

4. (2+2 pont)

4a. a) Szamitsd ki a Laplace tr. definicioja alapjan:  $F(s) = \mathcal{L}(f(t)) = \mathcal{L}(\cos(-3t + 2))$ .

$F(s)=$

LevPZh2, Diff.Egy., 2018.05.30.

NEPTUN: :

Név:

Aláírás:

1.(2+2+4+2 pont)

1a. Mi az  $y'(t) = 3 - 4\delta(t - 1)$ ,  $y(0) = 3$  DE megoldasa?

Legyen  $f(t) = t$ . Mennyi  $(f \star f)(t)$  ?

1b. Legyen  $f(t) = t$  es  $g(t) = t^2 - 1$ . Mennyi a  $h = f * g$  fuggveny  $H(s)$  Laplace transzformaltja? ( $\mathcal{L}(t^n) = n!/s^{n+1}$ )

4b. (2+4 pont)

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (y_1 - 1)(y_2 - 2) \\ (y_1 - 3)(y_2 - 4) \end{pmatrix}$$

Keresd meg a DE fixpontjat!

1c1. Mi a  $G''(t) - 4G(t) = \delta(t)$  DE retardalt fundamentalis megoldasa?

Ird fel a fixpont koruli linearizalt kozelito DE-t!

1c2. Mi az  $y''(t) - 4y(t) = f(t)$ ,  $y(t) = f(t) = 0$ , ha  $t \ll 0$  DE megoldasa?

2. (4+2+4 pont) Legyen

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2y_1 + 3y_2 \\ 3y_1 + 2y_2 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{illetve} \quad \begin{pmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

2a) Keresd meg  $A$  sajátértékeit és sajátvektorait!

2b) Írd fel a DE általános megoldását!

2c) Számold ki a DE partikularis megoldásait!

2d) Mennyi  $e^{tA}$  ?

2e) Mi az  $\frac{d}{dt}\bar{y}(t) = A\bar{y}(t) + \bar{f}(t)$ ,  $\bar{y}(t) = \bar{f}(t) = 0$ , ha  $t \ll 0$ , DE megoldása?

3. Legyen

$$\partial_t \phi(t, x) = \partial_x^2 \phi(t, x), \quad \phi(t, x + 2\pi) = \phi(t, x), \quad \phi(0, x) = f(x),$$

ahol  $f(x) = 2$ , ha  $x \in [0, \pi]$ , amugy  $-2$  az intervallum többi részén.

3a. Írd fel egy ortonormált bazist  $L^2([-\pi, \pi], dx)$ -nek!

3b. Számold ki  $f$  ezen bazis szerinti kifejtését!

3c. Mennyi  $\phi(t, x)$  ? Hasznalj Fourier sort  $\phi$  kifejezésére!