1. (3+2+2+3 pont)
A $\{\sin(nx/2)\,|\,n=1,2,\dots\}$ fuggvenyek halmaza egy ortogonalis bazisat adja $L^2([0,2\pi])$-nek. Adj meg ebben a terben egy ortonormalt bazist!

Legyen a 2π szerint periodikus f fuggveny erteke $f(x)=1$, ha $x\in[-2,2]$, maskulonben $f=0$ a $(-\pi,\pi)$ intervallumon. Ha $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\sum_{n\in\mathbb{Z}}\hat{f}_n e^{inx}$, akkor mennyi $\hat{f}(88)$?

$\phi_t(t,x)=\phi_{xx}(t,x),\ \phi(0,x)=\cos(-3x)+\sin(2x)$. Mennyi $\phi(t,x)$?

$\phi_{tt}(t,x)-\phi_{xx}(t,x),\ \phi(0,x)=e^{3ix},\ \phi_t(0,x)=\sin(4x)+1$. Mennyi $\phi(t,x)$?

2. (2+1+(2+4+1) pont)
Legyen $2y''-7y'+8y=e^{i\omega t}$, $y=A(\omega)e^{i\omega t}$. Mennyi $A(\omega)$?

Legyen $f(x)=-0$, ha $x\in[-4,4]$, maskulonben $f=0$. Ha $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\hat{f}(p)e^{ipx}\,dp$,
akkor mennyi $\hat{f}(-0.5)$?

Keresd meg a kovetkezo DE megoldasat a ($G(t)=0$, ha $t<0$) feltetel mellett!
$-G''+25G=\delta$.
Add meg a kovetkezo mennyisegeket!
$G(0^+)-G(0^-)=$ $\qquad$ $G'(0^+)-G'(0^-)=$

Mennyi $G(t)$?

Ird fel az $-y''+25y=f(t)$ DE megoldasat, ha ($y(t)=f(t)=0$, ha $t\ll 0$).

3. (2+2+(3+2+1) pont)
Szamold ki az $f=H(t-1)H(-t+5)$ fuggveny Laplace transzformaltjat a definicio alapjan!

Szamold ki az alabbi f,g fuggvenypar $f*g$ konvoluciojat! $\quad f(t)=t,\ \ g(t)=t$

Legyen $y''+5y=1-t^2,\quad y(0)=2,\ y'(0)=3$. Mennyi $\mathcal{L}(y(t))=Y(s)$? ($\mathcal{L}(t^n)=\frac{n!}{s^{n+1}}$.)

Ird fel azt, hogy hogyan nez ki $Y(s)$ parcialis tort felbontasa! (Az egyutthatokat nem kell kiszamolni!)

Mennyi $y(t)$?

4.(1+2+2+1+3+1 pont)
Legyen
$$A=\begin{pmatrix}2 & 3i\\ -3 & 4i\end{pmatrix}.$$
Mennyi A^*-A ?

Legyen $f_1=(i/\sqrt{2},-i/\sqrt{2})^T$, $f_2=(z,-1/\sqrt{2})^T$ egy ortonormalt bazis. Mennyi z ?

A $v=(2,3)^T$ vektor kifejezheto az f-ek linearis $\alpha f_1+\beta f_2$ kombinaciojakent! Mennyi β ?

Elegitse ki $\phi(t,x)$ a $\partial^2_{tt}\phi-\partial^2_{tx}\phi+8\partial^2_{xx}\phi=0$ egyenletet. Ha $\phi(t,x)=e^{i(\omega t+kx)}$ es $\omega=99$, akkor mennyi lehet k ?

Legyen
$$\frac{d}{dt}\bar{y}+\begin{pmatrix}2 & 3\\ 3 & 2\end{pmatrix}\bar{y}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix},\quad \bar{y}(0)=\begin{pmatrix}55\\66\end{pmatrix}.$$
Mennyi $\bar{Y}(s)$? (Nem kell elvegezni a matrixok invertalasat!)

Mennyi $\mathcal{L}(f*g)-\mathcal{L}(f)\mathcal{L}(g)$? ($\mathcal{L}$ a Laplace transzformaciot jeloli.)