

ProbaZH1

March 11, 2012

1. $y' = y^3$, $y(0) = 0.1$. Mennyi $y(1)$? Milyen tartományon értelmezett a megoldás? Mi a DE fixpontja és milyen annak a stabilitása?
2. $y' = x^3 \cos(6x^4 + 1)$. Mi a DE általános megoldása?
3. $y' = x \cos(6x + 1)$. Mi a DE általános megoldása?
4. $y' = \sin x$. Ha $y(0) = \pi/2$, akkor mennyi $\lim_{x \rightarrow \infty} y(x)$ és $\lim_{x \rightarrow -\infty} y(x)$? Vázold a DE azon megoldásait, amelyeknél $y(0) = -30^\circ, 0^\circ, 30^\circ, 180^\circ, 210^\circ$.
- 5.

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{y_2} - 1 \\ (y_2 - 3)(y_1 - 2) \end{pmatrix}$$

Keress meg a DE fixpontját és vizsgáld meg a stabilitását! Írd fel a fixpont körüli linearizált közelítő DE-t!

6.

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 + 4y_2 \\ 4y_1 + y_2 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

- Keress meg A sajátértékeit és sajátvektorait!
- Írd fel a DE általános megoldását!
- Számold ki a DE partikularis megoldását!
- Írd fel, hogy milyen összefüggés van a A és a sajátértékeket tartalmazó diagonális D matrixok között!
- Mennyi e^{xA} ? (Elegendő az, hogy kifejezed az eredményt D , illetve egy S matrix és annak inverze szorzataként!)
- Írd fel a partikularis megoldást e^{xA} segítségével!
- Mi a DE fixpontja? Milyen a fixpont stabilitása? Mennyi a megadott kezdofeltétel esetén $\lim_{x \rightarrow \infty} \bar{y}(x)$ és $\lim_{x \rightarrow -\infty} \bar{y}(x)$?