1. (3+2+2+3 pont)
A $\{\cos(nx) \,|\, n = 0, 1, 2, \ldots\}$ fuggvenyek halmaza egy ortogonalis bazisat adja $L^2([0,\pi])$-nek. Adj meg ebben a terben egy ortonormalt bazist!

Legyen a 2π szerint periodikus f fuggveny erteke $f(x) = 2$, ha $x \in [0,1]$, maskulonben $f = 0$. Ha $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{n\in\mathbb{Z}} \hat{f}_n e^{inx}$, akkor mennyi $\hat{f}(-5)$?

$\phi_t(t,x) = \phi_{xx}(t,x)$, $\phi(0,x) = \exp(i(5x)) + \sin(2x)$. Mennyi $\phi(t,x)$?

$\phi_{tt}(t,x) - \phi_{xx}(t,x)$, $\phi(0,x) = \sin(3x)$, $\phi_t(0,x) = \sin(4x)$. Mennyi $\phi(t,x)$?

2. (2+1+(2+4+1) pont)
Legyen $y'' + 7y' + 8y = e^{i\omega t}$, $y = A(\omega)e^{i\omega t}$. Mennyi $A(\omega)$?

Legyen $f(x) = 2$, ha $x \in [-1,1]$, maskulonben $f = 0$. Ha $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(p)e^{ipx}\, dp$, akkor mennyi $\hat{f}(-0.5)$?

Keresd meg a kovetkezo DE megoldasat a ($G(t) = 0$, ha $t < 0$) feltetel mellett!
$9G'' + 27G = \delta$.
Add meg a kovetkezo mennyisegeket!
$G(0^+) - G(0^-) =$ $\qquad$ $G'(0^+) - G'(0^-) =$

Mennyi $G(t)$?

Ird fel az $9y'' + 27y = f(t)$ DE megoldasat, ha ($y(t) = f(t) = 0$, ha $t \ll 0$).

3. (2+2+(3+2+1) pont)
Szamold ki az $f = 1 - H(t-1)$ fuggveny Laplace transzformaltjat a definicio alapjan!

Szamold ki az alabbi f, g fuggvenypar $f*g$ konvoluciojat! $\quad f(t) = 2, \;\; g(t) = \sin 5t$

Legyen $y'' - 25y = (1-t)^2$, $\quad y(0) = 2$, $y'(0) = 3$. Mennyi $\mathcal{L}(y(t)) = Y(s)$? ($\mathcal{L}(t^n) = \frac{n!}{s^{n+1}}$.)

Ird fel azt, hogy hogyan nez ki $Y(s)$ parcialis tort felbontasa! (Az egyutthatokat nem kell kiszamolni!)

Mennyi $y(t)$?

4.(1+1+2+3+3 pont)
Legyen
$$A = \begin{pmatrix} 2i & -3i \\ 3 & 4i \end{pmatrix}.$$
Mennyi A^* ?

Legyen $f_1 = (i/\sqrt{2}, i/\sqrt{2})^T$, $f_2 = (z, -1/\sqrt{2})^T$ egy ortonormalt bazis. Mennyi z ?

A $v = (2,3)^T$ vektor kifejezheto az f-ek linearis $\alpha f_1 + \beta f_2$ kombinaciojakent! Mennyi α ?

Elegitse ki $\phi(t,x)$ a $\partial^2_{tt}\phi = \partial^2_{tx}\phi + 8\partial^2_{xx}\phi = 0$ egyenletet. Ha $\phi(t,x) = e^{i(\omega t + kx)}$, akkor milyen osszefugges all fenn ω es k kozott?

Legyen
$$\frac{d}{dt}\bar{y} + \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \bar{y} = \begin{pmatrix} t^2 \\ t^4 \end{pmatrix}, \quad \bar{y}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$
Mennyi $\bar{Y}(s)$? (Nem kell elvegezni a matrixok invertalasat!)