

4. (3+3+4 pont)

A) Legyen

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}, \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} x & u \\ y & v \end{pmatrix}.$$

Adj meg egy olyan skaláris egyenletrendszert, aminek az egyértelmű megoldása x, y, u, v !

B) Legyen

$$A = \begin{pmatrix} 1\sqrt{2} & 1\sqrt{2} & 0 & 0 \\ -1\sqrt{2} & 1\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3/5 & -4/5 \\ 0 & 0 & 4/5 & 3/5 \end{pmatrix}.$$

Mennyi A^{-1} ?

C) Legyen

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Mennyi $(A^{-1})_{23}$, ha az indexálás 1-től kezdődik?

1. ((2+1+1)+(2+3)+2 pont)

A) Legyen $f: ((x, y)) \rightarrow (2y - x, 2x + 4y, x)$ és $g: ((x, y)) \rightarrow (x - y, 3y - 5x)$.

a) Írd fel az f és g transzformációk F, G mátrixait!

b) Abban az esetben, ha létezik, mennyi az $f \circ g$ transzformáció mátrixa?

c) Abban az esetben, ha létezik, mennyi az $g \circ f$ transzformáció mátrixa?

B) Legyen

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

a) Abban az esetben, ha létezik, mennyi $(AB + (B + 2E))$?

b) Abban az esetben, ha létezik, mennyi $(E + B)A + 2A$?

C) Ha egy ortonormált bázisban $\bar{a} = (-x, x, 2)$, $\bar{a} = (2, 3, x)$ merőleges egymásra, akkor mennyi lehet x ?

2. ((1+1+2)+(2+2)+2 pont)

Írd fel a következő transzformációk mátrixait, ha az \mathbb{R}^2 és \mathbb{R}^3 vektortereket ortonormált bázisokban az $(x, y)^T$ és az $(x, y, z)^T$ vektorokkal koordinátázzuk!

A) \mathbb{R}^2 -ben:

a) az $x - y = 0$ egyenesre való merőleges vetítés,

b) az $x - y = 0$ egyenesre való merőleges tükrözés,

a) az origón átmenő, az $(4, 3)^T$ vektorral párhuzamos egyenesre való merőleges vetítés,

B) \mathbb{R}^3 -ben:

a) az $x - y = 0$ síkra való merőleges vetítés,

b) az $x - y = 0$ síkra való merőleges tükrözés,

C) Legyen $\phi: V \times V \times V \times V \rightarrow \mathbb{R}$ egy olyan antiszimmetrikus multilinearis leképezés, hogy $\phi(\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3, \bar{v}_4) = 2$. Mennyi $m = \phi(3\bar{v}_1 + 2\bar{v}_2, 4\bar{v}_1, 5\bar{v}_3 + \bar{v}_4, -2\bar{v}_3)$?

3. (1+1+2+2+4 pont)

A) Adott öt pont

$$P = (3, 0, 0), \quad Q = (0, 0, 3), \quad R = (0, 3, 0), \quad S = (1, 4, 1), \quad T = (2, 5, 2)$$

az \mathbb{R}^3 Euklideszi vektortérben egy ortonormált bázisban.

a) Írd fel a S és T pontokat tartalmazó egyenes parametrikus egyenletét!

b) Írd fel a S és T pontokat tartalmazó egyenes algebrai egyenletét!

c) Írd fel a P, Q és R pontokat tartalmazó sík algebrai egyenletét!

d) Hol van a sík és az egyenes metszéspontja?

e) Mennyi az sík távolsága az S -től?