

1. ((1+4)+(1+1+2)+1) pont)

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 - 2y_1y_2 \\ -2y_2 + y_1y_2 \end{pmatrix}$$

Keresd meg a DE fixpontjait!

Ird fel a fixpontok körüli linearizált közelítő DE-t!

Legyen $f(x) = x^{-5}$, $x_0 = 2$. Ird fel f -nek a lineáris $f(x_0 + \Delta x) \approx T_1(x_0 + \Delta x)$ közelítést, ha $\Delta x = 0.1$!

Mennyi $\max_{z \in [x_0, x_0 + \Delta x]} |f''(z)|$?

Adj nemtrivialis felső korlátot a közelítés hiba(Δx) = $|f(x_0 + \Delta x) - T_1(x_0 + \Delta x)|$ hibájára!

$y' = \cos(t^2)$, $y(3) = 5$. Fejezd ki $y(7)$ -et a határozott integrálás segítségével!

2. (5+2+3 pont)

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ 2y_1 - 3y_2 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Keresd meg A sajátértékeit és sajátvektorait!

Ird fel a DE általános megoldását!

Számold ki a DE partikuláris megoldását!

3. ((2+2)+(3+2+1) pont)

$\phi_t(t, x, y) = \phi_{xx}(t, x, y) + \phi_{yy}(t, x, y)$, $\phi(0, x, y) = e^{i(3x+5y)} + \sin(4y)$. Mennyi $\phi(t, x, y)$?

$\phi_{tt}(t, x) = \phi_{xx}(t, x)$, $\phi(0, x) = \cos(3x)$, $\phi_t(0, x) = \sin(3x)$. Mennyi $\phi(t, x)$?

Legyen $y'' + 9y = (y^2 - 1)(y^2 + 1)$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 1$. Mennyi $\mathcal{L}(y(t)) = Y(s)$? ($\mathcal{L}(t^n) = \frac{n!}{s^{n+1}}$.)

Ird fel azt, hogy hogyan néz ki $Y(s)$ parciális tört felbontása! (A felmerülő együtthatókat nem kell kiszámolni!)

Mennyi $y(t)$? ($\mathcal{L}(e^{at}) = \frac{1}{s-a}$.)

4. (1+2+(1+4+2) pont)

Ird fel $e^{2-i\pi/6}$ algebrai alakját!

Legyen $f_1 = (1, i)^T/\sqrt{2}$, $f_2 = (-1, i)^T/\sqrt{2}$ egy ortonormált bázis. Fejezd ki $v = (7, 8)^T$ vektort az f -ek lineáris $\alpha f_1 + \beta f_2$ kombinációjaként! Mennyi α és β ?

Keresd meg a következő DE megoldását a ($G(x) = 0$, ha $x < 0$) feltétel mellett!

$$G'' + 16G = \delta(x).$$

Add meg a következő mennyiségeket!

$$G(0^+) - G(0^-) =$$

$$G'(0^+) - G'(0^-) =$$

Mennyi $G(x)$?

Ird fel az $y'' + 16y = f(x)$ DE megoldását, ha $(y(x) = f(x) = 0, \text{ ha } x \ll 0)$.