

4. ((1+2+2)+(1+1+1)+2 pont)

Írd fel a következő transzformációk mátrixait, ha az \mathbb{R}^2 és \mathbb{R}^3 vektortereket ortonormált bázisokban az $(x, y)^T$ és az $(x, y, z)^T$ vektorokkal koordinátázzuk!

A) \mathbb{R}^3 -ben:

a) az $x + y = 0$ síkra való merőleges vetítés,

b) az $x + y = 0$ síkra való merőleges tükrözés,

c) az origón átmenő, az $(1, 2, 3)^T$ vektorral párhuzamos egyenesre való merőleges vetítés,

B) \mathbb{R}^2 -ben:

a) az $x = -y$ egyenesre való merőleges vetítés (jelöljük az eredményül kapott mátrixot P_1 -gyel),

b) az x tengelyre való merőleges vetítés (jelöljük az eredményül kapott mátrixot P_2 -vel),

c) Mennyi $P_1 P_2$?

C) Legyen $\det : V \times V \times V \times V \rightarrow \mathbb{R}$ egy olyan antiszimmetrikus multilinearis leképezés, hogy $\det(\bar{v}_1, \bar{v}_3, \bar{v}_2, \bar{v}_4) = 1$.

Mennyi $m = \det(3\bar{v}_4, 4\bar{v}_1 + 2\bar{v}_2, 5\bar{v}_3, -2\bar{v}_4)$?

PZh1, Lin.Alg., 2019.12.10.

NEPTUN:

Aláírás:

Név:

1. (1+1+2+2+4 pont)

A) Adott öt pont

$$P = (0, 3, 0), \quad Q = (3, 3, 0), \quad R = (3, 0, 0), \quad S = (6, 3, 0), \quad T = (9, 5, 1)$$

az \mathbb{R}^3 Euklideszi vektortérben egy ortonormált bázisban.

a) Írd fel a S és T pontokat tartalmazó egyenes parametrikus egyenletét!

b) Írd fel a S és T pontokat tartalmazó egyenes algebrai egyenletét!

c) Írd fel a P, Q és R pontokat tartalmazó sík algebrai egyenletét!

d) Hol van a sík és az egyenes metszéspontja?

e) Mennyi az sík távolsága az S -től?

2. ((2+3)+2+3 pont)

A)

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

tovabba legyen $\mathcal{K}(a, b) = aE + bI \in \text{Mat}_2(\mathbb{R})$, $a, b \in \mathbb{R}$.

- Mennyi $A = \mathcal{K}(2, 3)\mathcal{K}(1, 4)$?

- Mennyi A^{-1} ?

B) Legyen

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3/5 & -4/5 \\ 0 & 0 & 4/5 & 3/5 \end{pmatrix}.$$

Mennyi A^{-1} ?

C) Legyen

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Mennyi $(A^{-1})_{12}$, ha az indexálás 1-től kezdődik?

3. ((2+1+1)+(2+3)+2 pont)

A) Legyen $f : ((x, y, z)) \rightarrow (y + 2x, x + 4y)$ és $g : ((x, y)) \rightarrow (-x - y, 3y + 5x, x)$.

a) Írd fel az f és g transzformációk F, G mátrixait!

b) Abban az esetben, ha létezik, mennyi az $f \circ g$ transzformáció mátrixa?

c) Abban az esetben, ha létezik, mennyi az $g \circ f$ transzformáció mátrixa?

B) Legyen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) Abban az esetben, ha létezik, mennyi $(AB + (B + 2E))$?

b) Abban az esetben, ha létezik, mennyi $(E + B)A + 2A$?

C) Mennyi az $\bar{a} = (1, 1, 2)$, $\bar{b} = (1, 1, -1)$ vektorok által bezárt szög radianban mérve?