

4a. (4 pont)

$$y' = y^3 - 27.$$

Keresd meg a DE fixpontja(i)t!

Ird fel a fixpontok koruli linearizalt kozelito DE-t!

Ha $y(0) = 2$, mennyi

$$\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y(x) =$$

Vazold a DE megoldasgorbeit!

4b. (2+4 pont)

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (y_2^2 - 9) \\ (y_1 + 4)(y_2 - 5) \end{pmatrix}$$

Keresd meg a DE fixpontjat!

Ird fel a fixpont koruli linearizalt kozelito DE-t!

LevZh, Diff.Egy., 2018.05.18.

NEPTUN: :

Név:

Aláírás:

1. ((1+4)+(3+2) pont)

A) Veges differenciak.

Keress numerikus egyenleteket a kovetkezo DE kozelito megoldasara:

$$u''(x) + (1 - x)u'(x) = 2 - x, \quad u(0) = u(1) = 0.$$

Approximaljuk az u fuggvenyt a kovetkezo vektorral: $\vec{u}_i = u(i\Delta x)$, $i = 1, \dots, 3$, $\Delta x = 1/4$.

- Kozelitsd $u''(x)$ -t az $u(x \pm \Delta x)$, $u(x)$ ertekek segitsegevel!

- Ird fel az ennek megfelelo veges differencias kozeliteset a DE-nek mint egy inhom.lin. egyenletet a \vec{u} vektorral!

B) Veges elemek, variacios elv.

Oszd fel a $[0, 1]$ intervallumot 2 reszre a kovetkezo ponttal: $x_i = 0.2$. Legyen $v(x)$ az a folytonos fuggveny, amelyik affine az alintervallumokon es az ertekei az $x = 0, 0.2, 1$ pontokban a kovetkezoek: $0, v_1, 0$.

- Szamitsd ki, mennyi

$$Energy[v] = \int_0^1 \frac{1}{2}(v' + 3)^2 - (x - 1)v \, dx$$

kozelitoleg vagy pontosan! Kozelito szamitas eseten add meg, hogy milyen kozelitest hasznaltal!

- Ird fel az EL egyenleteket az $Energy[u]$ funkcionalra!

2. (4+2+4 pont) Legyen

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ -3y_1 + 2y_2 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{illetve} \quad \begin{pmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

2a) Keresd meg A sajátértékeit és sajátvektorait!

2b) Írd fel a DE általános megoldását!

2c) Számold ki a DE partikularis megoldásait!

2d) Mennyi e^{tA} ?

3A. (3 pont) $y'' - 2y' + 2y = (1-t)^2$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 3$. Mennyi $Y(s)$? ($\mathcal{L}(t^n) = \frac{n!}{s^{n+1}}$)

3B. (2+3+2 pont) Legyen

$$\partial_t \phi(t, x) = 3\partial_x^2 \phi(t, x), \quad \phi(t, x + 2\pi) = \phi(t, x), \quad \phi(0, x) = f(x),$$

ahol $f(x) = 4$, ha $x \in [-1, 1]$, amúgy 0 az intervallum többi részén.

3Ba. Írd fel egy ortonormált bazist $L^2([-\pi, \pi], dx)$ -nek!

3Bb. Számold ki f ezen bazis szerinti kifejtését!

3Bc. Mennyi $\phi(t, x)$? Használj Fourier sort ϕ kifejezésére!