

3a. (1+1+1+2 pont)

$$y' = (y^2 - 4)y.$$

Keresd meg a DE fixpontjait!

Ird fel a fixpontok körüli linearizált közelítő DE-t!

Ha $y(0) = 0$, mennyi

$$\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y(x) =$$

Vázold a DE megoldásgörbeit!

3b. (2+3 pont)

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 - y_2 + 1 \\ (3y_1 - 2y_2)(5y_1 - 4y_2) \end{pmatrix}$$

Keresd meg a DE fixpontjait!

Ird fel a fixpont körüli linearizált közelítő DE-t!

1. (4+(3+3) pont)

a)

$$y' = f(x, y) = x^2 + 5y - 2;$$

Mennyi y'' ? Ird fel y másodrendű Taylor polinomját az $x = 0$ pont körül, ha $y(0) = 3$!

b) Alkalmazd az Euler, illetve a Heun módszert a következő DE-re $\Delta x = 0.01$ lépésközzel! az $\bar{y}(2) =$ kezdeti feltétel mellett!

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 - y_2 \\ 3y_2^2 + x \end{pmatrix}, \quad \bar{y}(2) = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Mit jósol a két módszer $\bar{y}(2.01)$ -re?

Euler:

Heun:

2. (5+2+3 pont)

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y_1 - 3y_2 \\ 3y_1 - y_2 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Keresd meg A sajátértékeit és sajátvektorait!

Ird fel a DE általános megoldását!

Számold ki a DE partikuláris megoldását!

(5 × 2 pont)

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$$

Mennyi e^{xA} ?

Ird fel a

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5y_1 \\ 6y_1 + 5y_2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

DE partikuláris megoldását e^{xA} segítségével!

2b) Ird át a következő DE rendszert elsőrendű DE rendszerre!

$$\frac{d^2}{dx^2} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1'^2 - y_2 \\ 2y_2' - 3y_1' \end{pmatrix}$$

Ird át a következő DE-ket időfüggetlen DE rendszerre!

$$\frac{d}{dx} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + x^5 \\ y_1 y_2 + x^5 \end{pmatrix}$$