b) Abban az esetben, ha létezik, mennyi az $f \circ g$ transzformáció mátrixa?

c) Abban az esetben, ha létezik, mennyi az $g \circ f$ transzformáció mátrixa?

B) Legyen

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) Abban az esetben, ha létezik, mennyi $(AB + (B + 2E))$?

b) Abban az esetben, ha létezik, mennyi $(E + B)A + 2A$?

C) Mennyi az $\bar{a} = (1,1,2)$, $\bar{b} = (2,3,1)$ vektorok altal bezart szog koszinusza?

2. ((1+2+2)+(1+1+1)+2 pont)
Írd fel a következő transzformációk mátrixait, ha az $\mathbb{R}^2$ és $\mathbb{R}^3$ vektortereket ortonormált bázisokban az $(x,y)^T$ es az $(x,y,z)^T$ vektorokkal koordinátázzuk!

A) $\mathbb{R}^2$-ben:

a) az $x - y = 0$ egyenesre való merőleges vetítés,

b) az $x - y = 0$ egyenesre való merőleges tükrözés,

c) az origón átmenő, az $(1,1)^T$ vektorral párhuzamos egyenesre való merőleges vetítés,

B) $\mathbb{R}^3$-ben:

a) az $z = 0$ síkra való merőleges vetítés (jeloljuk az eredmenyul kapott matrixot P_1-gyel),

b) az $y = 0$ síkra való merőleges vetités (jeloljuk az eredmenyul kapott matrixot P_2-vel),

c) Mennyi $P_1 P_2$?

C) Legyen $\det : V \times V \times V \times V \to \mathbb{R}$ egy olyan antiszimmetrikus multilinearis leképezés, hogy $\det(\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3, \bar{v}_4) = 1$.
Mennyi $m = \det(3\bar{v}_2,\ 4\bar{v}_1 + 2\bar{v}_2,\ 5\bar{v}_3 + \bar{v}_4,\ -2\bar{v}_4)$?

3. (1+1+2+2+4 pont)

A) Adott öt pont

$$P = (2,0,0), \quad Q = (2,2,0), \quad R = (0,0,2), \quad S = (0,2,2), \quad T = (2,5,6)$$

az $\mathbb{R}^3$ Euklideszi vektortérben egy ortonormált bázisban.

a) Írd fel a S és T pontokat tartalmazó egyenes parametrikus egyenletét!

b) Írd fel a S és T pontokat tartalmazó egyenes algebrai egyenletéit!

c) Írd fel a a P, Q és R pontokat tartalmazó sík algebrai egyenletét!

d) Hol van a sík és az egyenes metszéspontja?

e) Mennyi az sík távolsága az S-től?